Elevers matematikksamtaler

Læring i og mellom praksiser

Toril Eskeland Rangnes

Elevers matematikksamtaler

Læring i og mellom praksiser

Doktoravhandling ved Universitetet i Agder

Universitetet i Agder
Fakultet for teknologi og realfag
2012

Doktoravhandlinger ved Universitetet i Agder 57

ISSN: 1504-9272
ISBN: 978-82-7117-721-8

Trykk: Trykkeriet, Universitetet i Agder
Kristiansand

Forord

En avhandling blir ikke til i ensomhet. Den blir til i dialog med andre. Takk til alle som har vært med i dialoger fram til resultatet! Noen må nevnes spesielt. Takk til elevene, læreren og byggefirmaet som slapp meg inn slik at jeg fikk empirien jeg trengte for å studere matematikksamtaler og læring i og mellom praksiser. Jeg møtte en raushet som jeg har satt utrolig stor pris på. Takk til forskergruppen «Læringssamtalen i matematikkfagets praksis» (LIMP) ledet av professor Marit Johnsen-Høines – uten dere hadde jeg ikke våget å starte. Kollegaer, både i matematikkseksjonen og i stipendiatgrupper på HiB, NLA og UiA – dere har gitt meg styrke til å fortsette når jeg har trengt det. Kollegaer ved Aalborg universitet, blant andre professor Paola Valero, professor Helle Alrø, Poul Nørgård Dahl, Søren Friman som jeg fikk møte på studieopphold, dere har satt spor.

Takk også til min gamle arbeidsplass, NLA, Høgskolen, som gav meg permisjon og dermed trygghet til å ta fatt på en stipendiatperiode. Takk til min nye arbeidsplass Høgskolen i Bergen som sammen med Norges forskningsråd har gjort denne reisen økonomisk mulig ved å gi meg stipend.

To personer, mine veiledere professor Marit Johnsen-Høines og professor Simon Goodchild, har fulgt meg gjennom tykt og tynt. Takk for tålmodighet, utfordrende spørsmål, støtte når det har røynet på, gode råd og for at dere åpnet for muligheter jeg selv ikke umiddelbart så.

Til slutt: Takk Odd Kjetil! For tålmodighet, for oppbakking, for hjelp med engelsken (uten den hadde jeg ikke kommet meg på konferanser), for korrekturlesning og for at du er den du er!

Toril Eskeland Rangnes
Kristiansand, Norway
25.09.12

Abstract

The aim of this study “Students´mathematical conversations – Learning in and beween practices” is to examine students’ mathematical conversations and the students learning in and between practices. I study what characterizes mathematical conversations, and explore what potential the participation in such conversations in and outside school, have towards critical learning of mathematics. It is an expressed political goal that the subject of mathematics should be more practical in school. The government’s strategic document “Realfag for framtida, [MST for the future] 2010–2014”, describes company as an arena for concretization of school mathematics. This study aims to give teachers and teacher educators research-based insight into the conversations students initiate and are invited into as they move between different objectives for mathematics. It has also been an aim to provide curriculum developers and politicians research-based knowledge about how students learn mathematics through participation in a school-/business collaboration. The study is based on empirical data from an 8th grade class that collaborated with a construction firm to learn geometry. This collaboration was in the form of a school project where the students made physical models of a fisherman’s cabin. Concrete and abstract boundary objects, e.g., construction drawings, physical models and concepts such as scale, were important for the communication, both among the participants at school and between the students and a carpenter.

The study adopts a socio-cultural perspective of learning where learning takes place through participation in practices and dialogues. It is linked to Bakhtinian dialogism and describes how learning takes place in the meeting of different voices, repeatedly in tension with each other. Through struggling with the thoughts of others, one can become more conscious of one´s point of view. This provides opportunities to take a position and make choices. The study is a qualitative study. The empirical data is generated from a group of five students participating in conversations – between the students themselves, between students and teacher and between the students and carpenter. The conversations take place before, during and after visiting the construction firm. The conversation analyses are developed on the basis of Bakhtinian dialogism.

The students meet great complexity as they work practically, learn mathematics and learn how one uses mathematics for different objectives. Their expectations on how to work practically when learning mathematics become a topic of negotiation. The building company has

other ways of using mathematics than those the students meet in school. In the company, the students encounter an emphasis on reality and on dealing with rules and regulations. At school, the focus is on the learning of mathematics and on competence aims. At times, the implemented "practical mathematics" is not so practical after all. Other times, the students and the teacher make use of tools and thought processes used in the business. There is a tension between school and business that the students must deal with. There are differences in language, tools and ways of thinking. The study shows how dealing with this tension is about gaining insight into, confronting and forming socio-mathematical norms.

Realized and unrealized potentials for critical mathematical learning are identified. Critical mathematical learning is realized as the students reflect upon and choose among expressions from business and school. The students are genuine participants as they have the opportunity to influence topics, issues and "type" of conversation in interactions with the carpenter and the teacher. Current political themes and tensions among different objectives for mathematics are identified in conversations. These are not explicitly taken up for discussion by the students and the teacher, and are seen as unrealized potential for critical mathematical learning.

The school project provides opportunities for learning mathematics, participation in conversations, engagement, reflection, choice taking and ownership. To make room for outside voices in the mathematics classroom involves taking risks. When different perspectives meet through dialogue, no one can completely predict the course. The study shows that learning in and between practices, is not a matter of transferring or translating from one activity to another, but a hybridization and transformation where the participants together make something new.

Sammendrag

Målet med denne studien, «Elevers matematikksamtaler – Læring i og mellom praksiser» er å undersøke elevers matematikksamtaler og deres læring i og mellom praksiser. Jeg studerer hva som karakteriserer matematikksamtalene og undersøker potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot kritisk matematikklæring. Politisk er det et uttalt ønske at matematikkfaget må bli mer praktisk. Regjerningens strategidokument «Realfag for framtida, 2010–2014 » beskriver bedrifter som konkretiseringsarena for matematikk i skolen. Studien har til hensikt å gi lærerutdannere og lærere forskningsbasert innsikt i hvilke samtaler elever inviterer og inviteres inn i når de beveger seg mellom ulike formål for å bruke matematikk. Det har også vært et mål å skaffe til veie forskningsbasert kunnskap for politikere og planleggere om hva som skjer når elever skal lære matematikk gjennom å delta i et samarbeid med bedrift. Empirien i studien ble utviklet i en 8. klasse som samarbeidet med et byggefirma for å lære geometri. I elevprosjektet laget elevene modeller av en rorbu. Konkrete og abstrakte grenseobjekt, som plantegninger, modeller og begrep som målestokk, ble viktige for kommunikasjonen, både mellom deltakere i skolen og mellom elevene og tømreren.

Studien forankres i et sosiokulturelt læringssyn der læring skjer gjennom deltakelse. Den knyttes til bakhtinsk dialogisme og beskriver hvordan læring skjer i møte mellom ulike stemmer, gjerne i spenning til hverandre. Gjennom å streve med andres tanker kan en bli bevisst ens eget ståsted. Det gir muligheter for å ta stilling og gjøre valg. Studien er en kvalitativ studie. Empirien er hentet fra samtaler en elevgruppe på fem elever deltok i: samtaler dem imellom, mellom elevene og læreren og mellom elevene og tømreren. Samtalene foregår både før, under og etter bedriftsbesøk. Samtaleanalysene utvikles med grunnlag i bakhtinsk dialogisme.

Elevene møter stor kompleksitet når de skal arbeide praktisk, lære matematikk og lære hvordan en arbeider med matematikk for ulike formål. Forventningene deres til hvordan en skal arbeide praktisk i matematikklæring, blir tema for koordinering. Bedriften har andre arbeidsmåter når de arbeider med matematikk enn det elevene erfarer på skolen. I bedriften møter elevene vektlegging på realisme og på å forholde seg til forskrifter og reguleringsplaner. På skolen er det matematikklæring og kompetansemål som er i fokus. Den realiserte «praktiske matematikken» kan noen ganger være upraktisk. Andre ganger tar elever og læreren i bruk redskaper og tenkemåter fra bedriften. Det er en spenning mellom skole og bedrift som elevene må forholde seg til: det er forskjeller i språk, redskap og tenkemåter. Studien

viser hvordan dette handler om å få innsikt i, konfrontere og å danne sosiomatematiske normer.

Knyttet til potensial for kritisk matematikklæring, identifiseres realisert og ikke-realisert potensiale. Det realiseres ved at elevene reflekterer over og gjør valg mellom uttrykksformer fra bedrift og skole. Elevene er reelle deltakere der de får innflytelse på tema, problemstillinger og samtaleform i samhandling med tømreren og læreren. Aktuelle politiske tema og spenninger mellom matematikk for ulike formål, blir identifisert i samtaler. Disse blir likevel ikke eksplisitt tatt opp til diskusjon og sees på som ikke-realisert potensial.

Elevprosjektet gir muligheter for matematikklæring, deltakelse, engasjement, refleksjon, valg og deleierskap. Det innebærer risiko å gi stemmer utenfra plass i matematikkundervisningen. Når ulike perspektiv møtes gjennom dialog kan ingen helt forutse forløpet. Studien viser at læring i og mellom praksiser ikke er en overføring eller oversetting fra en virksomhet til en annen, men en hybridisering og transformasjon der deltakerne sammen skaper noe nytt.

Innhold

Forkortelser:

KD:	Kunnskapsdepartementet
KUD:	Kirke-, og utdanningsdepartementet
KUF:	Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet
LK06:	Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006
L97:	Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen: Læreplan for grunnskole og videregående opplæring
M74:	Mønsterplanen for grunnskolen, 1974
M87:	Mønsterplanen for grunnskolen, 1987
NOU:	Norges offentlige utredninger
UFD:	Utdannings- og forskningsdepartementet
LIMP:	Læringssamtalen i matematikkfagets praksis
TBM:	Teaching better mathematics

1 Matematikk i bruk, i og utenfor skolen

Studien har fokus på elevers matematikksamtaler og matematikklæring når elevene er i og mellom ulike praksiser. Jeg studerer matematikksamtaler elevene deltar i på skolen og i en bedrift. Jeg søker innsikt i hvordan disse samtalene får virkning for elevenes læring. Læring knyttes til å delta og engasjere seg i matematikk for ulike formål. Det handler også om å utvikle beredskap for å arbeide med matematikk i ulike praksiser som har forskjellige formål. Det innebærer å utvikle kritisk refleksjon, lære å ta stilling og å gjøre valg i og mellom praksiser.

Studien skal være et bidrag rettet inn mot lærerutdannere og lærere i praksis. Den skal gi innsikt i og bevissthet om hvilke matematikk-samtaler elevene inviterer og inviteres inn i. En slik innsikt er vesentlig for å utvikle læreres og lærerutdanneres praksis. Studien har som mål å bidra med innsikt i elevers læring i praktisk matematikkaktivitet når matematikklæring skjer i samarbeid med institusjoner utenfor skolen. Dette rettes ikke bare inn mot lærerutdannere og matematikklærere, men også mot politikere og samfunnsaktører som ser samarbeid mellom skole og bedrifter som en mulig vei til læring i realfag (Donnelly, 2009; Kunnskapsdepartementet [KD], 2010).

Først i avhandlingen (1.1) gis en kort beskrivelse, et tablå, av elevprosjektet jeg har hentet empirien fra. Det fungerer som bakteppe når hensikten med studien og studiens posisjonering og aktualitet beskrives. Tablået plasseres i innledningen også for å aktualisere og illustrere hvordan teori og begreper forstås i denne studien. Før analysekapitlene tjener empirien dermed både som referanse og som illustrasjon for teori. Tablået gir dessuten innblikk i sammenhengene samtalene som analyseres i kapitlene 6-8 står i.

1.1 Et elevprosjekt – i og mellom praksiser

Å lære matematikk gjennom bruk, er fokus når elevene på 8. trinn har et samarbeide med et byggefirma. Elevene blir delt i grupper på fem og får et oppdrag fra skolen og byggefirmaet: De skal lage modell av en rorbu[1]. På skolen lager gruppene plantegninger som skal diskuteres med tømreren i byggefirmaet. Tilbake på skolen lager hver gruppe ferdig en 3D-modell.

Et samtaletema som aktualiseres både på skolen og i bedriften, er om rorbumodellen skal lages realistisk eller forenklet. Annes familie eier en rorbu. Det gir henne førstehånds erfaring med hvordan en rorbu ser ut. Samtidig har Anne vært borte fra matematikktimene mens resten av

[1] Populære fritidsbygg ved kysten der elevene bor med båthus i 1. etasje og fritidsbolig i 2. etasje.

gruppen laget plantegning av rorbuen. I forkant av samtalen med tømreren, diskuterer Anne og Hilde formen på rorbuen:

Anne: Blir det ikke slik med bare en etasje da? (Tegner med hendene en øvre etasje av en rorbu med møne og skråtak.)
Hilde: Vi skulle visst ikke lage tak på sa læreren. Vi skulle bare … Tenk deg en skoeske (viser med hendene), sa hun (viser til læreren).
Anne: Ok. Jeg ser for meg en skoeske. (Former skoeske med hendene.)

Hilde referer til at læreren har forenklet oppgaven og sagt at de kan tenke seg en skoeskemodell i planprosessen. Elevene trenger ikke å ta hensyn til mønevegger. Når elevene, Anne, Hilde, Daniel, Jonas og Einar[2], samtaler med tømreren, sier han at gruppen må tenke på skråtaket når de planlegger innredningen. Det vil være upraktisk med kjøkkenbenk langs kneveggen, slik gruppen har tegnet. Skråtaket vil bli for lavt dersom en voksen skal stå og vaske opp. Tømreren viste at en skoeskemodell ikke er realistisk nok.

Byggefirmaet elevene skulle samarbeide med, blir av læreren beskrevet som et sted med kompetanse innen bygg og salg. Læreren formidler til elevene at det er viktig å lære matematikk i skolen som et grunnlag for å kunne bruke matematikk i yrkeslivet. Tømreren blir fremhevet som en som kan matematikk og som bruker mye matematikk i arbeidet sitt. Før bedriftsbesøket har elevene fått reelle plantegninger av ulike rorbuer fra tømreren. Disse brukes til inspirasjon for å lage egne plantegninger. Elevene forbereder seg i forkant til møtet med bedriften. De skriver ned hvilken type matematikk de tror at bedriften anvender, og de lager plantegninger av «sin» rorbu. Plantegningen fra firmaet er oppgitt i målestokk 1:100. Elevene oppdager at tegningene er forminsket, den oppgitte målestokken stemmer ikke. Gruppen velger å tegne sin plantegning i målestokk 1:50. Elevene diskuterer og samarbeider om å finne mål på rom og seng i rett målestokk. De sliter med å tegne ferdig innen fristen. Elevene gir uttrykk for at det er utfordrende å regne ut og vurdere målene i den valgte målestokken.

Når elevene skal presisere hvilken del av rorbuen de snakker om, brukes himmelretninger, «fasade sør» eller «fasade øst». Begrepene finner de på plantegninger fra bedriften og disse blir aktivt tatt i bruk.

Tømreren fremhever overfor elevene at når en bygger, må en ta hensyn til reguleringsforskrifter. Noen elever presenterer en tegning av en rorbu på 80 m^2. Den er for stor, sier tømreren. Den største flaten kommunen tillater er 50 m^2. I tilbakemeldingen fra tømreren, skinner synet hans på forskjeller mellom å arbeide med matematikk i skole og bedrift igjennom:

[2] Navnene er fiktive

Tømrer: Nå har dere tatt utgangspunkt i 80 kvm. Så er det helt greit for å sitte og regne og styre, men skal du lage en modell - gå ned til maks 50. Dette er godkjent i et regulert område.

For å gjøre matematikk i skolen (for å lære) er det greit nok å arbeide med 80 m^2 stor rorbu, men i en realistisk modell må rorbuen være maks 50 m^2 for å være akseptabel i forhold til kommunens reguleringsplan. Ulike mål for aktiviteten kommer her implisitt til syne.

Tømreren forteller elevene at det meste av matematikken han bruker i arbeidet sitt, har han lært gjennom å erfare og anvende matematikk han trenger i jobben. Tømreren demonstrerer for eksempel hvorfor de alltid beregner i overkant når de tar mål av bygningsmateriell. Han har erfart hvor mye som går med til avkapp og tar dette med i beregningene.

Tømreren demonstrerer bruk av redskap, for eksempel tegnemaskin (mekanisk) med linjaler og vinkelmålere. Han forteller om data-programmer som regner ut kostnader til materialer og arbeid, inkludert beregning av moms. Han viser til andre redskap enn dem elevene bruker på skolen. Elevene lærer å bruke passer og linjal for å konstruere vinkler i arbeid med rorbumodellen. I arbeid med målestokk regner de ut målene de trenger til plantegning ved hjelp av algebra. I møtet med tømreren får de demonstrert hvordan han bruker reduksjonsstav for å finne mål i en valgt målestokk. Reduksjonsstaven blir adoptert av elevene og læreren. Redskapet forenkler deres arbeid med målestokk.

Elevene beveger seg mellom skole og bedrift ved at de fysisk beveger seg mellom institusjoner. I denne studien er det likevel ikke den fysiske bevegelsen som sees på som mest vesentlig. Elevene beveger seg mellom ulike mål, ulike språksettinger og tankemønster og ulike red-skap. Disse bevegelsene kan identifiseres i elevenes samtaler og gi innsikt i elevenes læring.

1.2 Studiens hensikt

Som lærer og spesialpedagog med lang erfaring i grunnskolen og i lærerutdanning, har jeg alltid vært opptatt av en inkluderende matematikkundervisning. Jeg har hatt et ønske om at alle elevene skulle finne noe meningsfylt i matematikk, noe som de kunne undersøke sammen og samtale om. Da tenker jeg både på rene matematiske tema og praktisk matematikk knyttet til hverdagsaktiviteter. I skolehverdagen kan det være utfordrende å knytte matematikklæring til situasjoner der matematikk reelt trengs og ikke bare er et påskudd for å arbeide med en matematisk ide (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003). Politisk argumenteres det for at matematikkundervisningen må bli mer praktisk. Det handler om inkludering der alle elever, både de som senere velger fordypning i matematikk og de som velger yrkesfag med praktisk matematikk, skal se det meningsfylte i å lære matematikk.

I Norge har det vært gjennomført ulike forsøk for å få skole-matematikk bedre knyttet til livet utenfor klasserommet. Et eksempel er fra skolen jeg henter empirien fra, der elevene samarbeidet med et byggefirma for å lære matematikk. Samarbeidet var forankret i prinsipper for opplæring i Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (heretter forkortet LK06) (Kunnskapsdepartementet [KD], 2006)[3]. Der kan en lese at samarbeid med miljø utenfor skolen kan gjøre fagene mer konkrete og virkelighetsnære, og at dette kan øke både evne og lyst til å lære. Utenom forskningsprosjektet «Læringssamtalen i matematikkfagets praksis» [LIMP] som min studie er en del av, finner jeg lite forskning på matematikklæring som fremmes i samarbeid med bedrifter på ungdoms-trinnet. Denne studien er et bidrag til å framskaffe kunnskap om kvaliteter ved læring som kan forekomme når elever samarbeider med en bedrift for å lære matematikk. Den skal gi innsikt i ulike matematikk-samtaler elevene deltar i når de er i skole og i bedrift. Analyser av samtalene skal gi innsikt i kvaliteter ved læring i og mellom praksiser. Dette kan gi lærere og lærerutdannere innsikt i læringsprosessene elevene står i. Analysene kan også gi innsikt i utfordringene elever og lærere må håndtere når praksisene har ulike mål for virksomhetene. Det skal være et kunnskapsbidrag inn mot en aktuelle politiske diskusjonen om hva skolematematikk skal være og om hvilken læring som kan ligge i realistisk matematikkundervisning[4].

Hensikten med studien er å

- *få innsikt i hva som karakteriserer matematikksamtaler elevene deltar i når de beveger seg mellom ulik bruk og betydning*
- *kunne beskrive potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritiske matematikklæring.*

Kritisk matematikklæring kan være å ta kontroll over kunnskaper. Å ta kontroll, skriver Mellin-Olsen (1995, s. 65), er å vite at en har kunnskapen disponibel, et en kan bruke kunnskapen for ønskede formål og at en vet at en har lov til å bruke den. Å vite at en har råderett over kunnskapen er en innsikt på metanivå (Ibid.). For min studie kan det å studere om elevene tar kontroll blant annet bety å studere om elevene bruker matematikk i argumentasjon både fra bedrift og skole, og om elevene tar egne valg. Det handler om å engasjere seg i læring og om å ta eierskap, som Alrø og Skovsmose (2002) beskriver. Jeg knytter kritisk matematikklæring også til refleksjon (Alrø & Skovsmose, 2006a; Gellert, Jablonka, & Keitel, 2001). Kritisk refleksjon knyttet til

---

[3] http://www.udir.no/Lareplaner/Prinsipp-for-opplaringa/Samarbeid-med-lokalsamfunnet/ hentet 31.juni, 2012.

[4] Med realistisk matematikkundervisning mener jeg her å lære matematikk der matematikk er i bruk (arbeid, fritid), og knytte dette til matematikklæring i skolen.

matematikk kan, blant annet, bety å reflektere over framgangsmåter og resultat. Spesifikt i min studie, betyr det også å reflektere over bruk av matematikk i skole og i bedrift.

Studien har ikke bare fokus på matematikklæring i et konkret samarbeid med bedrift. Den har også til hensikt å gi innsikt i matematikksamtaler og læring i skolen. Dette ligger på to nivåer. Jeg undersøker på det første nivået om elevene gjennom deltakelse i matematikksamtaler i empiriens kontekst, blir bevisst på forskjeller og likheter mellom arbeid med matematikk i skolen og i bedriften. På det andre nivået rettes fokuset mot matematikksamtaler og praktisk matematikkaktivitet i skolen i lys av samtaler om og bruk av matematikk i bedrift. Gjennom møte med det som er annerledes (her bedrift) er det mulig å se hva som særpreger virksomheter som en er familiær med. Studien søker derfor også å få fram innsikt i matematikksamtaler og læring som vanligvis finner sted i skolematematikken, særlig der elevene arbeider med praktiske matematikkaktiviteter.

Gjennom studien skal jeg både

- *frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring når elevene beveger seg mellom skole og bedrift,*
- *og samtidig frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring i skolen, ved å se disse i lys av matematikksamtaler i bedrift.*

Studien er en kasusstudie på mikronivå. Det vil si at det er en nærstudie der få elever, en lærer og en tømrer er involvert. Den primære hensikten er å utvikle teoretiske begrep og gjøre prosesser som skjer i matematikklæring mer forståelige. Mikrokulturer, skriver Voigt (1995), lever sitt eget liv der karakteristiske trekk er avhengige av skjulte mønster, konvensjoner, og normer som er vanskelige å endre. Det skjer gjennom evolusjon (Voigt, 1995), noe som tilsier langsom endring. Jeg ønsker å bidra til endring. Innsikt om matematikksamtaler og matematikklæring i lys av bevegelse mellom ulik bruk av matematikk og ulik betydning matematikk kan ha, vil kunne være til hjelp i å videreutvikle skolens matematikkundervisning og vår forståelse av denne.

1.3 Bakgrunn og aktualitet

Her i 1.3 beskrives min profesjonsfaglige bakgrunn for å gå i gang med denne studien. Aktualitet innenfor samfunn og forskningsfeltet gjøres rede for i 1.4.

1.3.1 Profesjonsfaglig bakgrunn

Min forforståelse av matematikksamtaler og matematikklæring er preget av min bakgrunn som mangeårig lærer og spesialpedagog i barne- og ungdomsskolen. Som spesialpedagog erfarte jeg hvor ulike forutsetninger elever har for å lykkes i matematikk. De møtte faget med ulike erfaringsbakgrunner og ulike interesser. Jeg arbeidet for å gjøre matematikk meningsfull for flere elever gjennom praktisk tilknytting, eksempelvis ble måleenheter arbeidet med gjennom sløydaktiviteter og baking. Gjennom videreutdanningskurs ved HiB, så jeg alternative veier gjennom en matematikkundervisning der både samtaler og tilknytting til hverdagsliv ble sett på som viktig for å utvikle elevenes meningsskaping i og om matematikk. I denne forbindelse utførte jeg et utviklingsarbeid der elevene utforsket hvordan veksten ville være i en saueflokk i løpet av en tiårsperiode. Utgangspunktet for den matematiske utfordringen var elevenes engasjement rundt lam og sauer på en gård som skolen hadde samarbeid med. I utviklingsarbeidet brukte jeg samtale som metodisk grep for at elevene skulle lære matematikk gjennom å samtale. Jeg brukt også samtale for å få innsikt i elevenes tenkning når de løste matematiske problem. Det var fascinerende å se hvordan 8-9 åringene løste matematiske vekstproblem, der matematikk ble knyttet til konsekvenser av vekst i en sauebestand (Rangnes, 1997).

Som lærebokforfatter i læreverk underlagt L97 (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement [KUF], 1996) ble jeg bevisst rollen læreboka (og jeg som forfatter) har i skolens matematikkundervisning. Samtale ble vektlagt gjennom illustrasjoner og snakkebobler, men også gjennom oppfordringer i lærebøker og veiledninger til samtaletema i matematikk. Samtidig så jeg begrensninger et skriftlig medium har når en har som intensjon å spille på lag med elevenes interesse og å kommunisere med elevene dialogisk. Læreboken ble en monologisk ytring. Dette førte meg videre inn i et hovedfagsarbeid som var en kasusstudie av, og et samarbeid med, to lærere på 3.-4. trinn som ønsket å endre matematikkundervisningen fra en lærebokstyrt til en mer læreplanstyrt undervisning (Rangnes, 2002). For lærerne var det et mål at elevene skulle lære matematikk gjennom å arbeide praktisk med matematikk. Andre mål var at elevene skulle lære matematikk gjennom å samtale og samarbeide i matematikk, og de skulle lære å samarbeide gjennom arbeid med matematikk. Slik hadde de to lærerne mye av samme filosofi om matematikkundervisning som lærerne Boaler beskriver fra en byskole i USA (Boaler, 2008) der elevene ble oppfordret til å hjelpe hverandre, ta ansvar, ha respekt for forskjeller og lære å samarbeide gjennom arbeid med matematikk.

I datainnsamlingen til hovedfagsstudiet observerte jeg hvor sårbare elever kan være i en setting der matematikk diskuteres. Elevene posisjonerte seg selv. Noen ganger skjedde dette på bekostning av elever som tenkte annerledes enn dem selv. Disse samtalene anvendes i en artikkel hvor vi, Johnsen-Høines og jeg, (2007), indikerer hva god undervisning for elever med spesielle behov i matematikkopplæring kan være. Vi fremhever at en rolle for pedagogisk-psykologisk tjeneste

(PPT) kan være å veilede lærere i hvordan samtaler kan brukes i en inkluderende matematikkopplæring. Arbeidet med hovedfaget og samarbeidet med Johnsen-Høines, har åpnet øynene mine både for mulighetene som ligger i matematikksamtaler, men også for utfordringene som enkeltelever kan erfare. Dette ser jeg som nyttig erfaringsbakgrunn for denne studien.

I samtaler med studenter og lærere har jeg ofte hatt oppe som tema hva en god matematikksamtale kan være og hvorfor det er så viktig at elevene får utrykke seg muntlig i matematikk. Jeg har erfart hvor utfordrende det er å sette ord på og analysere matematikksamtaler i lys av læring. Erfaringen har gitt meg behov for å lære mer.

Min studie er del av forskningsprosjektet «Læringssamtalen i matematikkfagets praksis» (LIMP, støttet av Norges Forskningsråd) og har tatt opp i seg målsettinger herfra. LIMP har fokus på elevers arbeid med «praktisk matematikk», matematikksamtaler og samarbeid med lærere og lærerstudenter for å utvikle undervisning og utforske kvaliteter ved samtaler i perspektiv av læring (Hana, Hansen, Johnsen-Høines, Lilland, & Rangnes, 2010). Min profesjonsfaglige bakgrunn og interesse for feltet har likevel gitt meg den største motivasjonen for å gå i gang med denne studien. Bakgrunnen preger min forforståelse og har sammen med perspektiver formulert i LIMP gitt retning for hva jeg søker innsikt i.

1.3.2 Aktualitet nasjonalt og internasjonalt

Mens denne studien har vært under arbeid, har matematikkfaget i skolen vært sterkt diskutert i politiske fora og i massemedia. Både lærere og elever har tatt til ordet for en mer praktisk matematikkundervisning[5]. I læringsplakaten (LK06) er det hjemmel for å samarbeidet med institusjoner og bedrifter i nærmiljøet for å lære og for å bli mer motivert for fag. Dette har blitt spesifisert i strategiplanen «Realfag for framtiden, 2010-2014» (KD, 2010) til å ha relevans for matematikkfaget. Blant aktørene, Nasjonale utdanningsmyndigheter, Kommunenes sentralforbund, Næringslivet arbeidsgiverorganisasjon, Arbeidstakerorganisasjoner, Universitets- og høyskolesektoren og Norges Forskningsråd, er det bred enighet om satsing på realfag. Det er et satsingsområde å gjøre matematikk mer relevant for elevene gjennom å erfare faget i praktisk bruk i næringsliv. Det er det også å gjøre elevene til mer aktive deltakere i undervisningen. Tradisjonelt er det liten grad av diskusjon og samtale i norsk matematikkundervisning. Elevene får instrukser av læreren og de jobber mye individuelt (Grønmo, Onstad, &

[5] Eks fra aviser: http://www.noblad.no/nyheter/vi-vil-ha-mindre-teori-og-mer-praksis-1.5771844 og http://www.dagbladet.no/2012/07/15/kultur/debatt/kronikk/skole/22542343/.

Pedersen, 2008). Elevenes middelmådige resultat blir delvis begrunnet ut fra denne undervisningsformen.

Elevers frafall i videregående skole blir også begrunnet med en ensidig teoretisk opplæring, både på ungdomsskolen og i videregående skole. Særlig blir matematikkfaget bøygen for mange elever. Derfor er det i det siste utviklet flere tiltak der elevene blant annet skal erfare matematikk som et mer praktisk fag[6]. Praktisk matematikk er politisk sett svakt definert. Det omtales noen ganger knyttet til tekstoppgaver, andre ganger til bruk av konkretiseringsmidler, og enkelte ganger også til matematikk i praktisk bruk som i en bedrift.

Trenden med å bruke praktisk anvendelse av faget knyttet til yrkeslivet, er ikke et særnorsk fenomen. UNESCO (2001) argumenterer for at deltakelse i yrkeslivet for å lære og å bli motivert for fag, bør inn i læreplaner for grunnskolen. Donnelly (2009) har tatt temaet opp til debatt. Han spør om det er det samfunnets behov for arbeidskraft eller om det er for elever som sliter med faget.[7]

Forskningprosjektet LIMP hadde i starten sammarbeid med «Gode sirklar» som var et interkommunalt sammarbeid for næringslivet i kommunene Fjell, Sund og Øygarden. Et underprosjekt av «Gode sirklar» var «praksisnær undervisning» som hadde som målsetting å gjøre realfag mer tilgjengelig for elever gjennom skole-bedriftssamarbeid.

Det er mye politisk retorikk knyttet til initiering av samarbeid mellom skole og bedrifter, der bedriften blant annet skal fungere som konkretiseringsarena (KD, 2010) for skolens matematikkundervisning. Jeg erfarer at argumentasjonen i liten grad er forskningsbasert. Denne studien har til hensikt å bidra med kunnskapsutvikling når det gjelder matematikklæring knyttet til deltakelse i og mellom praksiser.

1.3.3 Aktualitet innen forskningsfeltet

Det finnes en del forskning på matematikklæring og arbeidsliv. Dette er ofte studier av voksne arbeidstakere (Evans, 1999; Hoyles, Noss, Kent, & Bakker, 2010; Wedege, 2010). Bidragene i proceedings for konferansen «Educational Interfaces between Mathematics and Industry, Lisbon» (EIME, 2010) viser en bredde innenfor feltet. Her beskrives forskning på matematikklæring og utdanning knyttet til undervisnings-institusjoners samarbeid med bedrifter. Studiene det vises til er stort sett knyttet til studenter og elever innenfor universitet, høgskoler og videregående skoler. Artiklene fra konferansen viser muligheter for

[6] Eksempel: Ny giv, et program for å øke antall elever som består og gjennomfører videregående skole. http://www.hordaland.no/Hordaland-fylkeskommune/opplaering/Satsing-mot-frafall/Ny-GIV1/Ny-GIV-Oppfolgingsprosjekt/ Lastet ned 08.aug.2012

[7] Denne debatten utdypes i kapittel 2.2.2.

kritisk matematikklæring eksempelvis gjennom matematisk modellering relatert til matematikk i industri/næringslivs-virksomhet. Jeg finner imidlertid lite forskning på hvilket potensial et slikt samarbeid kan ha for grunnskoleelevers kritiske matematikklæring. Det betyr ikke at arbeidslivet er fraværende i skolematematikk på grunnskolenivå og i forskning. Arbeidslivet kan være representert enten i tekstoppgaver eller i «storyline»-opplegg hvor elever settes i en situasjon der det iscenesettes at de skal lede og drive en bedrift (Alrø & Skovsmose, 2002). Nunes, Schliemann, og Carraher (1993)[8] har en gjort en studie av gatebarns utregning i forbindelse med gatehandel og i skolesituasjon. I formell skriftlig matematikk på skolen klarte barna ikke å bruke sine uformelle matematikkferdigheter, slik de gjorde på gata. Studien viser sammenhenger mellom barnas muntlige språk og barnas uformelle «gate-matematikk». Andre studier, for det meste knyttet til voksne, viser også forskjeller mellom å løse matematikk i skole og i arbeidsliv. Forskjellene kan synes å være til hinder og skape vanskeligheter. Matematik-kunnskapen ser ut til å være situert, den lar seg ikke lett overføre til nye situasjoner (Lave & Wenger, 1991).

Kommunikasjon i matematikklasserommet er et aktuelt og stort forskningsfelt. Dette gjenspeiles i nyere forskningslitteratur (Chronaki & Christiansen, 2005; Moschkovich, 2010b). Moschovich (2010a) beskriver forskningsfeltets framtidige utfordringer. Blant annet nevnes en tilrådning «to recognize the complexity of language»: «Many more research studies are needed to better understand how mathematical discourse practices and discourses differ depending on the setting, context, and circumstances« (Moschkovich, 2010a, s. 153). Moschkovich fremhever at nye studier må ta i betraktning hvilken matematisk kunnskap og diskursive praksiser elevene bruker på tvers av omgivelser og miljø, og hvordan en kan synliggjøre ulike måter elever argumenterer matematisk på tvers av disse. I stedet for å forsterke skillet, bør forskere ta utgangspunkt i matematisk aktivitet som en sammenhengende enhet mellom praksiser i skolen og utenfor skolen, argumenterer hun.

Johnsen-Høines (2002) utviklet begrepet «fleksible språkrom» med utgangspunkt i to lærerstudenters argumentasjon. De beveget seg mellom formell-matematiske- og hverdagsmatematiske tenkemåter. Det foregikk i klasserommet. Tekstoppgaven studentene arbeidet viste seg å være utgangspunkt for bevegelsen mellom ulike tenkemåter og praksiser. Min studie tar utgangspunkt i ulike diskursive praksiser, i skole og i bedrift. Målet er å bringe fram kunnskap om elever i grunnskoleelevers argumentasjon og læring i og mellom praksiser. Jeg bygger på studier

[8] Mer utdypende om denne studien i kapittel 4.3.2

som her er nevnt. Samtidig ser jeg mangel på forskningsbasert kunnskap på området, særlig knyttet til ungdomsskoleelever og matematikklæring i møte med bedriftspraksis. Mange studier viser begrensinger i å anvende en generell matematikk på tvers av praksiser. Færre ser etter hvilke potensialer som ligger i læring i og mellom praksiser. Min studie ser etter potensialer i dialogiske møter mellom praksiser. Jeg studerer med andre ord potensialer for læring i og mellom praksiser der praksisene kan ha ulike språklige ressurser, ulike redskap i bruk og ulike mål for virksomheten. Med utgangspunkt i at det finnes et skille mellom matematikk i skole og i bedrift (Wedege, 2006), søker jeg innsikt i om og hvordan elever tar i bruk ressurser fra flere praksiser og argumenterer på tvers av disse.

1.4 Matematikksamtale

Som nevnt side 20, er denne studien en del av forskningsprosjektet «Læringssamtalen i matematikkfagets praksis» (LIMP) ledet av professor Marit Johnsen-Høines (2010). Et av målene for LIMP har vært å klargjøre begrepet læringssamtale. Læringssamtale er innenfor LIMP-prosjektet knyttet til læring av matematikk, kritisk læring, studenters praksislæring og forskernes egen læring gjennom utprøvende samtaler. Slik er læringssamtalen et vidt begrep. Denne studien er begrenset til samtaler elever er deltakere i knyttet til matematikklæring; det er elevers samtaler med hverandre, med lærer eller med bedriftsansatte. For meg var læringssamtale i utgangspunktet en dialog der deltakerne har en intensjon om å lære, der deltakerne ønsker å undersøke noe sammen med andre og der en viser åpenhet overfor samtalepartners perspektiv. Oppfattingen var preget av Alrø og Skovsmoses IC modell (Inquiry-Co-operation Model) (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 63). Der er dialog beskrevet som undersøkende, risikovillig og uforutsigbar. Dialog er dessuten basert på likeverd. Indikatorer på en innbyrdes undersøkende prosess beskrives gjennom talehandlinger som å komme i kontakt, oppdage, identifisere, argumentere, tenke høyt, reformulere, utfordre og evaluere (Alrø & Skovsmose, 2006b). Gjennom diskusjoner og dialoger med deltakerne i LIMP, har jeg kommet fram til at læringssamtale kan forstås videre. Det kan være samtaler der intensjonen er deltakelse og læring. Samtalen må ikke nødvendigvis være av undersøkende karakter. Å se på samtale som læringssamtale innebærer imidlertid å se på samtalen i perspektiv av læring. Min forståelse preges av at en som deltaker i matematikklæringssamtaler søker innsikt i det matematiske temaet en snakker om. Samtidig lærer deltakerne noe om å lære, en kan bli bevisst egen og andres kompetanse, få innsikt i maktstrukturer, lære om sammenhengene samtalen foregår i og sammenhengen faget matematikk settes inn i. Som deltaker lærer en slik mer enn bare det matematiske temaet.

Alrø og Skovsmose (2002) uttrykker ideen bak sin studie av undersøkende dialog slik: «Certain qualities of communication, which we try to express in terms of dialogue, support certain qualities in learning of mathematics, which we refer to as critical learning of mathematics …« (Alrø & Skovsmose, 2002). Det er ikke likegyldig hvilken form samtalen har. Matematikk kan læres gjennom samtaler. Inkludert her er å lære hvordan matematikk komuniseres. Jeg vil i denne studien studere samtaler for å få innsikt i samhandlende læring som kvalitet ved samtaler. En slik innsikt kan bidra til en bevisstgjøring av hvilke former for samtaler elevene inviterer og inviteres til, knyttet til matematikklæring. Samtalene studeres i lys av kritisk matematikklæring når elevene beveger seg i og mellom praksiser. Studien skal bidra til å utvikle og gi innhold til begrepet matematikksamtale. Jeg kunne valgt å bruke LIMP sitt begrep læringssamtale. Jeg ser ingen motsetning mellom de to begrepene. Når jeg likevel har valgt å bruke matematikksamtale som begrep, er det fordi jeg erfarer at betegnelsen er innarbeidet i studenters og læreres vokabular, uten at det er et klart definert begrep i utgangspunktet. Dette åpner for at jeg gjennom studien kan gi innhold til og teoretisere begrepet matematikksamtale i et læringsperspektiv.

1.5 Teoretisk forankring

Studien forankres i et sosiokulturelt perspektiv på læring. Der handler læring om hvordan mennesker tilegner seg kunnskap og hvordan de formes gjennom deltakelse i kulturelle aktiviteter. Det handler også om hvordan de tar i bruk redskaper som kulturen[9] rår over (Säljö, 2001; Vygotsky, 1978). Redskap kan her være fysiske, språklige og mentale.

Wertch (1999) poengterer likheten mellom Vygotsky og Bakhtin på et vesentlig felt: begge bygger på at menneskelig aktivitet og bevissthet er fundamentalt formet av sosiale krefter. Det finnes også vesentlige forskjeller mellom Vygotsky og Bakhtin. Wertch (1999, s. 66) skriver at Bakhtin fokuserer på hvordan sosialt språk og talesjangre inneholder et mangfold av «bounded verbal-ideological and social belief systems». Dette står i kontrast til Vygotskys «assumptions about a relatively homogeneous community of symbolic analysts» (Wertsch, 1999, s. 66). Vygotsky plasseres slik mer harmoniserende enn Bakhtin. Vygotskys sosiale tilnærming til bevissthet knyttes til å utvikling felles forståelse eller bevissthet. Det handler om å tilegne seg kulturen en er en del av, skriver Matusov (2011). I Bakhtins dialogiske tilnærming, er ikke felles

[9] Jeg forstår kultur her som fellesskap av kunnskaper, ideer, verdier og normer som et samfunn har.

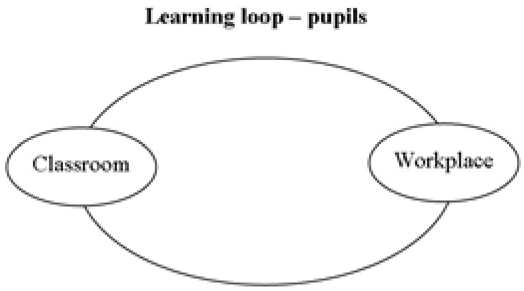
bevissthet målet. Tvert i mot er ulike bevisstheter en nødvendig forutsetning for dialog, for menneskelig kommunikasjon og samvær mellom mennesker. Det er dialogisk når en behandler andres bevissthet med samme respekt som ens egen (Matusov, 2011). Målet med utdanning ut fra en Bakhtinsk perspektiv er

> … not to make students have the same understanding as the teacher, but rather to engage them in historically valuable discourses, to become familiar with historically, culturally, and socially important voices, to learn how to address these voices, and to develop responsible replies to them without an expectation of an agreement or an emerging consensus. (Matusov, 2011, s. 115).

I denne studien der jeg studerer læring gjennom møte mellom ulike virksomheter med ulike mål for å bruke matematikk, tar jeg i hovedsak et Bakhtinsk dialogisk perspektiv. Med det mener jeg at en lærer gjennom å delta i og engasjere seg i dialoger der ulike perspektiver møtes. Dette kan bety å ta eget og andres perspektiv opp til vurdering, gjøre valg og gjøre seg opp en mening. Jeg studerer matematikksamtaler i og mellom praksiser. Det vil si at jeg i elevprosjektet også ser etter møter mellom ulike perspektiv i skolepraksis som mellom elever, eller mellom elever og lærere.

Dreier (1999) understreker at en adekvat forståelse av læring krever at en utvikler en samlet teori om deltakelse i flere kontekster og på tvers av dem. En må unngå at en deler opp i ulike former for læring som har lite kontakt med hverandre, som f. eks. skolelæring versus læring i praksis. En løsning, skriver han, kan være å tenke seg at læring skjer gjennom å være engasjert i ulike former for deltakerbaner der en beveger seg mellom ulike praksiser. Deltakerbanene kan være både institusjonelle, samfunnsmessige og personlige og noe vi alle vil bevege oss i gjennom dagen og gjennom livet.

Johnsen-Høines (2009; 2010) illustrerer elevenes læringsløype som bevegelse mellom klasserom og arbeidsplass og understreker at denne bevegelsen ikke er sekvensiell:



Figur 1. Elevenes læringsløype, (Johnsen-Høines, 2010)

Hun beskriver læring som noe som skjer i praksis og mellom praksiser. Det vil si at en lærer før en entrer en praksis, underveis i praksis og i refleksjonen som foregår i ettertid av en praksis. Dermed skjer det også en refleksjon imellom praksiser som kan være i etterkant av den ene og i forkant av den andre (Johnsen-Høines, 2010). Når jeg går inn i samtalene og studerer hva som skjer i bevegelse mellom praksiser med bakgrunn i Bakhtins teori om dialogisitet[10] og møte med «annerledeshet», antar jeg at bevegelser imellom de ulike praksisene reflekteres og kan identifiseres i enkeltytringer i samtaler.

1.5.1 Språkbrukssfære og talesjangre

I min forankring i bakhtinsk dialogisme, har to begrep stor betydning; språkbrukssfære og talesjanger. Elevene møter to ulike sammenhenger hvor matematikk blir brukt gjennom skole og bedrift. Ulike temaer blir aktualisert og ulike redskaper blir brukt. Målene for hvorfor en bruker matematikk har betydning for utvikling av sjangre innen språkbrukssfæren, dette er begreper jeg henter fra Bakhtin (2005). Hvordan språket brukes, hvilke tema, og hvilken stil og begreper som anvendes, aktualiseres i språkbrukssfæren. Bakhtin skriver at ytringer alltid er plassert i en språkbrukssfære – så selv om ytringen er individuell, vil den være preget av og forstås ut fra den språkbrukssfæren individene er i (Bakhtin, 2005). I språkbrukssfærer vil det utvikles talesjangre som viser seg i bestemte og relativt stabile tema som blir aktualisert, i kompositoriske og i stilistiske typer av ytringer.

En språkbrukssfære er ikke en isolert enhet. Den kan være til dels sammenfallende med en annen. Eksempelvis befinner bedriften og skolen seg i landet Norge, og befinner seg dermed i samme språkbrukssfære på makroplan (gjennom sitt nasjonalspråk). Både elever, læreren og tømreren henter språklige ressurser fra denne språkbrukssfæren. Noe av vokabularet, sjangrene og ekspressivitet, vil likevel kunne være spesifikke for de to språkbrukssfærene. Ekspressivitet kan knyttes til personlig stil, uttrykksmåte, gester eller intonasjon som kan utrykke en persons forståelse, følelser og holdninger. En sjanger som er veldokumentert i matematikklasserom er der læreren tar initiativ, ofte i spørreform (I), eleven gir responser (R) og læreren gir tilbakemelding (feedback) (F). Dette er kjent som IRF-mønster (Alrø & Skovsmose, 2002; Cestari, 1998; Coulthard, 1992). Dette mønsteret vil en trolig ikke støte på innenfor en bedrift der arbeidstakerne arbeider sammen om produksjon. Tømreren vil som regel ha mer kunnskap om planlegging og bygging av hus enn kunden, på samme måte som læreren som regel vil ha mer kunnskap innen faget sitt enn eleven. En kundesamtale vil likevel ikke følge et IRF- mønster. Om tømreren inviterte til et slikt mønster, og spurte om noe han visste, for så å evaluere kundens svar, ville kunden kunne oppfatte det som en fornærmelse. Sjangeren påvirker innhold og form i ytringene. Den påvirker hvilke muligheter for utvikling samtalen kan ha. Talesjangre slik Bakhtin beskriver det, kan være både muntlige

[10] Dialogisitet som begrep hos Bakhtin blir utdypet i kapittel 3.

og skriftlige og opprettholdes gjennom forventinger deltakerne har til hvordan talesjangeren skal være. To streker under svaret eller alltid å skrive benevning ved måling, er eksempler på en typisk skriftlig talesjanger i norsk skolematematikk. I praksis kommuniserer vi mennesker alltid gjennom talesjangre, uten at vi nødvendigvis er bevisst på at vi gjør det. Vi posisjonerer oss gjennom valg av talesjanger. Elevene bruker sine talesjangre når de snakker seg imellom, lærer og klassen utvikler sine sjangre og de bedriftsansatte velger ulike sjangre alt etter om de snakker med kunder, lærlinger eller kollegaer. «Dei genrane som førekjem innanfor ei sfære tilpassar seg den ved å rette seg etter dei spesifikke tilhøva som gjeld for sfæren, og samsvarer slik med bestemte stilartar.», skriver Bakhtin (2005, s. 5). Sjangrene tilpasser seg sfæren en er i. Uten talesjangre ville kommunikasjon vært umulig – en forstår innholdet ut fra sfæren ytringen finner sted (Bakthin, 2005). Samtidig, jo bedre en behersker en talesjanger, jo friere kan en bruke den og slik kan talesjangeren utfordres og utvikles.

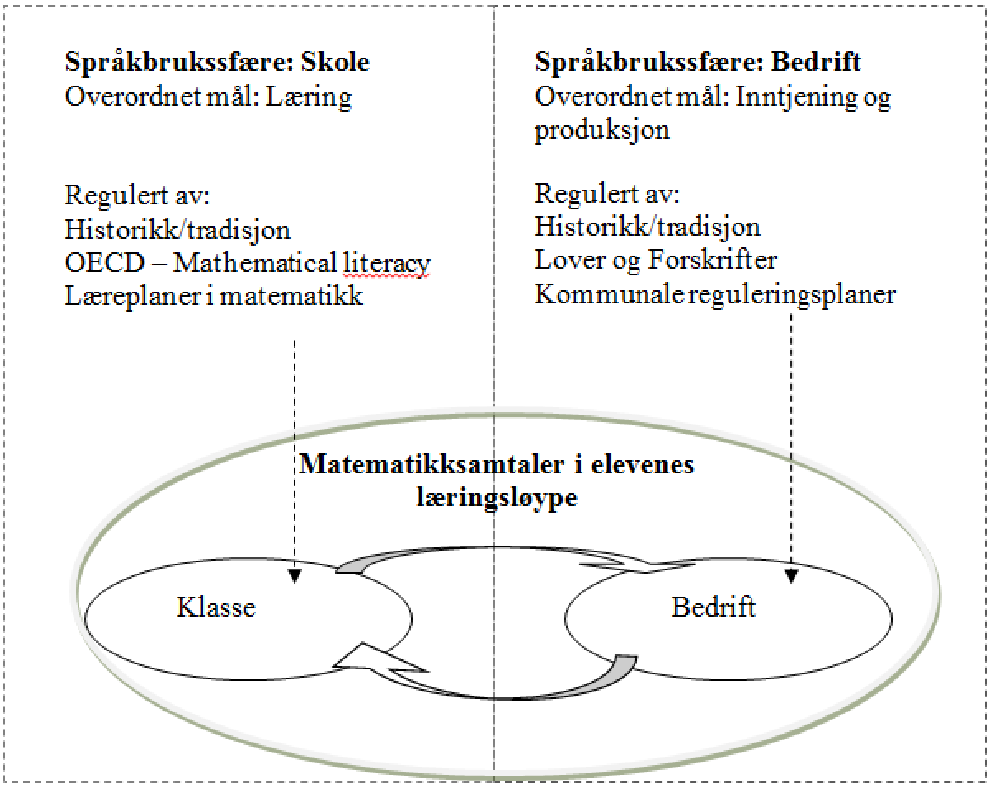
Noe av styrken jeg ser ved å bruke Bakhtins begrep om språkbrukssfære og talesjangre i denne studien rettet inn mot matematikksamtaler i bevegelse mellom skole og bedrift, er Bakhtins fokus på læringspotensial når ulike kulturer og språk møtes. Å møte «andres» tanker og språk som er ulik ens egne, undersøke dem, kjempe med dem – er med på å forme tenkningen:

> For også tanken sjølv – både den filosofiske, den vitskaplege og den kunstnarlege – oppstår og vert forma i ein prosess av gjensidig påverknad og kamp med andre sine tankar, og dette kan ikkje anna enn å bli reflektert også i dei verbale uttrykksformene for tankane våre. (Bakhtin, 2005, s. 36).

Gjennom å studere samtalene elevene deltar i, kan jeg registrere endringer som skjer når elevene møter og må ta stilling til matematikk i en sammenheng som er annerledes enn i skolematematikk. Hvordan elevene tar i bruk andres tanker (lærers, medelevers og bedriftsansattes) i språket og hvordan de velger å posisjonere seg gjennom valg av talesjanger, kan reflektere bevegelse og læring.

Som forsker beveger jeg meg mellom ulike nivåer; jeg kan ikke se på samtalene uten å se på makronivå, det jeg studerer er en del av et større hele. Og jeg kan ikke se på makronivå uten å studere det som skjer i skolen knyttet til elevenes matematikklæring. Samtidig har jeg valgt et klart fokus som er på mikronivå, jeg søker å studere og forstå hva som skjer i samtaler når elevene skal arbeide praktisk med matematikk der de får innspill både fra skolematematikken og fra byggevirksomheten. Resultatet tolkes så i lys av makronivå, i forhold til skolens og byggevirksomhetens mål, tradisjoner, lover og forskrifter, med særlig vekt på potensialet bevegelsen har for matematikklæring og kritisk læring.

En grafisk framstilling av studien forestiller jeg meg slik:



Figur 2. Grafisk framstilling av studien.

Figur 2 er en billedlig framstilling av studien. Alle boksene har stiplete linjer. Det finnes ikke vanntette skott mellom sfærene. Deltakere i skole og bedrift befinner seg i tillegg i en større språkbruksfære som alle deltakerne, både elever, lærer og bedriftsansatt, henter språklige ressurser fra; norsk språk og kultur. Samtidig er det forskjeller mellom språkbrukssfærene som skole og bedrift befinner seg i. Sfærene er styrt av mål for virksomheten, historikk og tradisjon som gjennom år har formet språklige normer. De er også styrt av ytre rammer styrt gjennom regler og forskrifter. De ytre rammene som offentlige retningslinjer i skole og i bedrift, både kommunale og statlige, tar opp i seg inter-nasjonale forordninger (EU-standarder) eller påvirkes av internasjonale vurderingssystem som eksempelvis OECD sitt testprogram som PISA. Alt dette vil være bakteppe for å forstå samtaler elever deltar i, knyttet til bevegelse mellom skole og bedrift. De offentlige stemmene vil trolig kunne identifiseres i samtaler som analyseres. Fokuset i denne avhandlingen illustreres ved ovalen i figur 2: Elevers matematikksamtale i elevenes læringsløype mellom skole og bedrift. Samtalene analyseres med en bevissthet om at de står i en sosial og kulturell sammenheng.

Elevene som produserer studiens empiri skal sannsynligvis ikke bli tømrere. Det er i skolen de skal være de neste fem årene og de vil derfor ha en identitet som elever en stund framover. Men i elevprosjektperioden beveger de seg mellom ulike språkbrukssfærer der matematiske temaer aktualiseres. Noen av temaene er lette å forutsi. Skal en arbeide med 3D modeller vil målestokk være et aktuelt matematisk tema. Andre matematiske emner oppstår underveis, framkalt av samtaler og problem som må løses. Matematiske tema kan komme fra en bedriftssfære eller en skolesfære. De kan også oppstå på grunnlag av spenninger utløst av forskjellige mål som skinner igjennom i ytringer fra skole og bedrift. Elevene må da ta stilling. Alrø og Skovsmose (2006a) beskriver kritisk læring som det å ta stilling, men også handle ut fra sin beslutning. Når jeg stiller spørsmålet om eventuelt potensial for kritisk matematikklæring i kontekst av studiens empiri, ser jeg etter situasjoner der elevene tar stilling og samtidig er villige til å omgjøre kritikk til handling. En handling kan her også være avvisning. En kan ta stilling til samarbeidet med bedriften, relevansen av hva en lærer, til hva medelever eller bedriften formidler i samtalene og en kan vurdere innholdet og framgangsmåter i matematikk i en praktisk setting.

Når jeg velger å bruke «bevegelser mellom» praksiser, foregår bevegelsen på det fysiske plan ved at de har kontakt med og er på besøk i et byggefirma. Men like mye betyr «bevegelse mellom» bevegelse mellom ulike mål, ulike språklige ressurser og ulike redskap. Det innebærer å se på hvordan bevegelsen bidrar inn mot elevenes samtaler knyttet til matematikklæring uavhengig av sted.

Gjennom å identifisere bevegelse i og mellom praksiser, kan jeg svare på spørsmål om hvordan elevene posisjonerer sine ytringer i forhold til matematikk i skole og bedriftene. Videre gir det mulighet til å identifisere hvordan mening koordineres og hvilke kritiske refleksjoner som utvikles mellom deltakerne i og om matematikk.

1.5.2 Begrepsoversikt

I avhandlingen bruker jeg enkelte begreper som også kan finnes brukt med noe annen betydning. I kapittel 1.5.2 gir jeg en kort oversikt over noen begreper og hvilket begrepsinnhold disse har i denne studien. Begrepene er hentet fra ulike begrepssystem. Jeg klargjør hvordan jeg ser disse relatert til hverandre. Flere av begrepene vil utdypes nærmere i kapittel 3: «Teoretisk grunnlag».

Språkbrukssfære er hentet fra Bakhtin (2005) og er et uttrykk for et språklig rom med rimelig stabile sjangre. Disse utvikles over tid med utgangspunkt i hva som er tjenlig ut fra målet med aktiviteten innenfor språkbrukssfæren. I samtaler og når en leser, forstår en hva som blir sagt ut fra språkbrukssfæren en er i. En henter også språklige ressurser som sjangre fra en språkbrukssfære.

Sjanger forstås som vokabular, setningsstrukturer, stil og ekspressivitet som anvendes for et formål i en språkbrukssfære. Den kan være skriftlig eller muntlig. Sjanger kan være samtalemønster som er åpne og innbyr til dialog eller lukkede som i direkte kommandoer. Ulike sjangre åpner for ulik grad av flerstemmighet. Innen en språkbrukssfære kan det være mange ulike sjangre. Eksempelvis kan tekstoppgaver sees som en skriftlig sjanger og problemløsning i grupper kan sees på som en muntlig sjanger, innen språkbrukssfæren matematikktime.

Flerstemmighet: «Orda tilhøyrer ikkje meg åleine, men vert møtestad for meiningar, for stemmer og for dialogiske relasjonar mellom dei.» (Volosjinov/Bakhtin refert i Dysthe, 1999, s. 13).
I en parodi og i ironi er flerstemmigheten opplagt og villet. En låner andres ord, og med ekspressivitet utrykker en noe annet enn betydningen ordene i seg selv gir. Det dannes slik et møtested for ulike meninger. Oftest er likevel flerstemmigheten ubevisst.

I denne studien identifiseres flerstemmighet i enkeltytringer. Lærerens stemme kan eksempelvis identifiseres både indirekte og direkte i elevers ytringer. Direkte når elevene sier: Læreren sa …, og indirekte når eleven bruker ord og meninger som læreren tidligere har gitt uttrykk for. Også tømrerens stemme kan identifiseres i elevenes ord ved at de tar i bruk hans eksempler, hans ord og begreper, og kanskje tonefall eller dialekt.

Flerstemmighet identifiseres i denne studien også i møtet mellom skole og bedrift. Ulike tenkesett møtes og ulike meninger identifiseres. Innsikt i hvordan dette virker på elevenes samtaler, gir innsikt i elevenes læring.

Kontekst er sammenheng, særlig den sammenhengen som et ord eller et uttrykk forekommer i (Store norske leksikon[11]). Bevissthet om hvor et utsagn sies, om det for eksempel er i en bedrift eller i et klasserom, kan ha betydning for hvordan jeg tolker utsagnet. Kontekstbegrepet slik jeg bruker det, knyttes til dialogisk teori. Det vil si at underveis i samtalen kan sammenhengen ordene sies i endres på grunnlag av det som blir sagt. Ytringer er da del av konteksten og gjennom det som sies kan konteksten endres (Matre, 2000).

Diskurs: Jeg bruker diskurs i betydning av sosialt og kulturelt koordinerte samhandlingsmønster. Det kan være hvordan en i en matematikktimediskurs snakker sammen, handler og formulerer seg, som gir felles identitet som kan avleses utenifra. Denne forståelsen er inspirert av Foucault (1999).

Normer forteller om hva som verdsettes, hva som er malen for samhandlingsmønsteret. Normene kan avleses gjennom observasjon av diskurs, men er ikke diskursen. De kan være formelle og eksplisitte, uformelle og gjerne implisitte, skriftlige eller muntlige. Sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996) er knyttet til både

[11] http://snl.no/kontekst

sosiale normer og matematiske praksiser. Sosiomatematiske normer gjør jeg rede for i kapittel 3.

Koordinering dekker begrepet «negotiation» som ofte blir brukt i engelsk litteratur (som f. eks. i Wenger, 1998). En oversetting til «forhandling», vil innebære andre konnotasjoner på norsk enn på engelsk. Det kan på norsk knyttes nært opp til en forhandlingssituasjon der det handle om å få rett, vinne mest mulig, der en part er den tapende. I koordinering ligger i større grad av likeverdighet i bunn, og koordinering ligger slik nærmere innholdet fra denne betydningen av negotiation (Hana, 2012).

- Koordinering av handling. Koordinering ses i denne studien på som tre prosesser, etablering av felles forståelse, koordinering av handlinger (samkjøre det en gjør og bestemme hvordan noe skal gjøres) og felles konstruksjon av løsninger (i samtale kan en komme fram til noe nytt), prosesser beskrevet av Baker referert i Hana (2012).
- Koordinering av mening i lys av Bakhtin: I denne studien forstås koordinering av mening som en undersøkelse av hverandres perspektiv slik at deltakerne i samtalen deler en forståelsesramme. Ut fra et bakhtinsk perspektiv vil det ikke nødvendigvis bety enighet, men at en ser egne og andres perspektiv i relasjon til hverandre og respekterer hverandres ståsted. Å bli kjent med andres perspektiv, overveie det og gjøre seg opp en mening og argumentere for sitt ståsted, vil da være et mål for koordinering. Koordinering av mening vil i denne studien skje i matematikksamtaler i og mellom praksiser.
- Koordineringspotensial ser jeg som en kvalitet ved samtaler (Hana, 2012). Potensiale oppstår der deltakernes ulike perspektiv kommer fram eller der uklarheter oppstår, som f.eks. når en misforstår hverandre. I åpne dialogiske samtaler vil koordineringspotensialet være større enn i lukkede samtaler.

1.6 Oversikt over avhandlingens kapitler

Avhandlingen består av ni kapitler. Etter dette innledningskapittelet, tar kapittel 2 for seg det historiske og kulturelle bakteppe for studien. Jeg ser på hva matematikk kan være i skolen, om matematikk er et praktisk eller teoretisk fag. Jeg henter argumentasjoner fra politiske, matematikkdidaktiske og filosofiske arenaer. Debattene som jeg refererer til i kapittel 2, viser at temaet har aktualitet nasjonalt og internasjonalt. I kapittelet klargjør jeg også mitt filosofiske perspektiv og den kritiske posisjonering som jeg inntar i avhandlingen.

I kapittel 3 blir det teoretiske grunnlaget for avhandlingen utredet. Bakhtins dialogisme kan forstås både i et filosofisk perspektiv og i et lingvistisk analytisk perspektiv. Avhandlingen tar opp i seg de ulike måtene Bakhtin bruker dialogisme på. Flerstemmighet, sentripetal- og sentrifugalkraft er sentrale begreper som blir utredet. Begrepene brukes som redskap til å analysere bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer, og for å svare på hvordan matematiske tema kommuniseres og realiseres. Grenseobjekt og grensekryssing aktualiseres når elevene beveger seg mellom praksiser. Disse begrepene er hentet fra Star og Griesemer (1989) og blir her sett i lys av Bakhtins dialogisme. Begrepet sosio-matematiske normer utredes og diskuteres i forhold til koordinering av normer når elever krysser grenser. Jeg argumenterer for at også arbeidstakere i bedrift utvikler sosiomatematiske normer knyttet til matematisk praksis på arbeidsplassen.

Kapittel 4, «Tidligere forskning» gir en oversikt over forskningsfelt som er aktuelle i forbindelse med min studie. Jeg skisserer et landskap over tidligere forskning på matematikksamtaler, på matematikkundervisning ut fra et Bakhtinsk dialogisk perspektiv, fra studier om læring i og utenfor skolen og fra forskning knyttet til matematikk i arbeidslivet. Jeg presenterer forskning som har betydning for analyser, eller som jeg posisjonerer studien i relasjon til. Jeg viser sammenhengen min forskning står i, i relasjon til forskning fra Norden og utenfor Norden. Både studier av samtaler i problemløsning, samtaler innen kritisk matematikkundervisning og modelleringsprosesser, har innvirkning på hva jeg får øye på. Andre forskeres oppdeling av matematikk i skole og i arbeidsliv er bakgrunn for analyser og fungerer som speil jeg ser analysene i relasjon til.

Kapittel 5: På bakgrunn av studiens mål, hensikt og teoretisk grunnlag, utreder jeg i dette kapittelet metodologi og metode. Jeg beskriver hvordan jeg posisjonerer studien i et tolkende og kritisk paradigme. Dette har betydning for forskningsdesignet. Profesjonelt nærvær og engasjert objektivitet (Kristiansen & Bloch-Poulsen, 1997) er beskrivende for rollen jeg inntar i elevprosjektet og i forhold til elevene og læreren jeg samarbeidet med. Jeg beskriver hvordan nærhet og avstand i prosessen virker inn på hvilke data jeg får, og på analyser og tolkning. Jeg gjør rede for valg av dialogisk analyse av samtalene for å svare på hva som karakteriserer matematikksamtaler elevene deltar i når de beveger seg mellom ulik bruk og betydning, og for å kunne beskrive det potensiale deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har inn mot elevenes kritiske matematikklæring. Jeg beskriver hvordan dataene blir behandlet for å ivareta troverdighet gjennom trianguleringer og transparens, og hvordan jeg ivaretar etiske perspektiv.

Kapittel 6, «Koordinering av normer» er et analysekapittel der normer for å gjøre matematikk eller gjøre praktisk arbeid i en matematikktimekontekst, koordineres i samtalene. Det er to delkapittel med analyser. Delkapittel 6.1 følger en gruppe elever i skolen og i bedriften, der målestokk er i fokus begge steder. Jeg finner at elevene erfarer ulike normer for hvordan en arbeider med målestokk i skole og bedrift. På skolen bruker elevene algebra. I bedriften møter de en tømrer som anvender reduksjonsstav. De ulike innfallsvinklene beskrives til å ha potensial til å utvide elevenes beredskap i å arbeide med målestokk.

I delkapittel 6.2 viser analysene hvordan normer for å arbeide med praktisk matematikk blir eksplisitt koordinert mellom elevene og mellom læreren og elevene. Spenninger mellom elevenes ulike måter å arbeide med målestokk, gir grobunn for ny læring. Gjennom analysene kommer jeg fram til tre ulike modeller for hvordan det arbeides med målestokk. Disse innebærer ulik grad av fleksibilitet.

Delkapittel 6.3 er en syntese av analysene og oppsummer kapittelet. Delkapittelet beskriver både hva som er likt og ulikt i elevers og tømrers arbeid. Normer for hvordan elevene oppfatter at en «bør» arbeide i matematikktimer, og motkrefter som utfordrer normene slik at disse blir eksplisitte og må koordineres, beskrives.

Kapittel 7, «Flerstemmighet og dialogisitet», tar utgangspunkt i samtaler om rorbumodellens form når denne skal bygges i 3D. Samtalene foregår før, under og etter møtet med tømreren. De analyseres ut fra et dialogisk perspektiv der jeg identifiserer flerstemmighet og hvilke former for samtaler elevene inviterer og inviteres til. Kapittelet beskriver kvaliteter i matematikksamtalene, hvordan elevene posisjonerer seg, hvordan flerstemmigheten kommer fram, og potensial for kritisk matematikklæring i kontekst av studiens empiri.

I kapittel 8 «Praktisk matematikk i skolekontekst», analyseres samtaler fra den siste dagen elevene arbeider med rorbumodellen. Elevene er i sluttfasen av arbeidet og lager inventar, blant annet et TV. Samtalene analyseres ut fra tre punkt: Invitasjonens betydning, ytringenes posisjonering i forhold til språkbrukssfære og hvordan matematikk kommuniseres og realiseres. Elevene og læreren koordinerer hva som skal lages og hvilken matematikk som kan være involvert. Samtalene de inviterer og inviteres til, har stor spennvidde. Det identifiseres en stadig bevegelse mellom sjangre fra hverdagssfæren og skolematematikksfæren. Gjennom analysene finner jeg hvordan eierskap koordineres mellom læreren og elevene i matematiseringen av en flat-skjerms-TV, der Pytagoras setning introduseres for elevene.

Kapittel 9 har tittelen «Læring i et spenningsfelt». Å være i og mellom ulike praksiser identifiseres som å være i et spenningsfelt der elevene møter ulike språk, ulike redskaper og tenkesett som de forholder seg til, gjør valg mellom og binder sammen. Kompleksiteten som er i arbeidet med matematikk på arbeidsplassen, skaper rom for koordinering av mening både knyttet til matematikk og til normer. I 9.2 som handler om potensial for kritisk matematikklæring, finner jeg både realisert potensial og ikke realisert potensial. Elevene reflekter i arbeidet med matematikk, de reflekterer over resultater og praktiske konsekvenser. Refleksjon over forskjellene mellom å arbeide med matematikk for ulike formål er til stede, men blir ikke eksplisitt diskutert. Dagsaktuelle politiske tema som tømreren bringer inn i samtale med elevene, finner jeg ikke blir videreført og diskutert.

I delkapittel 9. 3 diskuteres funn kritisk i forhold til studiens mål og hensikt. Anvendelsen av sosiomatematiske normer blir og diskutert i forhold til funn. I 9.4 reises spørsmål om målvurdering i forhold til kompetansemål står i konflikt til det å utvikle kritisk matematikklæring. Resultatet av studien diskuteres også i relasjon til politisk strategisk satsing på realfag og, knyttet til denne satsingen, samarbeid med næringslivet. Avslutningsvis i 9.5 presenteres mulige implikasjoner for undervisning og videre forskning.

2 Kulturelt bakteppe

I Bakhtinsk forstand er denne avhandlingen en ytring i en kjede av andre ytringer (Bakhtin, 2005). Dette innebærer at den må forstås ut fra hva som skjer og hva som er aktuell debatt i samfunnet nå, men også ut fra tidligere og mulige framtidige diskusjoner om matematikkfagets innhold og vesen. I dette kapittelet vil jeg vise til en aktuell debatt som både er politisk lokalisert i Norge, men også internasjonalt, om hva matematikk i skolen kan og skal være. Det er en debatt om matematikk er et teoretisk fag eller et praktisk fag. Debatten kan ha utspring i ulike politiske valg og ulik filosofi om hva matematikk kan være. Jeg posisjonerer studien i relasjon til debatten om hva matematikk kan være da dette har betydning for hvilken matematikklæring studien kan identifisere.

Bakgrunnen for et prosjekt der elever skal arbeide med matematikk knyttet til praktisk anvendelse og utvikle beredskap til å bruke matematikk som redskap, knytter jeg til begrepet mathematical literacy. Begrepet relateres til UNESCO sitt alfabetiseringsprogram og OECD sin anvendelse av begrepet. Literacy (som inkluderer matematikk) var et grunnleggende begrep i forarbeidene til nasjonal læreplan LK06, og har derfor stor relevans i norsk skole. Ut fra et kritisk perspektiv, argumenterer jeg i kapittel 2.2 for hvordan jeg forstår og tolker matematisk alfabetisering og hvordan dette aktualiseres i både gjennomføring av elevprosjektet og i mine analyser og tolkninger av datamateriale.

2.1 Matematikk som teoretisk og praktisk fag?

Hvordan matematikk skal være fag i norsk skole, har vært debattert i Norge i perioden jeg har arbeidet med denne studien. Debatten har delvis vært utløst av middels resultater i internasjonale undersøkelser som TIMMS og PISA, og delvis knyttet til en problematisering av frafall i videregående skole. I rapporten «Matematikk for alle», sies det blant annet at elever innenfor yrkesfag ikke ser verdien av matematikkfaget i sammenheng med yrkesfag (Botten-Verboven et al., 2010). Frafallet i videregående skole knyttes til teoretisering av yrkesrettede utdannings-programma. Denne rapporten anbefaler en opplæring i grunnskolen som skal ha en felles basis som alle skal lære og som skal være tilstrekkelig for å starte med matematikk for de yrkesforberedende utdanningsprogrammene i videregående. De «flinke elevene» [12] skal kunne velge å fordype seg mer i matematikk og dermed få kompetanse til å starte med matematikk på studieforberedende program. Dette ble

[12] «Flinke elever» blir brukt i rapporten, et begrep som jeg mener er like problematisk som «svake elever», da det går på egenskaper til og karakterisering av elever.

avvist av regjeringen som mente en slik todeling ville være en dårlig ide og viste til kursplanene (nivådelte) som ble gjennomført på 70-tallet og som viste seg å ha uheldige konsekvenser knyttet til sosial utjevning. Dette var bakgrunnen for en diskusjon i Stortinget spørretime om praktisk og teoretisk matematikk, der kunnskapsministeren Halvorsen fikk høre at hun ikke lyttet til fagfolk:

> Henning Warloe (H) [10:27:10]: Nå har kunnskapsministeren tidligere sagt, og også her i dag gjentatt, at matematikk er et praktisk fag. Det tror jeg nok er ganske overraskende for dem som jobber med dette faget i skolen, og som sikkert har trodd at de jobbet med et teoretisk fag. Jeg ringte for sikkerhets skyld til det nasjonale matematikksenteret i morges for å spørre om de mente at dette var et praktisk fag, og de svarte nei, det er et teoretisk fag. Jeg lurer på om kunnskapsministeren føler at hun har bedre forutsetninger for å vurdere anbefalingene fra dette utvalget enn fagfolkene og de som jobber på matematikksenteret, har.

Warloe antyder her at lærere i skolen mener matematikk er et teoretisk fag og at det blir undervist ut fra det synet. Han har i tillegg innhentet svar fra en kompetent kilde som en kan se matematikksenteret som, og fått til svar at matematikk er et teoretisk og ikke et praktisk fag. Denne samtalen er referert, og han bruker matematikksenteret som faglig autoritet i debatten. Han opplyser ikke om hvordan han har spurt og om matematikksenterets begrunner svaret. Statsråden svarer:

> Statsråd Kristin Halvorsen [10:28:29]: La meg presisere med en eneste gang at matematikk er både et praktisk og et teoretisk fag. Men veldig mange elever som har sperrer i forhold til matematikk – dette er et fag der vi har store utfordringer – ser det som et altfor teoretisk og fjernt fag. De gode mattelærerne, som virkelig klarer å engasjere barn og ungdom og få opp selvtilliten deres i matematikk, starter med å vise hvor mye matematikk det er rundt dem overalt.

I dette sitatet konstaterer statsråden at matematikk både er et praktisk og teoretisk fag. Hun problematiserer videre at matematikk sees på som et teoretisk og fjernt fag – som mange elever har sperrer mot. Deretter definerer hun «de gode mattelærerne» som a) klarer å engasjere elevene, b) får opp elevenes selvtillit og c) viser elevene hvor mye matematikk det er rundt dem overalt. Det korte utsnittet inneholder tanker om hva skolematematikk er, tanker om elevers problematiske forhold til matematikk og tanker om gode matematikklærere. Sitatene viser en dyp politisk uenighet om hva matematikk i skolen skal og kan være. De gir også innblikk i hvordan politikere forestiller seg at elever og læreres holdninger til faget er. Debatten bærer preg av hvor vanskelig det er å debattere matematikkfaget isolert, det er komplekst fordi det handler om mer enn bare faget som skal undervises – elevers og læreres forståelser blir assosiert med faget og blir dermed en viktig del av debattene.

To hovedtendenser skiller seg ut i debatten om innholdet i skole-matematikken. Gellert (2004, s. 174) betegner tendensene som eksklusivitet og inklusivitet i forhold til hva som skal vektlegges. I eksklusivitet prøver en å sette matematiske aktiviteter og hverdagsaktiviteter opp mot hverandre. Matematikk som skolefag blir konstruert som en abstrakt vitenskap, uavhengig av anvendelse i dagligliv. Målet for å gjøre matematikk er å få innsikt i dypere matematiske strukturer innen akademisk matematikk. Gellert kaller det for en eksklusiv strategi på to måter. Det første er at en utelater matematikk knyttet til for eksempel modeller og modellering fra hverdagslivet, noe en ser som viktig for å utvikle kritisk kompetanse slik at en kan bedømme teknikker som ligger bak resultat som presenteres i samfunnet (International commission for the study and improvement of mathematics teaching [CIEAEM], 2000). Det andre er at mange elever opplever å ekskluderes fordi de ikke er villige til å akseptere å skulle skille skolematematikk fra matematikk i bruk i hverdagen. Mange elever forlanger å få forklart hva de skal bruke matematikken de lærer til. Noen vil heller aldri oppdage hva som menes med eleganse og estetikk innenfor matematikk (Gellert, 2004). I en inkluderende strategi, prøver en å knytte sammen matematikkaktivitet med aktiviteter i hverdagen. Gellert beskriver at her er matematikk mer konstruert som en sosial vitenskap som en forutsetning eller også som en metode til å forstå den sosiale og økonomiske verden en er en del av.

Hva innholdet i matematikkundervising skal være, er et politisk valg, skriver Mellin-Olsen (1987). Politikere har myndighet til å påvirke læreplaner og styringsdokumenter for skolen. Det er problematisk når debatten blir svart/ hvit. I grunnskolen ser jeg for meg at matematikk-faget må introdusere elevene for både matematikkens egenart der matematikk som kulturelt og historisk fag i et danningsperspektiv har sin plass, og elevene må få erfare matematikk i bruk, knyttet til hverdag og yrkesliv.

Samtalene som jeg studerer i denne studien, vil inneholde ulike perspektiv om hva matematikk er og hva som sees på som akseptabel å gjøre i et matematikklæringsperspektiv. Alle deltakere i skolesystemet, fra læreplanutviklere til lærere og elever, har sine tanker om matematikk som fag. Steiner (1987) skriver:

> Concepts for the teaching and learning of mathematics – more specifically: goals and objectives (taxonomies), syllabi, textbooks, curricula, teaching methodologies, didactical principles, learning theories, mathematical educational research designs (models, paradigms, theories, etc.), but likewise teachers´ conceptions of mathematics and mathematics teaching as well as students´ perceptions of mathematics – carry with them or even rest upon (often in an implicit way) particular philosophical and epistemological views of mathematics. (s. 8).

Filosofi om hva matematikk i skolen er, om det er et redskapsfag som kan være praktisk til nytte eller et teoretisk kulturfag og mer knyttet til danningsaspektet, vil virke inn på alle plan fra politisk vedtatte læreplaner til lærere og elevers gjennomføring av matematikkfaget i skolehverdagen.

At matematikkundervisning på grunnskolen skal være inkluderende og dermed også være praktisk, kan høres selvsagt ut siden det har vært et prinsipp i norsk skole siden Normalplanen av 1939[13] da sjuårig folke-skole ble innført. Nytteaspektet og praktisk regning bygget på arbeids-skoleprinsippet (Alseth, et al., 2003, s. 18)[14]. Det innebar at elevene både skulle arbeide selvstendig med oppgaver, men også jobbe med praktiske handlinger. Elevene skulle eksperimentere, leke, bruke konkreter, arbeide individuelt og samarbeide i grupper. Normalplanen var i internasjonal sammenheng noe radikal og var påvirket av amerikansk progressiv reformpedagogikk. Denne vektleggingen av praktisk og anvendbar matematikk ble bekreftet i Mønsterplanen av 1974 (forkortet M74) (Kirke- og utdanningsdepartementet [KUD], 1974), men det skjedde ikke uten diskusjon. I forkant var det en stor debatt om hva matematikkfagets innhold skulle være når datamaskiner i framtiden ville overta utføringen av utregninger og kompliserte beregninger.

Matematikk for framtidens borgere måtte være noe annet enn tradisjonell regning. Gjone (1985) sin avhandling beskriver og analyserer debatten om «moderne matematikk» i forkant av M 74. Det ble i tiden før 1974 gjennomført flere forsøk med læreplaner som vektla ulike ferdigheter innen matematikk. Blant annet kom Mønsterplanen av 1971 ut i to utgaver. Den ene vektla mengdelære. Målet var blant annet å føre elevene inn i en mer logisk og abstrakt matematisk tenkning. Formelle strukturer ble vektlagt. Foreldre kunne ikke kjenne igjen «moderne matematikk» fra egen skolegang. Lekfolk, fagfolk og politikere debatterte aktivt i avisene om hva elevene trengte å lære for framtidens samfunn (Gjone, 1985). Følgen av debatten var at «moderne matematikk» ble tonet sterkt ned når M74 (KUD, 1974) ble innført. I denne planen ble matematiske emner begrunnet med hva en hadde bruk for. Berettigelsene til tallbehandling og praktisk regning var likevel så innlysende, stod det i M74 (KUD, 1974, s. 138), at det ikke trengtes motivering for å ha dem med som emner i grunnskolematematikken. Innføring av algebra og funksjonslære ble sett på som mer omdiskuterte emner, og planen begrunnet å ta disse inn i skolen ut fra behovet for å være orientert i dagens samfunnsliv. Aviser inneholder grafer, og skal en forstå beregningsforskrifter, f. eks. for skatt og pensjon, vil det være

[13] Faget het regning og det ble lagt vekt på hurtige regnestrategier, økonomi og måling, ferdigheter som en hadde bruk for i yrkes- og hverdagsliv før datamaskinenes inntog. Det ble lagt vekt på arbeidsskoleprinsippet, som var preget av progressiv pedagogikk.

[14] Kapittel 2 i Alseth, et al. (2003) som det her refereres fra, bygger i stor grad på prosjektarbeid av Anne Bjørnestad og meg knyttet til hovedfagsstudiet vårt ved HiA 2001 (Alseth, et al., 2003, s. 11).

behov for å forstå algebraiske formler. Mange yrker forutsetter i tillegg en innsikt i variabelbegrepet. Å begrunne emner som interessante og viktige innen matematikk som faglig disiplin, ble ikke vektlagt. I M87 finner vi tilsvarende mål om praktisk tilnærming: «undervisningen i matematikk skal ta sikte på – å utvikle kunnskapen og dugleiken til elevane slik at dei ser på matematikk som ein nyttig reiskap når dei skal løysa problem i dagleglivet og i yrkessamanhang.» (KUD, 1987, s. 194). Med M87 ble problemløsning et eget emne i matematikk. Dette resulterte i et større fokus på samtale i matematikk for å løse oppgaver og lære i fellesskap. Læreplanverket L97 (KUF, 1996) videreførte tenkningen om å samarbeide og snakke sammen i matematikk. Dessuten ble tverrfaglige prosjektarbeid der en skulle ta utgangspunkt i aktuelle, lokale forhold eller i elevenes interesser for å lære fag, satt i fokus. Slike prosjektarbeid fremmet også samarbeid og faglige samtaler. Praktisk anvendelse av matematikk ble sterkt vektlagt. I evalueringen av L97, kom det fram at dette ikke var uproblematisk. At matematikken skulle være praktisk og anvendes tverrfaglig, førte gjerne til at matematikk ble brukt i kunstige og konstruerte situasjoner (Alseth, et al., 2003). Matematikkaktiviteter bar gjerne preg av mye aktivitet og lite refleksjon knyttet til matematikk i aktiviteten.

Målet med praktiske aktiviteter og hverdagstilknytting, kan være uklart for lærere. Hovedfagsoppgaven min (Rangnes, 2002) refererte en lærer fra en samtale han hadde med en kollega fra en annen skole. Etter at han hadde beskrevet den mer praktiske matematikkundervisningen de prøvde å få til, lurte kollegaen på om elevene (3.-4. trinn) kunne gjøre bruk av det de holdt på med i matematikken, altså gjøre bruk av de praktiske oppgavene med måling, sortering, kategorisering når de skulle løse oppgaver i boken. Dermed havnet de opp i en diskusjon om hva matematikk er, sa læreren. For ham selv var aktivitetene en del av det å arbeide med matematikk, mens for kollegaen var spørsmålet om det gav utslag i flere rette svar på regneoppgaver. Hva som var nyttig å gjøre og å kunne i matematikk, ble oppfattet forskjellig (Rangnes, 2002, s. 90). Lærerne i hovedfagsstudien min opplevde i tillegg at elevene deres todelte matematikken i noe de kalte for «stasjon» som de så på som praktisk matematikk og i «matematikk» som var å løse mer tradisjonelle lærebokoppgaver. Både praktiske og mer tradisjonelle skolebokoppgaver ble arbeidet med i stasjonsundervisning, men elevene gav inntrykk av at de ikke så sammenheng mellom aktivitetene. Den filosofiske diskusjonen om hva matematikk er, og hva matematikk som skolefag skal være, er slik ikke bare en teoretisk diskusjon. Den er i høyeste grad også relevant for lærere og for elevene og virker inn på hva som foregår i klasserommet.

I en studie som min, med deltakere i skole og bedrift i tillegg til forskere, vil ulike filosofier om matematikk og forståelser av hva kunnskap i matematikk er, møtes. Det at disse filosofiske og epistemologiske perspektivene svært ofte er implisitte, kan skape uklarhet som deltakere kan ha vansker med å sette ord på. De vil likevel være til stede og påvirker samtalene mellom deltakerne. De har slik betydning for studien.

2.1.1 Relasjon mellom matematikk og undervisning i faget

Ernest (2009) løfter fram diskusjonen om hva matematikk er og betydningen for undervisning. «The question is not “What is the best way to teach?”, but “What is mathematics really about”. », (Hersh ref. i Ernest, 2009). Hvordan en underviser og hvordan en ser på hva matematikk er, må sees på som sterkt forbundet med hverandre. En kan si at matematisk pedagogikk hviler på en filosofi om matematikk (Thom, referert til i Steiner, 1987).

Elevene vil ha sine forståelser av hva matematikk er og hva denne kan brukes til på bakgrunn av sine erfaringer med skolematematikk, uten at de eksplisitt kan beskrive dette. Boaler (2008) beskriver hvordan ulike undervisningsmetoder fører til ulik forståelse av hva matematikk kan være. Eksempelvis vil en undervisning med mye gruppearbeid og samtale der det forventes at forståelse utvikles gjennom samarbeid, kunne føre til en forståelse av matematikk som språk. Eller som noen elever gav uttrykk for, et språk som en kan kommunisere og uttrykke ideer med (Boaler, 2008, s. 188). Tradisjoner innenfor matematikk-undervisning der en gjennomfører kommunikasjons-mønsteret IRF, initiativ, respons, feedback (Coulthard, 1992) og korte oppgaver med en løsning som gjøres individuelt i en viss rekkefølge, kan gi elevene forståelse av matematikk som noe autoritært, et fag med fasit. Mellin-Olsen (1996) beskriver det som oppgavediskursen, Skovsmose (2003) som oppgave/fasit-paradigme.

Ernest (1991) beskriver absoluttisk og fallibilistisk perspektiv om matematikk som kanskje de to viktigste epistomologiske faktorer som ligger bak undervisning i matematikk. Matematisk kunnskap i et absoluttisk perspektiv består av bestemte og ubestridelige sannheter. Det bygger på absolutt sannhet[15] (Ernest, 1991, s. 7). Matematikk har blitt sett på som en kilde til den mest sikre kunnskapen kjent av menneskeheten (Ernest, 1991). Descartes brukte nettopp matematikk i boken «Discourse on Method» for å vise hvordan en kunne oppnå sikker kunnskap ved å bruke hans metode. «Matematik er en tankens ting. Dens

[15] I historien har det vært ulike filosofiske bevegelser; logisme, formalisme og konstruktivisme/intuisjonalisme, alle basert på absoluttisk filosofi, men som har ulike syn på hvordan de ser og bygger sikker kunnskap (Ernest, 1991; Hersh, 1998).

sandheder, som kommer fra sikre hypoteser gennem små, men lige så sikre skridt i den menneskelige tænkning, er garanterede af Gud.» (Fosgerau, 1992, s. 31). Descartes metode har preget vitenskapshistorien, og preger fremdeles det moderne samfunnets holdning til matematikk som den rene og sanne vitenskap, som et ideal innen vitenskapen. Noen lærere og forskere vil se matematiske ideer som eksisterende uavhengig av menneskets evne til å oppdage dem (Platonister) (Hersh, 1998). Matematiske ideer sees her som fri for tvetydighet og tolkninger som kan være i konflikt med hverandre (Thompson referert i Steiner, 1987). Erfaringer med oppgavediskursen (Mellin-Olsen, 1996) og det Skovsmose (2003) kaller oppgave-fasitparadigme, kan tenkes å føre til en absoluttisk forståelse av matematikk. Elevene får erfaringer med ett svar på hver oppgave som gjøres i rekkefølge der svarene enten er rette eller gale. For noen arbeidstakere ute i bedrifter kan en slik forståelse også bunne i hvordan en bruker matematikken i arbeidet sitt. Der effektivitet for høyest mulig produksjon er målet, kan matematikk brukes instrumentelt og være underlagt en oppfatning om autoriteten i tallenes svar.

Ernest argumenterer for at absolutisme feiler fordi det ikke kan etableres absolutt sikkerhet. Deduktiv logikk overfører bare sannheten, den injiserer den ikke, og konklusjonene av et logisk bevis er på sitt beste like sikkert som det svakeste premiss (Ernest, 1991, s. 13). En vei ut av dette er å se matematiske objekter som «abstrakte objekter», verken som fysiske eller mentale. Det er en sosial enhet (Hersh, 1998). Hersh konstaterer to fakta som han trekker ut fra hverdagserfaring: 1) Matematiske objekter er skapt av mennesker. Ikke vilkårlig, men fra virksomhet med eksisterende matematiske objekter og fra behov i vitenskap og dagligliv. 2) Når objektene er laget, kan matematiske objekt ha egenskaper som er vanskelig for oss å avdekke (Hersh, 1998, s. 16). Det siste punktet kan gi en opplevelse av at matematikk finnes og eksisterer i seg selv. Menneskene prøver å oppdage og avdekke. Likevel er grunnlaget menneskelig skapte objekter. En slik forståelse av hva matematikk er, fremstilt i punkt 1 og 2, gir meg en argumentasjon for en mer praktisk og skapende innfallsvinkel til matematikklæring og undervisning. Faktisk er et av matematikkens kjennetegn nettopp at den er anvendbar i andre vitenskaper og i hverdagslivet. På tross av abstraktheten, er opprinnelsen til begreper og resultat i matematikk oppstått på bakgrunn av erfaringer, observasjoner og forsøk på å forklare fenomener (Aleksandrov, 1963).

2.2 Kritiske dimensjoner

Det er en sammenheng mellom fokuset jeg har på matematikksamtaler som en møteplass der ulike meninger brytes og skapes, og posisjonen jeg tar innen kritisk matematikkundervisningsfilosofi. Matematikkunnskap blir i kritisk matematikkundervisning sett på som korrigerbar, den er kulturbundet og verdiladd (Ernest, 1991). Den er basert på menneskelig aktivitet og er undersøkende. Kunnskap, etikk, politiske og økonomiske spørsmål er relatert til hverandre. Kunnskap blir sett på som nøkkel til handling og makt, og ikke separert fra virkeligheten (Ernest, 1991, s. 17). Kunnskap i matematikk og om hvordan matematikk blir brukt utenfor skolen, ser jeg som en viktig del av potensialet for læring i elevprosjektet som danner empirien for min studie. Alrø og Skovsmose (2005) beskriver forskjellen mellom «kritisk teori om læring» og «ikke kritisk teori om læring». I «ikke-kritiske teorier om læring» ligger det en antakelse om at læringsteori skal være innrettet mot matematiske ideer og notasjoner. Matematikklæreren skal være ambassadør for matematikk og all matematikkundervisning skal legge til rette for elevenes matematikklæring. «Ikke kritisk læringsteorier» i matematikk skal tilby begrep som kan legge til rette for denne læringen (Alrø & Skovsmose, 2005, s. 345). I kritisk teori har en et bredere perspektiv. Blant annet tar en kritisk i betraktning de ulike rollene matematikk har i samfunnet. Ulike sosiale og kulturelle prosesser for inkludering og ekskludering blir også betraktet kritisk (Alrø & Skovsmose, 2005, s. 345). Basisen for læringsteori i kritisk teori om læring er det som jeg i innledningskapittelet beskrev som dialogisk.

Valero (2004) har gjennomført en kritisk gjennomgang av artikler knyttet til sosiopolitiske trender innen matematikkundervisning. Hun påpeker at makt ofte blir tatt for gitt og ikke blir eksplisitt definert. Matematikk i seg selv blir sett på som et mektig redskap uten at dette blir forklart. Et eksempel er hvordan OECD beskriver og bruker mathematical literacy. Matematisk kunnskap i seg selv kan oppfattes å virke til myndiggjøring. Om en ikke bevisstgjøres på hvordan matematikk brukes i argumentasjon og lærer å reflektere og argumentere kritisk for å avdekke eksempelvis hva som ligger bak matematiske modeller og hvorfor matematikk anvendes i argumentasjon, er ikke matematisk kunnskap i seg selv nok for å virke til myndiggjøring. Den andre bruken av makt finner en innen marxistisk og kritisk tradisjon, der kritikk inkorporeres i betydning av å bidra med motvekt mot et naivistisk perspektiv om hvilke måter matematikk og matematikkundervisning er involvert i danning og opprettholdelsen av bestemte sosiale strukturer. Studien min posisjonerer jeg i det Valero (2004) beskriver som den tredje måten å se makt på. Der er makt en relasjonell beredskap hos sosiale aktører til å posisjonere seg selv i ulike situasjoner og til å kunne bruke varierte ressurser knyttet til makt. Dette innebærer, skriver Valero (2004, s. 15) at makt ikke er en iboende og permanent karakteristikk av sosiale aktører. Makt er situert, relasjonell og i konstant transformasjon

(Cotton & Hardy, 2004; Valero, 2004). Denne transformasjonen skjer gjennom deltakelse i konstruksjon av diskurs. Denne måten å se makt på er hentet fra Foucault (1972), der makt er å forhandle diskursive praksiser. I denne studien vil relasjonell makt studeres på mikronivå i samtaler.

2.2.1 Kritisk posisjonering

Min plassering i kritisk matematikkundervisning kan sees på som kritisk til klasserom der matematikken er styrt av regler og absolutte sannheter som ikke lar seg diskutere, der klasserommet er styrt av ytre autoriteter som for eksempel lærebokforfattere[16] som definerer hvordan ting skal gjøres og føres. Alrø og Skovsmose (1994) beskriver fenomenet som byråkratisk absolutisme. I disse klasserommene legges det ofte stor vekt på matematiske notasjoner og anvendelse av disse. Realistiske situasjoner hentet utenfor skolen vil opptre i lærebøker som redskap for læring av matematikk. «I am not talking about reality» utbryter en lærer som prøver å få elevene til å matematisere en tekstoppgave. Elevene henger seg opp i om den beskrevne situasjonen i oppgaven kan være mulig og realistisk, mens læreren forventer løsning knyttet til lineære ligninger (Gellert & Jablonka, 2009). Det forventes at elevene skal rekontekstualisere tekstoppgaver uten at det blir eksplisitt beskrevet hva som forventes i en matematikktimekontekst. Hverdagssituasjoner som elevene til daglig ikke forbinder med matematikk, må tolkes og arbeides med ut fra hva som implisitt forventes av dem i skolematematikksammenheng.

Denne studien har til hensikt å studere om og hvordan elevers koordinering av meningsinnhold i bevegelse mellom skole og bedrift kan virke til myndiggjøring av elever og hvordan dette eventuelt kan bidra inn mot elevenes eierforhold til matematikkunnskap. Samtidig som dette er på mikronivå, må det også sees på som del i en lang prosess som elevene gjennom skolegang er deltakere i. Elevene skal få ta del i redskap for tanken for å kunne ta kontroll og delta i et demokratisk samfunn. «… empowerment of an individual through education with providing “tools for thought”, enable persons to take control of their life and to participate fully and critically in a democratic society.» (Ernest, 1991, s. 199). Det handler om å utvide deltakernes beredskap til å være kritiske aktører i samfunnet.

2.2.2 Kulturell kontekst

Det er mange mulige kritiske spørsmål som kunne vært stilt til elevprosjektet, som min studie ikke vil ha fokus på, men som likevel nevnes her for å gi en forståelse av den kulturelle konteksten studien står i. En innfallsvinkel kunne være å se kritisk på maktrelasjoner knyttet til

[16] Dette betyr ikke at jeg mener lærebøker nødvendigvis skal bort fra klasserommet.

samarbeid mellom bedrift og skole. Hva opprinnelsen er til slike konstellasjoner og hvem som eier et slikt samarbeid og hvordan makt fordeles i samarbeidet, er aktuelle spørsmål. Eksempelvis er Norges største arbeidsgiverforening, NHO, en viktig pådriver for partnerskapsbedrifter og entreprenørskap i skolen. De informerer om sin agenda på informasjonssiden om næringslivet i skolen[17]: «NHO ønsker å bidra til at elever og studenter får større innsikt i næringslivets rolle som verdiskaper og et bedre grunnlag for yrkes- og utdanningsvalg.»
De viser videre til hvilket utbytte skolene (elevene) og bedrifter kan få gjennom partnerskapsavtale. De peker på læreplanen LK06 som oppfordrer til samarbeid[18]. Stortinget og regjeringspartiene har gått inn for samarbeid med lokale bedrifter og institusjoner ut fra sine mål: «Godt samspel mellom skolen og nærings- og arbeidsliv, kunst- og kulturliv og andre delar av lokalsamfunnet kan gjere opplæringa i faga meir konkret og røyndomsnær og gjennom det auke evna og lysta til å lære blant elevane» (KD, 2006). Argumentasjonen er at erfaringer av anvendelse i yrkesliv vil føre til læring og motivasjon for fag og gi elever en «hjelp» til yrkesvalg. Dette er ikke spesielt for Norge. UNESCO skriver blant annet:

> An initiation to technology and to the world of work should be an essential component of general education. An understanding of the technological nature of modem culture and an appreciation of work requiring practical skills should thereby be acquired. This initiation should be a major concern in educational reform and democratization. It should be a required element in the curriculum, beginning in primary education and continuing through the early years of secondary education. (UNESCO, 2001).

Donnelly (2009) problematiserer yrkesmessig anvendelse i obligatorisk skoleopplæring innenfor naturvitenskapelige fag. Han stiller spørsmål ved hensikten – er det for at samfunnet skal få arbeidsstyrken det trenger, eller er det for elever som sliter i skolefagene og som trenger å se anvendelse for å fortsette i skolesystemet? Om det er det siste, blir spørsmålet om alle skal delta i et slikt opplegg når det er ment for bare deler av elevmassen. Dersom svaret er nei blir spørsmålet om dette da vil føre til utskilling og forsterking av klasseskiller, noe som er imot hensikten i utgangspunktet (Donnelly, 2009, s. 232). I praksisnær undervisning knyttet til partnerskapsskole (som i «Gode sirklar») har formålet vært at alle skal delta. Et samarbeid mellom skole og bedrift er

[17] http://www.nhoung.no/partnerskapsavtale-og-veiledninger/om-naeringslivet-i-skolen-nis-article1069-100.html lastet ned 13.12.2012.

[18] Praksisnær undervisning i Gode sirklar som LIMP har hatt samarbeid med, springer ut fra partnerskapsavtale. Samarbeidet med byggfirmaet og skolen i min studie var løsrevet fra organisert partnerskapsavtale regissert av NHO og var en midlertidig avtale mellom firmaet, skolen/læreren og Høgskolen i Bergen.

ikke verdimessig eller politisk nøytralt og bygger i stor grad på en tro på hva slikt samarbeid kan bidra med.

I elevprosjektet som inngår i studien min, får elevene i oppdrag å lage modeller av en rorbu. Heller ikke det oppdraget er en nøytral matematikkoppgave. Elevene har ulike økonomiske og kulturelle bakgrunner der noen foreldre eier en rorbu mens andre ikke vil ha mulighet til å skaffe seg dette. I Norge er det byggeforbud i en hundremetersone fra sjølinjen for å sikre allemannsretten i strandsonen. Dette byggeforbudet er under press fordi det blir gitt svært mange dispensasjoner av lokalpolitikere. Det er et spørsmål om fordeling av goder, om de som har råd til å kjøpe seg hytte eller rorbu i strandsonen skal ha større rett til adgang til strandsonen enn andre. Et annet aktuelt spørsmål er hvordan slike demokratisk vedtatte regelverk forvaltes og håndheves. Dette er eksempler på kritiske perspektiv elevprosjektet kunne fokusert på og som min studie kunne studert. Jeg har ikke valgt denne innfallsvinkelen, men erkjenner at det er ulike spenninger i dette prosjektet der en slik innfallsvinkel kunne gitt grunnlag for andre analyser og andre svar enn det min innfallsvinkel kan gi. I empirien er disse spenningene mellom allemannsretten og dagens forvaltning av strandsonen til stede i elevenes samtaler med tømreren, og blir derfor et bakteppe for samtalene. Tømreren og elevene diskuterer eksempelvis ulovlig bygging i strandsonen, og samfunnets reaksjon på dette. De ulike aktørenes (NHO og regjering/storting) innfallsvinkler og begrunnelser for et samarbeid mellom skole og bedrifter for elevers læring, er også et bakteppe, uten at det er i fokus i min studie. Mitt fokus i denne studien er på potensial for kritisk matematikklæring i et skole- og bedriftssamarbeid. Studien vil bidra med kunnskap til de ulike aktørene om hva som skjer i et slikt samarbeid med hensyn til matematikklæring på mikronivå.

2.2.3 Myndiggjøring og refleksjon

Viktige verdier i kritisk matematikkundervisning er deltakelse, inkludering og likeverd. Matematisk kompetanse er vesentlig for deltakelse. Skovsmose (2005, s. 46) introduserer begrepet mathemacy og skriver: «Like literacy, so also mathemacy refers to different competencies. One of them is to deal with mathematical notions, a second one is to apply such notions in different contexts, a third is to reflect on such applications.» Skovsmose argumenterer for at alle kompetansene er nødvendige for å styrke elevenes matematiske og demokratiske kompetanse og at refleksjon over anvendelse er vesentlig for myndiggjøring i forhold til utvikling av kritiske borgere. For meg blir derfor refleksjon et stikkord. Gellert, Jablonka og Keitel (2001) har, på bakgrunn i Skovsmoses matemacybegrep, satt opp fem nivå for hva en kan reflektere over i matematikk.

1. Første nivået handler om å reflektere over eller vurdere om en har regnet ut og brukt algoritmer riktig. Refleksjon begrenset til dette vil bare underbygge forventningen om at det i skolematematikk alltid vil finnes *en* rett løsning.
2. Andre nivået er refleksjon over om riktig metode for å regne ut ble brukt, om det finnes andre tilgjengelige metoder for å løse samme problem. Passer algoritmene til hensikten og er den til å stole på i forhold til det som trengs?
3. I det tredje nivået reflekterer en over om resultatet er hensiktsmessig for å løse problemet eller om det finnes andre mer hensiktsmessige innfallsvinkler. Fokuset, skriver Gellert et. al (2001, s. 71), er ikke på det matematiske redskap i seg selv, men mer på det teknologiske aspektet ved kontekstualisering av matematikk.
4. Hvor hensiktsmessig formuleringen av problemet er for løsningen, er det fjerde nivået. Kunne en for eksempel løse problemet uten matematikk? Er den matematiske løsningen mer til å stole på enn mer intuitive teknikker eller allmenne vurderinger?
5. I det siste og femte nivået er fokuset på et videre perspektiv på bruk av teknikker i problemløsning, om hva generelle implikasjoner med å prøve å løse problem formelt kan innebære, om hvordan bruk av algoritmer influerer på vår persepsjon av virkeligheten. En kan reflektere over hva en tenker om matematiske redskap når en bruker dem universelt og hva den generelle rollen til matematikk er, i vårt samfunn.

Nivå en og to handler om matematiske redskap, nivå tre og fire omhandler relasjon mellom middel og slutning og nivå fem er refleksjon om global innflytelse på å bruke formelle teknikker og evaluerings-prosesser.

Nivåene er skrevet som grunnlag for hva lærere og elever kan reflektere over i matematikk for å utvikle kritisk tenkning i matematikk. Nivåene gir grunnlag for å analysere og se etter potensial for kritisk refleksjon og matematikklæring i elevenes matematikksamtaler.

2.2.4 Mathematical literacy

Med bakgrunn i at literacybegrepet har vært vesentlig for UNESCO helt fra starten i 1947, vil jeg påstå at det er internasjonal enighet om kritisk læring som mål for opplæring og utdanning. Det ligger mer enn tekniske lese-, skrive- og aritmetikkferdigheter i UNESCOs bruk av literacy. Det er kompetanse for livet; privat, i institusjon/organisasjon og arbeidsplass og i samfunnet, som beskrives. Det er en betingelse for kritisk bevissthet. Literacy kan stimulere til deltakelse og endring i og av samfunnet (Couvent,1979, ref. i Mellin-Olsen, 1995, s. 26). Tiåret 2003-2012 er

FNs tiår for Literacy[19] med etterfølgende prosjekt «Literacy Initiative for Empowerment (LIFE[20]) 2006-2015» (UNESCO). På hjemmesidene til UNESCO skinner det igjennom et optimistisk syn på hva literacy kan bidra med på både individ- og samfunnsplan. Opplæring har betydning for å senke barnedødelighet, for bedret helse og for å sikre økonomisk framgang i tillegg til at det er en forutsetning for demokrati. Selv om Norge har høy økonomisk velferd og godt utviklet demokrati, sees opplæring i literacy som viktig. St.meld. nr. 30 (Utdannings- og forskningsdepartementet [UFD], 2004) viser til FNs tiår for literacy og intensjon uttrykt i denne, og valgte å legge denne tenkningen til grunn for LK06. Dette vises igjen ved at de grunnleggende ferdighetene er formulert til å kunne utrykke seg muntlig, skriftlig, å kunne lese, å kunne regne og kunne bruke digitale verktøy. For denne avhandlingen er det særlig ferdigheten i å kunne utrykke seg muntlig og å kunne regne, som er i fokus. Den grunnleggende ferdigheten å kunne uttrykke seg muntlig i matematikk innebærer å gjøre seg opp en mening, stille spørsmål, argumentere og forklare en tankegang ved hjelp av matematikk. Å kunne regne innebærer problemløsning og utforsking som tar utgangspunkt i praktiske dagligdagse situasjoner og matematiske problem. For å klare det, står det, trenger en å mestre regneoperasjoner, kunne bruke varierte strategier, gjøre overslag og kunne vurdere om resultat er rimelige (KD, 2006)

Mathematical literacy kan oversettes til matematisk alfabetisering på norsk, men dette er ikke en offisiell term. Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe, og Turmo (2004, s. 37) nevner at det nærmeste en kommer en oversettelse er slagordet «matematikk for alle». Noen har også foreslått «matematisk allmenndannelse» (Turmo, 2004), uten at dette har fått gjennomslag offisielt. I rammeverket for PISA 2003 og 2006 (OECD, 2003; 2006) defineres mathematical literacy slik:

> Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgments and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen. (OECD, 2006, s. 72).

OECD (2006) skriver at mathematical literacy legger vekt på funksjonell kunnskap, en kunnskap som kan brukes i ulike situasjoner, i ulike kontekster og på reflekterte og innsiktsfulle måter. Dette, skriver OECD, forutsetter fakta- og prosedyrekunnskap i tillegg til ferdigheter til å utføre visse operasjoner og metoder samtidig som en involverer kreativ kombinasjon av elementene for å kunne utføre det som kreves i en gitt situasjon. OECD beskriver «in the world» som naturlige, sosiale og kulturelle situasjoner der individet er. «To use and engage with

[19] http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001362/136246e.pdf
[20] http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001411/141177e.pdf

mathematics» vil her si å bruke matematikk og løse problemer som også impliserer et personlig engasjement gjennom å kommunisere, relatere og vurdere i tillegg til å sette pris på å gjøre matematikk. Individets liv relateres her til privatliv, arbeid og som deltaker i samfunnslivet. Det understrekes at definisjonen ikke bare er ment å definere et minimumsmål av det en trenger for å fungere i samfunnet. Den gjelder for hva en trenger i hverdag og i mer ukjente situasjoner, fra det enkle til det komplekse (OECD, 2006). Det kan være viktig å ha matematisk viten for å vurdere undersøkelser slik at beslutninger kan tas på riktig grunnlag. En «mathematicaly literate» borger utvikler også innsikt i matematikk som en dynamisk endrende og relevant disiplin som kan være nyttig (OECD, 2006, s. 76).

Jablonka (2003) kommer med sterk kritikk til en del av tenkningen i OECD om mathematical literacy. Hvordan en forstår mathematical literacy relaterer hun til hvordan en forstår forholdet mellom matematikk, den kulturen en er en del av, og læreplan (Jablonka, 2003, s. 80). Literacy må være literacy for noe (UNESCO) og Jablonka nevner «mathematical literacy for å utvikle «human capital», «cultural identity» (etnomatematikk), «social change», «environmental awareness» eller «evaluating mathematics». OECDs hensikt med, og definisjon av mathematical literacy plasserer hun under «mathematical literacy for developing human capital». Jablonka påpeker at OECD har en optimistisk tolkning av hva matematisk tenkning kan ha å si for å løse personlige og sosiale problem. Implisitt ligger det en oppfatning av at matematikk i seg selv er kraftfull og matematikk som redskap er makt. Dette er en tenkning også Valero (Valero, 2004, s. 14) stiller seg kritisk til, da det blir en form for platonisk illusjon. I tillegg tar OECD ikke hensyn til at bruk av matematikk som redskap er knyttet til kulturen en er en del av. OECD sammenligner testresultater mellom land og utvikling av kunnskapsoppnåelse over tid. Jablonka argumenterer for at når PISA anvender «Real life»-oppgaver som elevene skal løse, vil dette ikke være virkeligheten for alle. Meningen med de «autentiske» situasjonene i PISA er å re-kontekstualisere matematiske begrep, skriver hun. Jablonka argumenterer også for at standardisering og autentisitet ikke går sammen. Å oppnå engasjement relatert til å løse «real life»-problemer er knyttet til sosiale praksiser. Det kan være knyttet til situasjoner der personen trenger matematikk, for eksempel i arbeidslivet eller når en må planlegge reise og lignende (Jablonka, 2003, s. 81). Slikt engasjement ser Jablonka som situert. Det oppstår når personen ser meningen i å arbeide med matematikk. Oppgavers aktualitet endres også med tiden etter som teknologi og forutsetninger for modeller, endrer seg.

Bygging av rorbuer vil eksempelvis kunne være en aktuell og meningsfull aktivitet langs kysten i Norge. I innlandet vil dette være en lite aktuell oppgave.

Å bruke virkelighetsnære oppgaver for å *måle* mathematical literacy på tvers av landegrenser, ser jeg på samme måte som Jablonka på som problematisk. Samtidig må det ikke være slik at elever kun skal arbeide med kontekster som de er familiære med for å lære matematikk. Skovsmose (2011) anser elevenes forgrunn og intensjon som vesentlig i mathemacy begrepet. Hva eleven ser på som sin forgrunn og hva som dermed oppleves meningsfullt å arbeide med innen matematikk, ser Skovsmose som vanskelig å forutse. Han viser til eksempler på elever som opplever glede ved å arbeide med kontekster fjernt fra hva en ville tenke seg har med elevenes forgrunn å gjøre. Men hva elever drømmer om og ser for seg som aktuelt, kan en ikke alltid vite i pedagogisk tilrettelegging. Å introdusere nye kontekster som elevene kan prøve seg i, kan være en mulighet for å utvide hva som kan være forgrunn.

I elevprosjektet jeg knytter min studie til, kan elevene se mulige fremtidsscenarier etter å ha blitt introdusert for matematikk i et byggefirma. De fleste av elevene (ut fra norske forhold) vil skaffe seg hus eller leilighet der de enten vil være med i planfase som byggherrer, eller i planlegging og gjennomføring av vedlikehold. Elevene vil kunne se matematikk i denne sammenhengen som relevant med tanke på framtiden, selv om de ikke velger et yrke innenfor byggebransjen.

Jablonka (2003) understreker den kritiske dimensjonen i begrepet mathematical literacy. Kritisk pedagogisk matematisk utdanning beskriver hun som et prosjekt med en politisk visjon der målet er å utvikle kritiske samfunnsborgere. Det innebærer å utvikle en kompetanse til å re-tolke deler av virkeligheten og delta i en prosess der en søker en annerledes virkelighet (Jablonka, 2003, s. 85), det er en demokratisk kompetanse. Matematisk modellering er for eksempel aktuelt når kritisk kompetanse skal utvikles. Modellering er et redskap som kan anvendes til å forutsi fremtiden og som brukes til å ta beslutninger ut fra. I virkeligheten er matematiske modeller ofte svært komplekse, derfor vil det i skolen innebærer store forenklinger når dette innføres. Som del av å utvikle kritisk kompetanse vil det være viktig å diskutere nøyaktighet og antagelser som ligger bak matematiske modeller (Jablonka, 2003). En slik diskusjon vil være refleksjon som går på relasjon mellom middel og slutning, nivå tre og fire, ut fra Gellert, et al. (2001).

Niss og Højgaard Jensen (2002, s. 52) beskriver modellerings-kompetanse som å kunne analysere og bygge matematiske modeller innenfor andre felt enn matematikken selv. I rorbuprosjektet er det en modell av en tenkt rorbu hvor elevene selv må bestemme hvem denne skal bygges for, studenter eller en familie med barn. Det er ikke en matematisk modell slik en bruker begrepet for å forutsi framtidig utvikling i forhold til tidligere data, men en fysisk modell som har ulike variabler en må ta hensyn til. Den krever planlegging ut fra noe som finnes i virkeligheten (rorbuer), matematisering (størrelse, målestokk, arealbruk osv.), vurdering av modell i forhold til virkeligheten som modelleres, eventuelt revurdering og nye beregninger. Dette kan sees som en modelleringsprosess som elevene må gjennomføre der de må ta hensyn til praktiske vurderinger og samtidig forholde seg til matematikken de skal lære.

2.2.5 Kompetansemål og vurdering

Kompetansebegrepet er et mangfoldig begrep som kan være vanskelig å forholde seg til. I mitt prosjekt er jeg mer opptatt av læringsprosessen som foregår i matematikksamtaler og potensial for læring som ligger i elevprosjektet, enn av målbare kompetanser. Men prosjektet skjer i en skole der nasjonal og lokal fagplan i matematikk er knyttet til kompetansemål der elevene får vurdering ut fra måloppnåelse. Derfor måtte læreren forholde seg til dette når elevprosjektet skulle planlegges. Dette kan medføre et dilemma når matematikk skal læres i situasjoner der læreren gir fra seg noe av kontrollen på hva som skal læres. På grunn av statusen kompetansebegrepet har i norsk og internasjonal skole, det er noe alle lærere må forholde seg til, utreder jeg ulike syn på kompetansebegrepet i bruk.

Fragnièr (referert i Wedege, 2003) prøver å skille mellom kvalifikasjon og kompetanse. Han hevder at kvalifikasjon er noe som henger sammen med formell utdanning og at kompetanse har å gjøre med erfaring og uformell utdanning (livslang læring). Han hevder også at det ikke finnes objektive kompetanser definert uavhengig av personen som har kompetansen, det finnes kun kompetente personer.

I den internasjonale debatten om kompetanse i utdanning ser det ut til at en annen forståelse av kompetanse har vunnet. Kompetanse-konstruksjonene hviler på eksplisitte og implisitte antakelser om menneskers viten og læring og har direkte eller indirekte betydning for planlegging og tilrettelegging av utdanning og undervisning (Wedege, 2003, s. 67). Det ser ut til å bli mer vanlig å trekke skillelinjer mellom forestillingen om en rekke tversgående nøkkelkompetanser på den ene siden og tanken om at kompetanser kan deles i delkompetanser som igjen kan deles opp i nye delkompetanser, på den andre siden (Wedege, 2003). Intensjonene bak begge ideene, argumenterer Wedege, er å skape grunnlag for planlegging, styring og kontroll, som å måle og evaluere barns og voksnes kompetanse lokalt og globalt. Kompetansene beskrives gjerne som kontekstuavhengige kompetanser og kan forstås som punkter planleggere av utdanning må være oppmerksomme på (Wedege, 2003, s. 69).

En generell definisjon av matematisk kompetanse som didaktisk konstruksjon er «… at matematisk kompetence består i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå» (Niss & Højgaard Jensen, 2002, punkt 4.1).

Niss anvender kompetanse i betydningen ekspertise og beskriver åtte kompetanser av første orden og tre kompetanser av andre orden (Niss, 1999). De åtte kompetansene av første orden beskrives som tankegangs-kompetanse, resonneringskompetanse, modelleringskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse og IT-kompetanse (Niss & Højgaard Jensen, 2002). Disse kompetansene ble også brukt i OECDs rammeverk da mathematical literacy skulle operasjonaliseres for testing av måloppnåelse i PISA 2003 (OECD, 2003, s. 42). Utviklingen av kompetansene kom som et oppgjør med den tradisjonelle pensumbaserte beskrivelsen av faget (Niss, 1999).

Niss (1999, 2001) advarer mot «behaviorisme- og atomiseringsfælden», fellen en kan havne i dersom en bruker kompetansebeskrivelsene feil. Krav om dokumentasjon kan føre til at en blir fanget i en slik felle, hvor man kan identifisere og beskrive ytre adferd, men uten å kunne si noe vesentlig om bakenforliggende sammenhenger (Niss, 2001, s. 14). Samtidig går Niss og Højgaard Jensen (2002) langt i å prøve å konkretisere hva det vil si å anvende kompetansemålene på ulike trinn. Disse detaljerte beskrivelsene kan, dersom de brukes til å måle elevers kompetanse, føre til en instrumentell tenkning.

Kompetansebegrepet ble diskutert i forarbeidene til LK06. I NOU 2003:16 (punkt 8.1) heter det at med perspektiver om livslang læring har kompetansebegrepet fått et utvidet innhold og nå i større grad gjelder alle mennesker, også barn. Et ønske om å utvikle helhetlig kompetanse og samtidig et ønske om mer kontroll over læringsutbytte, preget forberedelsene til LK06.

I det første avsnittet i «Formål med faget» i læreplanen LK06, står det at solid kompetanse i matematikk er en forutsetning for utvikling av samfunnet. Demokratiet trenger aktive borgere som kan sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analyser og økonomiske prognoser. I dette ligger det et kritisk perspektiv. En skal kritisk vurdere – matematisk kompetanse er noe som er nødvendig for å forstå og øve innflytelse. Når planen kommer ned på kompetansemål er de konkrete. De skal i tillegg brytes ned til enda mindre delmål lokalt slik at elevene vet hvilket mål de arbeider mot og slik at de etterpå kan være med på å vurdere grad av måloppnåelse (Utdanningsdirektoratet, 2007). Politikerne har på denne måten valgt å trekke skillelinjer mellom tversgående nøkkelkompetanser (i LK06 nedfelt som de grunnleggende ferdighetene) på den ene siden og kompetansemål som kan deles i delkompetanser på den andre siden (Wedege, 2003).

Nå har LK06 fungert i praksis i noen år, og det viser seg at det kan være vanskelig å håndtere de ulike nivåene i klasserommet (Hodgson, Rønning, & Tomlinson, 2012). Særlig har grunnleggende ferdigheter vært utfordrende å forholde seg til da de inneholder noe annet enn det lærere vanligvis har forbundet med ferdigheter. Grunnleggende ferdigheter som skal beskrive literacy, blir oppfattet som basiskunnskap eksempelvis i betydning ferdigheter i algoritmer. Oppfatningene er i endring, men dette tar tid. Kompetansemålene som er mest konkrete får gjerne en fremtredende plass i planlegging og gjennomføring av timene. Dette gir liten plass for å gå inn i det (Skovsmose, 2003) kaller for undersøkelseslandskap. I undersøkelseslandskapet inviteres elevene inn i oppgaver som er åpne, der en kan stille egne spørsmål, der utkommet ikke er gitt. Oppgavene trenger ikke være fra praktiske dagligdagse situasjoner, men de kan være det. I et skjema viser Skovsmose ulike plasseringer knyttet til arbeid med matematikk i skolen:

Tabell 1. Undersøkelseslandskapet

	Oppgaveparadigme	Undersøkelseslandskapet
Rene matematikk-oppgaver	1	2
Semivirkelighetsnære oppgaver	3	4
Oppgaver fra virkeligheten	5	6

Jeg har her plassert rorbuprosjektet i undersøkelseslandskapet liggende mellom semivirkelighetsnær og oppgaver fra virkeligheten. Semi-virkelighet fordi bygging av rorbumodeller var et oppdrag konstruert for at elevene skulle lære matematikk og ikke for at modellene skulle anvendes til virkelige bygg. Samtidig var oppdraget og plantegninger hentet fra et firma som arbeidet med dette til daglig og var slik virkelighetsnært. Læreren opplyste elevene om hvilke kompetansemål som skulle oppnås i løpet av perioden i geometri, men hun hadde liten kontroll på hvilke muligheter for læring som kunne oppstå. Det innebar slik både muligheter og risiko. Læreren var dessuten avhengig av at elevene tok i mot invitasjonen og hadde en intensjon om å lære. Vanligvis var elevene vant med å bli vurdert individuelt ut fra mål-oppnåelse. Når rorbuoppdraget skulle gjøres i grupper, gjorde læreren vurderingen også til en felles sak. Det ble bestemt at elevene skulle vurderes som gruppe og alle skulle ta ansvar for egen og hverandres læring (Appendiks 4).

2.3 Oppsummering

Matematikk kan sees både som et teoretisk og et praktisk fag. Hvordan en ser på matematikk som fag er både et politisk og filosofisk anliggende. I denne studien er vektleggingen på matematikk som fag knyttet til praktisk virksomhet. Jeg ser på matematiske objekter som sosiale enheter, skapt av mennesker for å dekke behov innen vitenskap og hverdagsliv.

Jeg inntar en kritisk posisjon der jeg ser på makt som noe som er foranderlig og stadig forhandles mellom mennesker gjennom deres posisjonering. Studien har fokus på koordinering av makt på mikroplan, samtidig som jeg er oppmerksom på viktige kritiske problematiseringer på bakgrunn av kulturelle betingelser.

Å styrke elevers matematiske kompetanse, kan bidra til å myndiggjøre elever. Dette knyttes til å kunne reflektere i og om matematikk på flere nivåer. Internasjonalt er mathematical literacy brukt om beredskap til å kunne bruke matematikk i ulike situasjoner og kunne anvende matematikk som kritisk borger. Det er likevel problematisk slik begrepet har blitt anvendt i forhold til testing av elever på tvers av nasjoner for å sammenligne elevers beredskap til å bruke matematikk. Særlig er det problematisk når dette måles gjennom tekstoppgaver som skal representere problem fra dagliglivet da tekstoppgaver kun er en rekonstruksjon av virkeligheten.

Denne studien har fokus på læringsprosesser og ikke på måling av ferdigheter og kompetanser. Samtidig er myndighetenes vektlegging av kompetanse og vurdering i skolen et viktig bakteppe for å forstå handlinger hos elever og lærer. Elever og læreren beveger seg inn i et undersøkelseslandskap og må håndtere risikoen det medfører i forhold til myndighetenes krav om at elevene på forhånd skal vite læringsmålene de skal nå. Alt lar seg ikke planlegge på forhånd om deltakerne skal være undersøkende sammen.

Å se på matematikk som menneskeskapt og som et fag i bevegelse, samtidig som jeg velger å undersøke elevenes refleksjoner i og om matematikk på skole og i bedrift, peker fram mot et dialogisk perspektiv som teoretisk grunnlag for studien.

3 Teorigrunnlag

Enhver ytring er svarende i forhold til tidligere og fremtidige ytringer, ifølge Bakhtin (2005, s. 460). Dette kapittelet vil være svarende på spørsmål som er stilt og som forventes stilt. Et slikt spørsmål kan være hvorfor jeg velger å bygge på teori fra Bakhtin i en matematikkdidaktisk avhandling når Bakhtin selv var litteraturviter og filosof. Mitt forskningsfokus, som er å undersøke elevers matematikksamtaler når de beveger seg mellom ulike språkbrukssfærer og undersøke hvilket potensial for kritisk matematikklæring det kan være i en slik bevegelse, har vært styrende for valg av teori. Jeg har hatt behov for teori som ivaretar kompleksiteten og som gir redskap for å analysere samtaler og læring i møte med det som er nytt og annerledes. Bakhtins teori knyttet til dialogisitet og læring i det å møte andres stemmer, sammen med teori om læring gjennom grensekryssing fra sosiologien, møter disse behovene.

For å forstå bakgrunnen for og noe av dybden i Bakhtins dialogbegrep, gjør jeg kort rede for Bakhtins liv og den lingvistiske diskusjonen han deltok i. Deretter redegjør jeg for begreper som metalingvistikk, flerstemmighet og dialogisitet og knytter dette til studien. Når jeg velger å bruke Bakhtin, velger jeg ikke bare en teorietisk ramme for tolkning av enkeltfenomen, men også et metodologisk perspektiv der dialogisme med sentripetal- og sentrifugalkrefter er sentrale begrep. Teori og metodologi flyter derfor til dels sammen i dette kapittelet. Begrep som normer, grenser og grenseobjekt henter jeg fra sosiologien. Jeg redegjør for disse begrepene og viser hvordan disse supplerer Bakhtins dialogisme og flerstemmighet.

3.1 Bakgrunn for Bakhtins dialogisme

Bakhtin (1895–1975) var russisk borger i en periode der marxismen og politisk ensretting stod sterkt i landet. Han ble selv forvist og fikk i en lengre periode ikke lov til å gi ut bøker. I denne perioden vokste det fram et miljø for dialogisk tenkning, både blant filosofer og kunstnere. Selv var Bakhtin[21] aktivt i dialog med «de andre», med mennesker som tenkte ulikt ham selv. Undertrykkingen han opplevde er et bakteppe for meg til å forstå hans kritiske holdning til det autorative ordet, der ensretting og monologisering av offisiell tenkning fant sted. Bakhtin var aktiv deltaker i en gruppe intellektuelle personer med ulike religiøse og faglige bakgrunner som var engasjert i diskusjoner og i utvikling av ideer. I

[21] Bakhtin var preget av Buber (1992) sin filosofi knyttet til «Jeg og du» uten å knytte seg til hans ontologi (der dialogisme starter med gudsforhold). Bakhtins refererte ikke til ham (etterord av Slaattelid i Bakhtin, 2005, s. 49).

ettertid er gruppen kalt «den Bakhtinske sirkel». Gruppens diskusjoner blir sett på som viktig bakgrunn for utviklingen av et av hans hovedbegrep; dialogisme. Bakhtin utviklet dialogisme både som et filosofisk og analytisk begrep. Sentralt her er hans analyse av Dostovjevskijs poetikk der han analyserte dialogene. Han vektla hvordan ulike stemmer kom til ordet, der hovedpersonen (hero) løsrev seg fra forfatteren, der dialogisiteten mellom ulike stemmer fikk stor plass.

Bakhtins teorier om språk og dialog var også et svar på strukturalistene og lingvistene (som f. eks. Saussure) sine bestrebelser for å finne helhet og allmenngyldige strukturer og regler i språket. Språkets kommunikative funksjon kommer i bakgrunnen som noe sekundært i lingvistikken i det 19. århundret, skrev Bakhtin (2005, s. 9). Han reagerte på den skjematiske framstillingen av kommunikasjon der den talende formidler og talepartner er passiv lyttende, noe han beskriver som fiksjoner, fordi framstillingen ikke fanger den komplekse og mangesidige aktivitet som talekommunikasjon er (Bakhtin, 2005, s. 10). Aktiv forståelse, skriver Morson og Emerson (1990, s. 128–129) på bakgrunn av Bakhtins tekster, består av dekoding av ytringer. Det innebærer å gripe hvorfor en ytring blir sagt, relatere det til egne interesser og antakelser, forestille seg hvordan ytringen responderer til framtidige ytringer og hvilken respons den inviterer til, evaluere og tenke seg hvordan en eventuell tredje person ville kunne forstå ytringen. I tillegg skal den lyttende forberede en respons på ytringen. Talerens ytring er rettet inn mot mulige svar den lyttende kan komme med. De lyttende er slik sett svært viktige og aktive deltakere i kommunikasjonen.

Behovet for et homogent system som lot seg klassifisere, førte til at Saussure todelte språket i språksystem (langue) og tale (parole) der språksystem kunne klassifiseres, mens parole ikke lot seg studere på samme vis (Slaattelids etterord i Bakhtin, 2005, s. 60). Saussure (1970, s. 31–41) beskrev tale (parole) som det individuelle som krever vilje og intelligens (s. 37–38) og er mer eller mindre tilfeldige. Dette i motsetning til språksystemet som for ham var sosialt og allment. At språket er heterogent var Saussure og Bakhtin enige om, men Bakhtins innvending mot Saussures todeling var at en mister vesentlige sider når en vitenskapelig kun studerer språksystemet. Problemet er da ikke objektets mangfoldighet, men den vitenskapelige metode (Bakhtin, 2005, s. 12). Bakhtin så på individet som språkbruker som et sosialt fenomen (Slaattelids etterord i Bakhtin, 2005, s. 62). Ut fra dette utviklet han metalingvistikk[22] for å fange sider ved språket som Saussure så på som uegnet for vitenskapelig gransking. Jeg ser på Saussures lingvistikk som

[22] «Metalingvistika» er ordet Bakhtins bruker på sin form for lingvistikk, og blir i vesten oversatt til både metalingvistikk og translingvistikk (Morson & Emerson, 1990, s. 131).

en adekvat teori for å få innsikt i f. eks. elevers utvikling av matematiske begreper slik som Johnsen-Høines (1998) anvender Saussure og arvtakerne hans[23]. Hun vektlegger her utvikling av begrepsuttrykk og begrepsinnhold i begynneropplæringen i matematikk. I mitt arbeid er det ikke begrepsutvikling som skal studeres. Heller ikke en enkel form for overlevering av kunnskap som kan fanges i en «sender – mottaker»-modell. Jeg har behov for en teori som gir meg redskap til å gripe kompleksiteten når elevene er i bevegelse mellom ulike språkbruks-sfærer og som kan hjelpe meg til å undersøke individuelle ytringer som sosiale fenomen – ikke minst for å søke å forstå potensialet for matematikklæring i en slik bevegelse. Bakhtins metalingvistikk er derfor valgt som redskap for å vitenskapliggjøre og teoretisere matematikk-samtalene når elevene beveger seg i og mellom ulike praksiser.

3.2 Metalingvistikk

Børtnes[24] (1999b, s. 37) skriver at Bakhtins metalingvistikk utvikles til «en vitenskap om språket som utsagn, som kommunikasjon og kontekstbetinget samhandling mellom talende og lyttende subjekter». Et matematisk utsagn i klasserommet vil da tolkes ut fra hva som blir ytret, hvem det ytres til og er svarende i forhold til og ut fra en samhandling som skjer mellom den som ytrer og den som lytter ut fra konteksten de befinner seg i. Talesjanger, der individuelle ytringer preges av språkbruksfæren de opptrer i, er slik en vesentlig del av metalingvistikken (Bakhtin, 2005). Når elevene forflytter seg mellom ulike sammenhenger, må ytringene tolkes i forhold til sammenhengene de beveger seg mellom. Bare innenfor skolematematikken vil elevgrupper utvikle ulike måter å snakke matematikk på. For eksempel vil noen elevgrupper sammen med læreren utvikle en undersøkende tilnærming til matematikk, der det er forventet av elevene at de skal stille spørsmål, utfordre, forsvare og argumentere og der ulike svar kan være riktige (Alrø & Skovsmose, 2002). I andre klasserom kan det være en typisk IRF- sjanger (Coulthard, 1992) der det forventes at læreren stiller spørsmål, eleven svarer og læreren evaluerer og gir tilbakemelding på svaret. Mange klasser har variasjoner av disse, og elevene kan gli inn i den ene eller den andre sjangeren fordi de tolker hverandres forventinger (lærer tolker elever, elever tolker lærer eller hverandre). Deltakerne har da utviklet kunnskap om og erfaring med ulike sjangre. Voksne som

[23] Arvtakere: Ogden og Ricards som videreutviklet Saussures begrepsinnhold og begrepsutrykk til den semiotiske triangel med referent, begrepsuttrykk og begrepsinntrykk (Chapman & Routledge, 2005). Steinbring (1997) bygger videre på denne og utvikler epistemologisk trekant knyttet til matematikk, men med mindre fikserte «hjørner» enn Ogden og Richards .

[24] http://www.hum.au.dk/romansk/polyfoni/Tribune9/borstnestrib.htm

lærer matematikk knyttet til arbeidet sitt, har satt ord på sin opplevelse av ulikhetene mellom sjangrene innen skolematematikk og arbeidslivsmatematikk. Ifølge dem, skriver Wedege (2006), er skolematematikken en individuell sak der svaret kun har betydning i forhold til om det er rett eller galt, ikke i forhold til om svaret gir mening. Matematikk i arbeidslivet sees som et kollektivt ansvar der svaret skal gi mening og ha en praktisk konsekvens. Dette kan ha betydning for talesjangre i og om matematikk som utvikles på skole og i arbeidsliv.

3.2.1 Ytring og taleplan

Hittil har jeg brukt begrepet ytring som et enkelt og utvetydig begrep. Når jeg leser Bakhtin finner jeg at begrepet har mange lag. Ytringen lar seg vanskelig fange inn i en enkel definisjon. En ytring er ikke det samme som en grammatisk setning. Ytringen kan være alt fra et kremt til en avhandling. Grensen til ytringens start og slutt, defineres av talebytte. Fullføring av en ytring lar seg definere ut fra om det er mulig å svare eller innta en svarende posisjon til denne, skriver Bakhtin (2005). Ytringen er svarende på tidligere ytringer, men også svarende på kommende ytringer. Slik inngår ytringen i en uendelig ytringskjede. Ytringen bestemmes av og inngår i en taleplan. Bak en taleplan ligger en intensjon, dermed får også talerens intensjon betydning. Taleplanen eller taleviljen definerer ytringens helhet, omfanget av og grensene for ytringen skriver Bakhtin, (2005, s. 19–20). Som lytter kan en måle fullføringen av ytringen gjennom taleplanen eller taleviljen slik lytteren forstår den. Planen, som sees på som ytringens subjektive moment, henger sammen med ytringens objektive side, som er emne (Bakhtin, 2005). Den subjektive og objektive siden ved ytringen henger sammen. Ytringens plassering i en sammenheng i forhold til omgivelser og tidligere ytringer, avgrensing av tema, sjanger og deltakernes innsikt i situasjonen, gjør at deltakerne kan ha mulighet til å forstå talerens talevilje eller taleplan. I spontantale i klasserommet er det å forstå den andres taleplan vesentlig for kommunikasjonsflyten. Lytter en kun på lydopptak fra små samtalesekvenser uten å ha konteksten rundt, kan taleplanen virke uforståelig. Som deltaker tolker en den andres talevilje fortløpende uten å tenke over det. I ukjente sammenhenger, eksempelvis når elevene flytter seg fra skole til bedrift, vil det kunne være vanskeligere å forstå talerens talevilje. Dette kan medføre brudd. I slike brudd kan det ligge potensial for å skape noe sammen om en velger å undersøke hverandres perspektiv.

I en studie i et bakhtinsk perspektiv, er det ytringen som er analysefokus. Hvordan jeg tolker og anvender ytring i analyse av matematikksamtalene, vil jeg gjøre mer rede for i metodekapittelet.

3.2.2 Ytringens flerstemmighet og makrotid

Børtnes (Børtnes, Uten årstall) beskriver flerstemmighet og dialogisitet som nøkkelbegreper hos Bakhtin. Mens dialogisitet beskriver relasjoner mellom ytringer, er flerstemmighet brukt om «ytringer hvor de ulike stemmene ikke lenger oppleves som de subjektive, selvstendige stemmene de en gang var, men har gått sammen i en flerstemmig enhet (harmonisk eller polemisk)» (Børtnes, Uten årstall, s. 12–13). Flerstemmighet i en ytring kan brukes bevisst. Et eksempel på dette kan være når en elev parodierer en annen og låner ordene og til dels ekspressiviteten til denne. Samtidig gis ytringene en ny betydning gjennom elevens egen ekspressivitet, slik at flerstemmigheten opptrer som en polemisk enhet. Eller det kan være når eleven eksempelvis låner ord fra læreren eksplisitt og hun henviser til at «læreren sa at …». I slike tilfeller kan ens egen ytring gis ekstra autoritet ved at en refererer andre ytre autoriteter. Men ofte er flerstemmigheten i ens ytring ubevisst. En låner ord av andre, ord som er brukt før, men som blir nye når en selv sier dem gjennom den sammenheng en sier det i og i gjennom egen ekspressivitet.

Ytringer posisjoneres også i forhold til fortid, – nåtid og framtid, det Børtnes (1999a, s. 23) kaller makrotid. «Makrotiden», skriver Børtnes (Ibid), «er det tidsrom hvor alle tekster, alle kulturer, eksisterer samtidig.»

For å illustrere flerstemmighet og makrotid henter jeg et eksempel fra empirien: 10.mars 2010, video: 08:00.

Læreren har i starten av arbeidet med rorbuene sagt til elevene at de kan konstruere rette vinkler for å øve seg. Underveis i arbeidet diskuterer elevene seg imellom om de skal tegne eller konstruere rette vinkler når veggene de trenger til 3D-modellen skal lages. Når lærer kommer, spør Daniel hva de skal gjøre:

Daniel: Må jeg konstruere eller kan jeg tegne?

Lærer: Du kan eh… konstruere, for da kommer du inn i det.

Det mest praktiske for elevene hadde vært å bruke vinkelhake eller gradskive for å tegne de rette vinklene. Elevene oppdaget tidlig at en grads unøyaktighet gav store feil når veggene skulle være lange. På besøk hos tømrer hadde de i tillegg fått demonstrert andre typer redskap for å tegne rette vinkler.

I lærerens svar, kan jeg ane flere stemmer fra både fortid, nåtid og framtid. Den ene stemmen er historisk. Fra matematisk historie finner en konstruksjon som et redskap til å visualisere ideen om den nøyaktige (ideelle) «verden». Platon forholder seg til en matematisk idéverden der en sirkel ikke er det du kan tegne, den er for ufullkommen, det er sirkelen som idé som geometrisk sted for alle punkter med like lang avstand til sentrum, som er det vesentlige (Lützen, 1985, s. 21). Å konstruere en rett vinkel[25] er det samme som å halvere en sirkel og så igjen halvere 180° vinkelen, dvs. finne alle punktene som er like langt fra hvert av vinklebeina ved hjelp av passer og linjal. Konstruksjon med passer (som vi kan tegne sirkler med) og linjal (som vi kan trekke rette linjer med) er ideelt sett mer nøyaktig enn tegning. Når læreren sier at eleven kan konstruere, trenger stemmer fra antikken igjennom i lærerens ytring.

Bruk av passer og linjal i norsk skole har vært gjenstand for diskusjon (Jahr, 1998). Ikke minst ble diskusjonen aktuell da gode og lett tilgjengelige dynamiske programvarer kom. Det gjorde det enkelt å konstruere med sirkler og rette linjer rimelig nøyaktig og mye mer nøyaktig enn med passer og linjal. Denne diskusjonen knyttet til konstruksjon i skolen, har foreløpig endt med at elevene på ungdoms-trinnet fremdeles ut fra LK06[26], skal lære konstruksjon med passer og linjal. Den formelle skolepolitiske stemmen kan høres i lærerens ytring.

Læreren må i løpet av kort tid svare elevene ja eller nei til på spørsmålet om elevene skal konstruere. I nølingen kan en ane elevenes stemme som er spørrende til denne måten å løse oppgaven på: «*Må* jeg konstruere eller *kan* jeg tegne?» Hun svarer ikke «du må», men «du kan», der gjenklangen fra elevens ytring anes på tross av at hun avleverer et ikke foretrukket svar fra elevens perspektiv.

Ut fra sammenhengen samtalen står i, den kommer i etterkant av møtet med tømreren, kan en også ane tømrerens stemme i nølingen. Han har demonstrert helt andre redskaper i bruk enn passer og linjal. Læreren lander likevel på det fremtidige, offisielle mål, det elevene skal kunne når de går ut av grunnskolen ut fra LK06. Elevene skal konstruere for å «komme inn i det». I tillegg til de offisielle stemmene kan en også forestille seg at lærerens stemme blandes med kollegaers, skoleledelsens og foreldrenes stemmer som spør om elevene lærer det de skal ut fra pensum i elevprosjektet. «Å komme inn i det» er en måte å snakke om læring på, en må øve seg for å «komme inn i det».

På neste side har jeg satt inn i tabell ulike stemmer som kan anes i lærers enkle utsagn: «Du kan, eh .. konstruere, for da kommer du inn i det.» (Se tabell 2).

[25] Euklid: Definisjon10. Når en rett linje møter en rett linje og vinklene på begge sider av den første er like store, så er hver av disse vinklene rette, og den rette linjen som står på den andre kalles en normal på den som den står på.

[26]LK06, kompetansemål 8.-10. tinn, geometri: utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel

Tabell 2, flerstemmighet og makrotid[27]

Lærer: Du kan, eh.. konstruere, for da kommer du inn i det	Fortid	Nåtid	Framtid
Stemmer fra antikken, Platons idéverden	Konstruksjon som historisk fenomen,		
Politiske stemmer	Kompetansemål om konstruksjon med passer og linjal, Vedtatt i fortid.	Gjeldende læreplan	Gjelder hva elevene skal kunne når de går ut av ungdomsskolen
Elevens stemme		I lærers nøling kan en ane elevens stemme som setter spørsmålstegn ved om en *må* konstruere	
Tømrers stemme	I lærers nøling: Tømrer har vist den autentiske måten å tegne plantegninger		
Kollegaers, ledelse og foreldres stemme			«For da kommer du inn i det» Gjenklang og svar på spørsmålet «Hva har elevene lært av «pensum»?»

De ulike stemmene er ikke harmoniske. Tvert i mot er de motstridende og viser hvilket dilemma læreren er i og må ta stilling til i et tidels sekund.

Denne illustrasjonen viser hvordan bakhtinsk teori om flerstemmighet og makrotid i ytring kan bidra til å tolke matematikksamtaler i forhold til historisitet og kontekst. Samtidig er det ikke bare flerstemmighet i enkeltytring eksempelet demonstrerer, det er også hvordan ytringen er i dialogisitet med kontekst og andres ytringer. Lærerens ytring er svarende på elevens ytring, men også på eventuelle kommentarer eller fremtidige kommentarer fra kollegaer og foreldre. Bakhtin beskriver ordet som møtested for stemmer og dialogiske relasjoner mellom dem: «Ordet», seier Bakhtin, «tilhøyrer ikkje meg

[27] Tabell 2 ble vist til læreren. Hun beskrev at dette satte ord på og systematiserte det hun nå i et retroperspektiv tror hun tenkte i situasjonen. Hun kjente seg igjen.

åleine, men vert ein møtestad for meiningar, for stemmer (golosa) og for dialogiske relasjonar mellom dei» (Bakhtin referert i etterord av Slaatelid i Bakhtin, 2005, s. 70).

3.2.3 Dialogisitet mellom ytringer

For denne studien vil det være vesentlig å undersøke dialogisiteten mellom ytringer – det vil innebære å studere forhold mellom ytringer som berører hverandre tematisk både i enkeltsamtaler og mellom samtaler. Eksempelvis vil jeg se etter dialogisitet mellom ytringer fra når elevene arbeider og diskuterer målestokk på skolen og ytringer knyttet til samtale med tømrer om målestokk (og reduksjonsstav) i bedrift. For at det skal være dialogisitet mellom ytringer må det være mer enn bare et felles tema, det må være en relasjon mellom dem, som når en uttrykker enighet, uenighet eller forskjellighet (Morson & Emerson, 1990). Ytringene står også i relasjon til omgivelsene og de posisjonerer seg i forhold til tid; fremtid, nåtid og fortid. Det vil slik være en dialogisitet, ikke bare mellom ytringer, men også mellom omgivelser og tid. Gjennom å studere dialogisitet og flerstemmighet kan jeg få øye på bevegelser mellom ulike språkbrukssfærer i og mellom samtaler.

3.2.4 Dialog og monolog

En monologisk ytring vil kunne ha flere stemmer og være i dialogiske relasjoner med andre stemmer. På tross av dette, skriver Mørch (Bakhtin, 2008, s. 13), er det hos Bakhtin en grunnleggende motsetning mellom dialog og monolog. Monologen vil være påståelig, overtalende og autoritær. Taleren forsøker å monologisere språket ved å føre diskursen tilbake til en enkelt stemme (Bakhtin, 2008).

Det som i form kan virke dialogisk, kan i analyser avsløres å være monologisk. Eksempel på dette er Platons utlegging av Sokrates´ dialoger. Den ytre formen til en dialog er bevart, men Sokrates´ samtalepartnere er redusert til statister, der deres individuelle stemmer er fjernet. Deres ytringer tjener kun til å fremheve Sokrates skarpsindighet og poeng. Bakhtin gav utrykk for sterk motstand mot dialektikk som dette er et eksempel på, fordi han mente denne stod for en type monologisering på tross av form.

> Den filosofiska monologismen omöjliggör en äkta växelverkan mellan medvetanden og därmed också en äkta dialog. På det hela taget känner idealismen bara till ett slag av växelverkan ock kunskapsutbyte mellom medvetanden: någon som vet ock äger sanningen lär någon som inte vet ock har fel, dvs. förhållandet mellom lärare ock elev ock följaktligen bare en pedagogisk dialog (Bachtin, 2010, s. 99) [28].

Pedagogisk dialog slik Bakhtin bruker det her, vil jeg dermed se på som en monologisk samtale der en prøver å lære en annen som ikke kan.

[28] Oversettere har litt ulike versjoner når russiske navn skal skrives med latinske bokstaver. I denne boken er skrivemåten Bachtin valgt.

Monologiske samtaler er et kjent fenomen fra matematikklasserommet. Tidligere har jeg referert til IRF-samtaler der lærer er den som koordinerer meningsskapingen, han vet svaret, spør likevel og gir respons der han vurderer svaret. Andre matematikksamtaler som kan oppfattes monologiske kan være samtaler der lærer inviterer til en form for undersøkende dialog, men leder elevene til svaret som er «riktig» eller ønsket som i det Bauersfeld kaller traktsamtaler (Bauersfeld, 1988; Wood, 1998). Læreren ser hva eleven har problem med. Han/hun ønsker å formidle en strategi og leder eleven til riktig svar gjennom enkeltspørsmål. Eleven kan i ettertid se hvert spørsmål som lærer har stilt som enkeltspørsmål som er lette å svare på, men har ikke nødvendigvis oppfattet strategien som læreren har tenkt at eleven skal oppdage. Læreren har ledet eleven gjennom en trakt for at eleven selv skal resonnere seg fram til svaret læreren ønsker, uten at læringsutbytte er det som lærer i utgangspunktet ser på som ønskelig (Wood, 1998). Ut fra Bakhtin kan dette ikke sees på som autentisk undersøkende samtale (Johnsen-Høines & Alrø, 2010; Lindfors, 1999). En autentisk undersøkende samtale vil være en samtale der en undersøker sammen noe en ikke vet svaret på, eller er undersøkende til hverandres perspektiv.

3.3 Dialog og dialogisitet

Begrepene dialog og dialogisitet beveger seg på flere nivåer og har konsekvenser både for hvordan denne studien plasseres vitenskapsteoretisk, og for hvordan jeg kan skaffe meg innsikt i spørsmålene studien reiser. Gjennom å studere dialoger i litteraturen, utviklet Bakhtin tenkning og begreper som rekker langt ut over konkret analyse av tekster. Dialogen foregår mellom mennesker – men dialogisitet er også en beskrivelse av å være. Morson og Emerson (1990, s. 130–131) skriver at Bakhtin bruker dialog og dialogisitet på tre plan. På bakgrunn av Morson og Emerson (1990) og Skaftun (2009) har jeg satt de tre bruksplanene inn i tabell 3.

Tabell 3. Dialog og dialogisitet

Plan i Bakhtins bruk av dialog og dialogisitet	**Beskrivelser:**
1. Ytringsplan Inklusivt dialogbegrep (Inklusivt, begrep hentet fra Skaftun, 2009)	Nøytrale ord tilhører ingen, fremmede ord tilhører andre med gjenklang fra andres ytringer og mitt ord fylt med min ekspressivitet. Slik vil også en monolog kunne være dialogisk (Bakhtin, 2005)
2. Relasjonelt plan Eksklusivt dialogbegrep (Eksklusivt, begrep hentet fra Skaftun, 2009)	Dialog som opposisjon til monolog – som poler i et dialogisk spenningsfelt (Skaftun, 2009), der monologisk tale har sine kjennetegn.
3. Metaforisk plan Dialogen som modell for verden og sannheten (Abstrakt metaforisk plan, begrep fra Skaftun, 2009)	Å være vil si å ha dialogisk samkvem (Bakhtin, 2008, s. 197). Alle ytringer inngår i en uendelig kjede av ytringer (Bakhtin, 2005), som er livets store dialog (Skaftun, 2009, s. 146-147; Morson & Emerson, 1990, s. 130) Autoritative ord er respons på denne situasjonen. Prøver å avvikle sannhetens prosessuelle karakter, framstille denne som stilleben.

Bakhtins flertydige bruk av dialog og dialogisitet er en av grunnene til at jeg har valgt å bruke det generelle ordet samtaler før samtalene er analysert. Jeg bruker dermed dialog og dialogisitet som analytiske begrep knyttet til plan 1) og 2). Dette vil jeg avklare mer i metodekapittelet.

Lotman (1988) bygger på tankegods hos Bakhtin og beskriver at tekst[29] kan ha to funksjoner som er til stede samtidig, i større eller mindre grad; den kan både være univokal og dialogisk. Den univokale funksjonen har sammenheng uten å være sammenfallende, som med monologiske ytringer hos Bakhtin. Fokuset, når den univokale funksjonen er til stede, er på å formidle mening. Den dialogiske funksjonen er derimot med på å skape ny mening. Da brytes argumenter, en lytter til hverandre og skaper ny mening sammen. Dersom medlemmer i en gruppe har lik bakgrunn og er samstemte, blir ofte teksten mest univokal. Medlemmene mottar hverandres budskap uten at det skjer en konfrontasjon som kan skape diskusjon og utvide hverandres horisonter. Wertsch og Toma (1995) viste hvordan disse funksjonene var i virksomhet i amerikanske og japanske matematikklasserom hvor det er ulike tradisjoner for undervisning. I USA stod formidlingstradisjonen sterk, mens det i japanske klasserom rådet en mer dialogisk problem-løsende tilnærming i matematikkundervisningen. Det siste førte til mer aktive deltakere som stilte spørsmål og brukte andres argumentasjon til å

[29] Tekst hos Lotman, er alt som kan tolkes, muntlig og skriftlig, kunst og klær.

utvide og bearbeide sine egne ytringer. Tekstens to funksjoner, den univokale og dialogiske (Lotman, 1988) ser jeg i sammenheng med Bakhins dialogisitet i plan 1 og 2 i tabell 3. Funksjonene gir et redskap for å analysere hvilke samtaler elevene inviterer og inviteres inn i når de lærer matematikk i bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer.

3.3.1 Dialogisme som paradigme

Dialogbegrepet slik Bakhtin bruker det på plan 3, det abstrakt metaforiske plan, har konsekvenser for plassering av avhandlingen i et paradigme – eller i en metaforisk forståelsessfære (Skaftun, 2009). Skaftun (2009, s. 149) beskriver at dialogismen rommer en teori om objektets natur, om forhold mellom forsker og objekt som er et subjekt til subjekt-forhold da dialog alltid vil være mellom subjekter. Så selv om det som tolkes er tekst (i mitt tilfelle beskrivelse av situasjoner og transkripsjoner av samtaler som kan tolkes) vil forholde mellom teksten og meg være et subjekt til subjekt-forhold der vi er i dialog med hverandre. Skaftun beskriver videre dialogismen som grunnlaget for vitenskapelig erkjennelse der ingen sannhet er endelig i menneske-verden. Som Mørch skriver det: «Sannheten blir til kontinuerlig i dialogen mellom mennesker. Den monologiske sannheten derimot, tilhører Gud alene» (forord av Mørch i Bakhtin, 2008, s. 28). Slik jeg ser det er dette ikke en fornektelse av at en virkelighet og sannhet eksisterer, men at menneskene ikke i seg selv kan gripe den. Oppfattelse av sannhet er for mennesket preget av tid og sted og skapes gjennom dialogen mellom mennesker. Slik vil også vitenskapen være preget av dialog for å komme videre i forståelse og kunnskap.

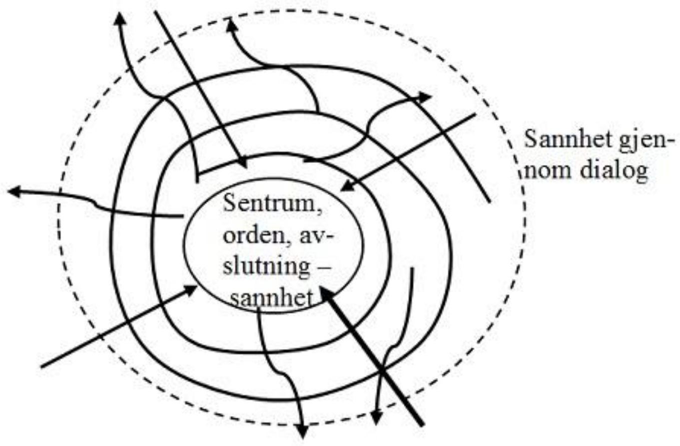
Bakhtin ser på selve eksistensen som dialogisk, altså er det et filosofisk perspektiv på dialog der svar på et filosofisk grunnspørsmål blir løftet fram: «Å være vil si å ha dialogisk samkvem. Når dialogen slutter, slutter alt. Derfor kan dialogen egentlig ikke slutte, og den må ikke slutte» (Bakhtin, 2008, s. 197).

Å ta et dialogisk perspektiv på tilværelsen er likevel forskjellig fra å innta et totalt relativistisk eller for den saks skyld dogmatisk ståsted.

> Vi behöver knappast påpeka att ett polyfont tillvägagångssätt inte har det minsta gemensamt med relativism (eller dogmatism). Ty både relativism och dogmatism utesluter i lika grad varje meningsutbyte, varje sann dialog genom at göra den antingen onödig (relativism) eller omöjlig (dogmatism) (Bachtin, 2010, s. 86).

Bakhtin beskriver at gjennom andre forstår en seg selv, og at å leve betyr å være i en uavsluttet dialog med andre mennesker, en kan faktisk ikke se seg selv som et hele uten i forhold til den andre (Bakhtin, 1984, s. 287). Denne forståelsen av dialogisitet gir et viktig bidrag til å forstå læring som et sosialt fenomen der møte med «de andre» sine betydninger vektlegges. For noen vil en slik dialogisk forståelse av å være og implisitt også å lære, der sannhet er noe en sammen nøster opp gjennom dialog, oppfattes provoserende. Usikkerheten rundt hva som er sant kan føre til at en søker orden. Det autoritative ordet må forstås som én respons på denne situasjonen (dialogen som værende, min presisering); som en streben etter å avvikle sannhetens prosessuelle karakter og framstille den en gang for alle i et stillbilde (Skaftun, 2009, s. 147). Dette sitatet viser til det abstrakte metaforiske planet (plan 3) i tabell 3. Det er tale om krefter som virker i ulike retninger. Noen krefter som virker inn i forhold til orden der sannhet er gitt og andre krefter som ser sannhet som en dialogisk prosess. Bakhtin beskriver kraft og motkraft som sentripetal- og sentrifugalkraft. På samme måte som dialogbegrepet kan disse begrepene anvendes på ulike plan, fra de minste språklige utfoldelser via relasjoner mellom kulturer, til driften mot å skape mening i tilværelsen (Skaftun, 2009). Sentripetal- og sentrifugalkraft må sees i sammenheng med begrepet flerstemmighet hos Bakhtin.

I fig 3 har jeg tegnet en modell for hvordan sentripetalkraft og sentrifugalkraft kan fungere, både knyttet til dialog på abstrakt metaforisk plan (plan 3 i tabell 3), men også i relasjon til analyse av flerstemmighet i enkeltytringer i en matematikksamtale knyttet til det eksklusive og inklusive dialogbegrepet (plan 1 og 2 i tabell 3).



Figur 3. Sentripetal- og sentrifugalkrefter

Spiralen er ujevn. Prosessene er påvirkelige av kraft som virker inn mot sentrum og kraft som vender bort fra sentrum. Spiralen har ikke retning innover eller utover og representerer dermed både sentripetal- og sentrifugalkraften. Den påvirkes av piler som virker inn mot orden og avsluttende sannheter. Disse pilene er tydelige og rette da de har et klart sentrum. De søker mot klare mål og institusjonaliserte sannheter. Spiralen påvirkes også av bølgede, uryddige piler som går på kryss og tvers bort fra sentrum. Målet er her ikke klart. Morson og Emerson (1990, s. 140) problematiserer begrepet sentrifugalkraft fordi det kan gi inntrykk av en ordnet kraft ut fra sentrum, mens det mer er krefter som virker i ulike retninger, krefter som kan være motstridende og uforenlige. Derfor er sentrifugalkrefter her tegnet som bølgede piler i ulike retninger som kan representere en bevisst eller ubevist motstand mot klare sannheter slik disse kan blir oppfattet. Sirkelen i midten og den stiplede sirkelen ytterst symboliserer ulike posisjoneringer i forhold til hvordan en ser på sannhet. Den ytre sirkelen med stiplet linje symboliserer at sannhet er noe en prøver å fatte i dialog mellom mennesker med ytringer som representerer krefter i ulike retninger. Sirkelen er ikke endelig. Sannhet er her dynamisk[30].

Sentrifugalkreftene streber etter å holde tingene fra hverandre, mens sentripetalkreftene strever med å holde tingene samlet, skriver Holquist (forord i Bakhtin, 1981). Disse kreftene, skriver han videre, er til stede i kulturytringer så vel som i naturen, og spesielt i den individuelle bevissthet, og i enda større grad i individuelle ytringer. Slik vil disse kreftene være til stede både i livets store spørsmål, og i de små detaljer i matematikksamtaler på mikronivå der deltakere sammen koordinerer mening.

3.3.2 Sentripetal- og sentrifugalkrefter

Sentripetal- og sentrifugalkrefter som påvirker hva som skjer i den enkelte klasse, finner sted på flere nivåer. Det kan være de sterke offentlige stemmene som vi finner i politiske debatter, eller enkeltytringer fra elever og lærere. På ulik måte vil stemmene bidra inn mot hva som skjer og kan skje i matematikklasserommet. De har betydning for hva som koordineres og hvilket handlingsrom deltakerne har i klasserommet innen matematikklæring.

I matematikklasserommet står «institusjonaliserte sannheter» svært sterkt. «Alle må kunne gangetabellen» kan være en slik sannhet. «I geometri må en lære å konstruere med passer og linjal», kan være en annen sannhet. De finnes både i læreplaner og i levd liv i klasserommet. Det er monologiske ytringer som virker ensrettende på hva matematikk i skolen skal være og hvordan en skal arbeide i matematikktimer. De institusjonaliserte sannhetene kan skifte over tid, men er likevel forbausende stabile. Eksempelvis ble pugging av multiplikasjonstabellen mindre vektlagt i L97, i stedet skulle en vektlegge strukturer i tabellen. Men i skolen stod likevel tradisjonen med pugging og testing til gangesertifikat[31] sterkt. Videre er muntlige aktiviteter og samarbeidslæring fremmet i læreplaner i matematikk, men faget blir likevel ofte sett på som det individuelle og «stille» faget der elevene sitter og løser oppgaver i ensomhet (Haug, 2006; Klette, 2003; Grønmo,

[30] Har mye til felles med Habermas – «det beste argument».

[31] Gangesertifikatet får eleven etter å ha lært gangetabellen. Dette blir gjerne testet gjennom gjentatte gangeprøver som skal klares på tid med ingen eller svært få feil. Fungerer noe ulikt fra sted til sted i Norge, men har en lang tradisjon i landet.

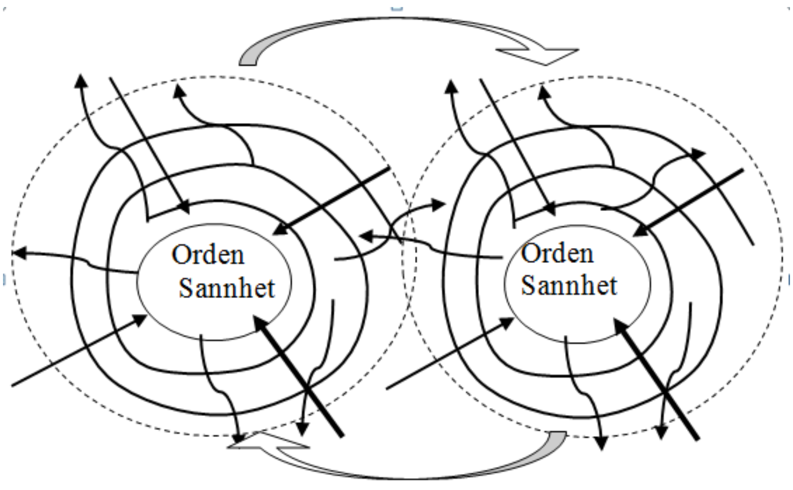
Onstad & Pedersen, 2008). I klasserom vil sentripetal- og sentrifugalkrefter være til stede og de institusjonaliserte sannheter vil stadig være oppe til forhandling. Når for eksempel Daniel spør «Må jeg konstruere eller kan jeg tegne?» (se 3.2.2) viser Daniel at han vet hva som forventes fra institusjonen han befinner seg i, han skal øve seg på å konstruere. Samtidig uttrykkes opposisjon, altså sentrifugalkraft gjennom hans ordlegging og bruk av må og kan: *må* jeg konstruere eller *kan* jeg tegne. Ved å spørre autoriteten (lærer), søkes orden. Sentripetal- og sentrifugalkraft utrykkes slik i samme ytring.

En reaksjon på ensretting og dermed også tegn på sentrifugalkraft, kan være å bruke humor og parodi. Bakhtin viser til middelalderens karnevalisme i litteraturen for å beskrive utgangspunktet for den moderne flerstemmige roman (Bakhtin, 2008). I karnevalstiden i middelalderen kunne allmuen gå i parade og parodiere maktpersonene uten å bli straffet. En låner språket til en annen mens en gjennom ekspressivitet viser andre meninger enn det en uttrykker i ord, noe en ofte kan observere i samtaler mellom elever (Roth, 2009). Konteksten er avgjørende for hvordan adressaten oppfatter ordene. Flerstemmighet, kraft og motkraft er synlig eller hørbart til stede i parodien eller humoren. Den kan brukes av elever som viser motstand mot å utføre matematikken slik institusjonen forventer de skal gjøre. Et eksempel er når elevene, mens de arbeider med 3D-modell, kommenterer at de selv er «gammeldags» (fordi de ikke bruker datamaskin til konstruksjon), og at lærerne ikke følger med i «de moderne tider». De låner ord som «gammeldags» og «de moderne tider» fra andre sjangre og gir ordene sin egen ekspressivitet.

Å anvende humor eller parodi kan være en noe fordekt måte å koordinere mening på. For dem som hører, kan det oppfattes som ubehagelige eller frekke utspill, mens for den som ytrer, kan det synliggjøre en bevissthet og forståelse for situasjonen en er i og hvilke alternativer som finnes. En annen tolkning av satiriske kommentarer som Taylor (2003) beskriver fra et bakhtinks perspektiv, kan være at ordene og innholdet ikke er blitt del av den indre diskursen hos den lærende. Den er kun andres. Satire kan være en måte å prøve ut ordene eller gi uttrykk for at dette ikke er mitt slik det er nå. Slik vil også parodi og satire stå i dialogisitet med hva en har hørt. Den kan være en del av en læringsprosess for å finne ut hvordan en skal forstå og hvilken stilling en skal ta, til det en har fått presentert.

Ulike krefter kan lett oppfattes normativt der en ser på sentripetalkraft som negativ ensretting og sentrifugalkraft som en positiv opposisjon. Eventuelt vil andre kunne se det motsatt; sentrifugalkrefter kan en se som negative krefter som er ødeleggende for den matematikkundervisningen en prøver å få til. Ut fra et bakhtinsk perspektiv trengs begge krefter. For å unngå kaos der alt er like greit, er det behov for krefter som virker inn mot sentrum i forhold til mål og struktur og for at en ikke skal stivne i det som er, trengs det motkrefter. «En stemme verken avslutter eller løser noen ting. To stemmer er et minimum for livet og væren» (Bakhtin, 2008, s. 197). Begge kreftene er altså nødvendige for en dialog. Sentripetal- og sentrifugalkraft i ytringer gir en ramme til å forstå og beskrive hvordan potensial for kritisk refleksjon framstår i samtalene.

I denne studien sees begrepene sentripetalkraft og sentrifugalkraft også i relasjon til elevenes bevegelser mellom to sfærer som ikke nødvendigvis har samme sentrum. I figur 4 nedenfor, illustrerer jeg to språkbrukssfærer med ulike sentrum som er i kontakt med hverandre. Det som er rett og hensiktsmessig orden i den ene sfæren, er ikke nødvendigvis rett og hensiktsmessig i den andre. Samtidig er det ikke vanntette skott mellom sfærene, noe som vises gjennom stiplete sirkler ytterst. Hypotetisk ser jeg for meg en dialog og bevegelse imellom ulike språkbrukssfærer. Deltakernes identitet knyttet til sfæren de tilhører beholdes. Underveis kan de forhandle om og endre hva de ser på som hensiktsmessig og riktig i sine respektive sfærer.



Figur 4. Sentripetal- og sentrifugalkrefter i og mellom skole og bedrift

I avhandlingen knyttes de ulike «sentrum» til ulike syn skole og bedrift har på matematikk, til hvordan en lærer faget, eller til hvordan en arbeider med matematikk i skole og i bedrift. Ved at institusjonene samarbeider på tvers om elevenes læring, gir dette rom for dialog på tvers, i figuren er dette vist ved buede piler imellom sfærene. I denne avhandlingen vil de ulike kreftene sammen med ulike senter for «institusjonalisert orden» studeres i lys av potensial for koordinering av mening i og om matematikk. En bevegelse mellom språkbrukssfærer åpner opp for et møte med det flerstemmige. En kan tenke seg at krefter virker i forhold til å holde på skolematematikktradisjonen i skolen og arbeidslivsmatematikk i bedriften. Et møte mellom dem kan føre til at en stiller seg spørrende til «de andres» tenkning. Slik vil denne teoretiske tilnærmingen åpne opp for å studere hvordan kritisk refleksiv tenkning framstår i denne konteksten.

3.4 Grenseobjekt og grensekryssing

I en bevegelse mellom språkbrukssfærer, trenger en å ha «noe» å snakke om eller gjennom som gjør at en kan utveksle ideer. En trenger møtested fordi en har felles interesse til tross for ulike mål for deltakelse. I sosiologi kalles objekt med en slik funksjon for «boundary objects». På norsk velger jeg å bruke grenseobjekt[32]. Objektet kan være fysisk (for eksempel en tegning eller skjema) eller abstrakt (som en matematisk ide). Star og Griesemer (1989, s. 393), som introduserte begrepet grenseobjekt, beskrev disse som plastiske nok til å tilpasses lokale behov, samtidig som de ivaretar restriksjoner i de ulike praksisene som bruker dem og likevel robuste nok til å opprettholde en felles identitet på tvers av sted. Grenseobjektene blir sett på som viktige for å kunne kommunisere på tvers av faggrenser, samtidig som de skal kunne anvendes ut fra de ulike målsettingene fellesskapene har. De kan fungere som innganger som styrker mulighetene for at en ide, teori eller praksis skal kunne bevege seg på kryss av ulike fellesskap eller praksiser (Wenger, 1998).

I denne studien var elevenes læring årsaken til at samarbeidet og kommunikasjonen mellom elever og tømrer kom i stand. Plantegning var et eksempel på et virksomt fysisk grenseobjekt. Det var noe tømreren brukte i sitt virke når han aktivt planla og tegnet nybygg eller tilbygg[33]. For elevene var plantegning et objekt knyttet til læring. De skulle få erfaring med å konstruere og planlegge areal i forhold til bruk. For å få det autentisk i forhold til bruk utenfor skolematematikken, måtte de lære å tolke og bruke tømrerens tegninger. Elevene og tømreren hadde dermed ulike mål for å bruke tegninger, men de kunne diskutere tegningen meningsfylt på tvers av mål. En slik vellykket meningsutveksling på tvers av tilhørighet i ulike virksomheter, beskrives som grensekryssing (Hoyles, et al., 2010).

Grenseobjekter forutsetter en grense. Suchman (1994) bruker grense for å forklare hvordan en som profesjonell i et arbeid kan måtte gå inn på

[32] Ved søk i eksempelvis Google, får jeg flere oppslag der forskere innenfor kunnskapsproduksjon og sosiologi bruker grenseobjekt på norsk for boundary objects.

[33] Da tømreren også fungerer som kundebehandler i bedriften, vil plantegning også kunne være et grenseobjekt som gir mening for både tømrer og kunde, et objekt de kan snakke gjennom, utveksle ideer, uten at tegningen har samme funksjon for kunden som for tømreren.

områder en ikke er familiær med, slik at en i realiteten er ukvalifisert i situasjonen[34]. Innen arbeidslivet finnes mange nettverk, en er avhengig av hverandre for å lykkes. Ofte stopper prosesser opp på grunn av manglende forståelse og kommunikasjon på tvers av grensene. Når overføring skjer fungerer det i disse situasjonene som interpersonell overføring av ideer.

Også intrapersonelt kan en tenke seg grenser. En kunnskap kan i et slikt perspektiv ikke uten videre overføres fra ett område til et annet. Evans (1999) skriver at å bruke matematikk en lærer i en kontekst i en annen kontekst, lenge ble sett som uproblematisk – en antok at om en lærte effektive utregningsmåter i skolen kunne en også anvende dette i dagliglivet utenfor skolen. I tidlig behavioristisk tilnærming til læring mente en at etter en viss stimulus ville en ha tendens til å overføre responsen til andre lignende situasjoner. Overføring[35] kan her sees på som nært knyttet til generalisering av respons og handling (Säljö, 2003, s. 313). I gestaltpsykologien ble læring sett mer på som en kompleks prosess der hvordan en lærte (pugg eller læring av prinsipp med forståelse) hadde betydning for hvor robust det en lærte var og for muligheten til overføring av kunnskap fra en situasjon til en lignende (Ibid). Flere studier på åttitallet viste at overføring av kunnskap fra en situasjon til en annen var mer komplekst enn en tidligere hadde antatt. For eksempel viste en studie av gatebarn i Brasil at de var eksperter på å regne når de drev gatehandel, men de klarte ikke bruke kunnskapen i mer formell regning (mer i delkapittel 4.3.2) (Carraher, Carraher, & Schliemann, 1985). Laves studie viste hvordan kvinners måter å tenke beregning på i butikken ikke stod i relasjon til ferdigheter de viste i matematikk i en mer formell kontekst (Lave, 1988). Kunnskapen sees her som situert, knyttet til konteksten den ble lært i og til fellesskapet hvor kunnskapen som ble anvendt hadde en betydning. Hvor en lærer, og hvordan fellesskapet verdsetter kunnskapen har dermed betydning for hva en lærer og hvor en anvender det en har lært. Disse studiene førte til en viss pessimisme i forhold til muligheten for å lære en «nøytral»[36] og generell kunnskap som kan overføres og anvendes på tvers av grenser. Å fokusere på grenser og grenseoverskriding som mulighet til læring, og oppdage sammenhenger og forskjeller i stedet for å se situert læring som hindringer, kan gi et annet perspektiv som åpner for å se læringsmulighetene i personers deltakerbaner (Dreier, 1999; Lave & Wenger, 2003). I denne avhandlingen anvender jeg Akkerman og

[34] Suchmans beskrivelse knyttes til grensen mellom utvikling (utvikler) og bruk (bruker) av tekniske system.

[35] Jeg har valgt å bruke overføring der det på engelsk ville stått transfer.

[36] I forhold til kritisk matematikkundervisning er ingen kunnskap nøytral, derfor hermetegn. Se kap. 2.

Bakkers (2011) definisjon av grenser: «We defined boundaries as sociocultural differences that give rise to discontinuities in interaction and action» (Akkerman & Bakker, 2011, s. 139). Ser en grenser i sammenheng med elevers læringsløyper (Johnsen-Høines, 2010), vil det være grenser der det oppstår brudd. Det vil si at det ikke er de to ulike virksomheter som i seg selv har eller danner en grense mellom seg, det er brudd i aktivitet eller interaksjon på bakgrunn av ulikhetene mellom virksomhetene elevene beveger seg mellom som skaper grensen.

«Transfer»-begrepet eller overføringsmetaforen, blir problematisert av Säljö (2003). Det er et begrep som har vært anvendt i ulike paradigmer og med ulik betydning som vist ovenfor og en må derfor anvende begrepet bevisst. Å forsøke å vise eller motbevise at overføring fra en situasjon til en annen skjer, risikerer dermed å bli en lek med ord (Säljö, 2003, s. 312). Med bakgrunn i forskningsartikler med fokus på studier relatert til læring mellom skoleinstitusjoner og arbeidsplass som f. eks. lærerstudenter som er i skolepraksis, argumenterer Säljö for begrepet «transformation» og ser det som over tid pågående og tosidig interaksjon mellom kontekster (Akkerman & Bakker, 2011; Säljö, 2003). Transformasjon kan sees både i forhold til endring i de involverte virksomhetene, og i forhold til personers endring gjennom grensekryssing. Min studie bygger på en kortvarig[37] interaksjon mellom skole og bedrift, og har tosidig interaksjon til stede. Likevel kan en transformasjon være mulig både for virksomhetene og for enkeltpersoner som deltar. Disse transformasjonene kan spores gjennom samtaler og observasjoner. Jeg vil gå dypere inn i hva transformasjon kan være i 3.5.4.

Akkerman og Bakker (2011) viser til at mye av litteraturen på feltet læring, grenseobjekter og grensekryssing, er knyttet til «cultural historical activity theory on expansive learning» (Engestrom & Young, 2001)[38] eller situert læring og praksisfellesskap (Wenger, 1998). Samtidig introduserer Akkerman og Bakker dialogisitet med utgangspunkt i Bakhtin som et godt teoretisk begrep for å forstå potensial for læring gjennom å være i dialog med andre. De argumenterer for at det er i grenser og grensekryssing at Bakhtins ide om dialogisitet kommer til sin rett, da læring er en prosess som involverer multiple perspektiv og multiple deltakergrupper. Akkerman og Bakker (2011) sin artikkel er en metareview av forskningslitteratur som har fokus på grenser i stedet for fellesskap (communities) og som også ser på grenser mer som muligheter til læring enn barrierer. Jeg finner at deres posisjonering samsvarer med denne studiens posisjonering i forhold til

[37] Selv om det var kortvarig interaksjon, vil jeg ikke karakterisere det som engangshendelse i forhold til «transfer»-metaforen nevnt over.

[38] Blant annet bruker Hoyles, et al. (2010) activity theory som rammeverket der forskningsfokuset er på læring i og mellom virksomheter.

grenser og bruk av Bakhtins dialogisitet. I gjennomgåelsen av artiklene fant Akkerman og Bakker disse dialogiske læringsmekanismene:

Tabell 4 Mekanismer knyttet til grensekryssing (Akkerman & Bakker, 2011) (min oversetting)

Dialogiske læringsmekanismer:	**Hva som karakteriserer prosessen:**
Identifikasjon	«Othering», legitimert eksistens ved siden av hverandre
Koordinering	Kommunikativ forbindelse Anstrengelse for oversetting Voksende grensegjennomtrengelighet Gjøre ting til rutine
Refleksjon	Å danne perspektiv Å ta perspektiv
Transformasjon	Konfrontasjon Gjenkjenne delt problemrom Hybridisering Krystallisering Opprettholde unikheten ved de kryssende praksisene Fortsette samarbeid ved grensen

Ikke alle disse læringsmekanismene var til stede i alle artiklene de refererer til, og alle vil heller ikke være like aktuelle i min studie. Men jeg ser at Akkerman og Bakkers kategoriseringer av dialogiske læringsmekanismer kan fungere til å speile analysene og tolkningene av samtalematerialet. De beskrevne læringsmekanismene kan hjelpe meg til å få øye på identifikasjon, koordinering, refleksjon og transformasjon når jeg skal svare på potensial for matematikklæring og kritisk refleksjon i samtalene når elevene beveger seg mellom språkbrukssfærer.

3.4.1 Identifikasjon

Grensene mellom praksisene kan være utydelige og også destabiliseres når de krysses. Læringseffekten kan komme som resultat av at en stiller spørsmål ved hvor en har sin identitet og hva som er forskjellen mellom praksiser. Dette kan føre til en fornyet innsikt i hva som er ulikt mellom praksisene. Identifikasjon er relatert til den dialogiske prosessen der en ser egen praksis i lys av andres praksis. Akkerman og Bakker (2011) kaller det for «othering»[39]. Identifikasjonsprosessen kan være vanskelig for en person å håndtere når ulike identiteter krysses og overlapper. Eksempel her er når et barn skal gjøre hjemmelekser i matematikk. Han/hun må da forholde seg til identiteten som matematikkelev samtidig som han/hun er i en annen arena med andre identiteter gjerne knyttet til fritidsaktiviteter. Disse identitetene kan komme i konflikt med hverandre

[39] Det er vanskelig å finne eller konstruere et godt norsk ord som tilsvarer «othering» i betydning av at en gjør noen til «de andre». Jeg velger derfor å bruke «othering».

(Akkerman & Bakker, 2011; Huges & Greenhough, 2008). I min studie kan slike konflikter tre fram dersom elever har ulik identitet knyttet til praktisk arbeid og matematikklæring. En elev kan se seg selv som flink i matematikk og oppleve seg som upraktisk i forhold til modellbygging, mens for en annen kan det være motsatt. Dette kan lede til en koordinering mellom ulike og gjerne ikke harmoniserende identiteter.

En annen prosess knyttet til identifikasjon som Akkerman og Bakker (2011) fant, var det underliggende behovet for legitimering av sam-eksistens. Når roller eller funksjoner blir for like, blir det viktig å legitimere sin eksistens og fremheve forskjelligheten. Dette ser jeg som en lite aktuell problematikk for elevene i studien, siden de har sin rolle som elever som ingen kan true. Men det kan tenkes at noe av samme mekanisme kan oppstå for voksne i et samarbeid om elevenes læring. Kan de voksne i bedriften undervise elever like godt eller bedre enn læreren? Har læreren bedre forståelse av hva av det som skjer på bedriften som er aktuelt for elevene enn de ansatte på bedriften? Dette er ikke forskningsfokus i studien, men aktualiseres som en del av konteksten elevene inviteres inn i når de beveger seg mellom virksomhetene.

Læringspotensialet i identifikasjon kan ligge i en fornyet forståelse av ulike praksiser og relaterte identiteter når ulike praksiser og identiteter konfronteres og grenser blir rekonstruert (Akkerman & Bakker, 2011).

3.4.2 Koordinasjon

I kommunikasjon på tvers av grenser, skjer det gjerne en koordinering av mening. Koordinering forutsetter en kommunikasjonsforbindelse. Grenseobjekt legger til rette for kommunikasjonen på tvers. I tillegg kan koordinering også bestå av oversetting mellom praksiser (Akkerman & Bakker, 2011). Eksempelvis kan målestokk være en ide som må oversettes fra en bedriftskontekst til en skolekontekst. Koordineringens mål er ikke nødvendigvis enighet og felles forståelse. Vesentlig er det at partene har innsikt nok i hverandres virke til at en kan samarbeide om det som er nødvendig og at arbeidet skal kunne gjøres ut fra målene en har på hver side av grensen.

Noen ganger skjer grensekryssing uten problemer, grensene er gjennomtrengelige. Fleksibiliteten kan styrkes gjennom stadig skifte mellom ulike praksiser, er et argument Akkerman og Bakker finner i artikler som er med i deres metareview. I tillegg kan prosedyrer og rutiner bidra til kommunikasjon på tvers. Deltakere trenger ikke nødvendigvis være bevisst på at samarbeidet og kommunikasjonen involverer ulike grupper. Da fungerer prosedyrene og rutinene som grenseobjekt i sin opprinnelige betydning (Star & Griesemer, 1989). Grenseobjekt kan bidra til at grenser kan krysses også mens deltakerne er i ulike praksiser på ulike steder.

3.4.3 Refleksjon

Refleksjon handler her om å kunne ta andres perspektiv og danne sitt eget perspektiv. For å forstå andre og unngå misforståelser er det nødvendig å kunne ta den andres perspektiv. Ellers blir kommunikasjon vanskeliggjort. Med bakgrunn i Bakhtin kan begge deler, både perspektivtaking og perspektivdanning, sees på som dialogiske og kreative aktiviteter (Akkerman & Bakker, 2011). Å ta andres perspektiv svarer til å forberede seg på den andres svar når en kommer med en ytring (Bakhtin, 2005). Å danne seg et eget perspektiv ser jeg i relasjon til posisjonering. En plasserer seg ut fra andres perspektiv og trekker inn sine egne perspektiv. Den reflekterende prosessen gjør at eget perspektiv ikke blir en kopi av andres perspektiv. Perspektivdanning og perspektivtaking kan bidra til at identitet berikes, skriver Akkerman og Bakker (2011). Matematikkunnskap i skole og i bedrift er forskjellig og bygger på ulike tradisjoner. Et spørsmål er om denne forskjellen kan berike og bidra til refleksjon om matematikk i ulike kontekster. Å undersøke hvordan elevene tar andres perspektiv og danner sitt eget, kan gi innsikt i elevers posisjonering når de beveger seg mellom språkbrukssfærer knyttet til skole og bedrift.

3.4.4 Transformasjon

Transformasjon beskriver gjerne effekten intervensjonen har og beskrives av Akkerman og Bakker som en prosess som kan føre til ikke trivielle endringer i praksis og ha potensial til å skape en ny «mellompraksis», det vil si en ny praksis som har med seg elementer fra begge tidligere praksisene samtidig som det skapes noe nytt. Akkerman og Bakker (2011) har flere beskrivelser av denne læringsmekanismen som konfrontasjon, gjenkjennelse av et delt problem, hybridisering, krystallisering og opprettholdelse av det unike i de kryssende praksisene. Jeg går inn i disse i den grad jeg finner at de kan ha betydning for denne studien.

Konfrontasjon beskrives som viktig for å kunne koordinere mening. Når ulikhetene mellom de samarbeidende partene fører til brudd, kan mening forhandles og koordineres. Dersom en overser ulikhetene og ikke undersøker hverandres ståsted, men i stedet glatter over ulikhetene, går en glipp av muligheter til å ta valg og se etter andre løsninger enn den en selv er vant med. En må våge å se hverandre som «den andre» og undersøke argumenter som nye for å få læringsutbytte.

Noen ganger kan en tredje part se forskjellene mellom to involverte parter og synliggjøre brudd mellom dem slik at konflikten kan bli tatt opp til koordinering (Ibid). I min empiri er det flere konstellasjoner av samarbeidende parter som lærer og elev der tømrer er tredjepart, elever og tømrer der lærer er tredjepart og lærer og tømrer der elev er tredjepart, men også mellom elever der lærer eller tømrer er tredjepart.

Det kan føre til at to som samarbeider kan være enige eller la ulikhetene ligge urørt der den tredje forstyrrer «freden» slik at nye valg må tas.

Gjenkjenning av delt problemrom er den andre prosessen innen transformasjon som nevnes av Akkerman og Bakker. For samarbeidet mellom skole og bedrift var det elevenes matematikklæring det skulle samarbeides om. Det var viktig at alle parter visste at det var en praktisk tilnærming til matematikk elevene skulle erfare og utvikle. Hvordan partene gjenkjente og koordinerte det felles problemrommet knytter jeg til elevenes muligheter for metalæring om hva matematikk kan være og koordinering av hvordan en kan arbeide med matematikk i en slik kontekst.

Hybridisering er også aktuelt i et samarbeid mellom to ulike virksomheter. Ulike ingredienser fra ulike kontekster kombineres til noe nytt og fremmed for den kulturen en er i. Dette kan føre til nye begrep, ny praksis imellom og nye modeller for samarbeid (Akkerman & Bakker, 2011). Det er ikke institusjonenes endring som er fokus for min studie. Jeg vil studere betydningen bevegelsen mellom virksomheter har for noen elevers arbeid i matematikk, ikke for hvordan dette endrer virksomhetene i seg selv. Likevel mener jeg hybridisering er et interessant begrep å utvikle på mikronivå i studien fordi en hybridisering i elevenes arbeid i matematikk er beskrivende for læringspotesialet som ligger i et samarbeide på grensen. Jeg kan slik få innsikt i hva bedriften tilfører skolematematikken, og kanskje også begrensningene matematikk i bedrift har i forhold til målene som er satt for matematikklæring i skolen.

Den femte nevnte prosessen relatert til transformasjon er å beholde det unike i de kryssende praksisene (Ibid). Det dreier seg om en balanse mellom å holde på sin egenart og det praksisen er rettet inn mot samtidig som en er i autentisk dialog med «den andre» og lager noe nytt sammen. Ulikhetene er utgangspunktet for samarbeidet og har derfor en egenverdi i et samarbeid ved grensen. Derfor kan det heller ikke være et mål at en skal bli like. Slik kan transformasjon også medføre styrking av praksisens og deltakernes egen identitet.

For å beholde produktiviteten av grensekryssing forutsetter det et felles fortsettende arbeid ved grensen, skriver Akkerman og Bakker (2011). Dette har trolig mye for seg. I min empiri er det likevel slik at samarbeidet foregikk over begrenset tid (til sammen et halvt år). For å utvikle et fruktbart samarbeid mellom skole og bedrift, ville det vært ønskelig med et langvarig samarbeid, men det er ikke dette samarbeidet jeg studerer. I et elevperspektiv kan likevel et halvt år med et pågående prosjekt oppleves som vedvarende, og deres perspektiv er sentral i denne studien.

3.4.5 Grensekryssing i en studie på mikronivå

Jeg velger å bruke begreper og teori knyttet til grenser og grenseobjekt fordi det gir redskap til å få innsikt i hvordan deltakerne (for denne studien med fokus på elevene) koordinerer mening i og om matematikk når skole og bedrift samarbeider. Elevene beveger seg på grensen der brudd i handling og interaksjon på grunn av sosiokulturelle forskjeller mellom virksomhetene, kan skje. Å identifisere bruddene, se hvordan elevene forholder seg til dem, hvordan de posisjonerer seg i samtaler i forhold til virksomhetene (og gjennom dem språkbrusksfærene) de beveger seg mellom, ser jeg i sammenheng med læring på grensen. I tillegg er grense i betydning av sosiokulturelle forskjeller som skaper brudd i handling og interaksjon, viktig for å forstå samtalene og interaksjonen mellom deltakerne i empirien. I teorikapittelet har jeg tidligere fremhevet læring gjennom møte med «den andre» i Bakhtins dialogisme som vesentlig bakgrunn for det teoretiske perspektivet jeg anvender når jeg skal analysere empirien. Jeg finner gjenklang i Akkerman og Bakkers bruk av Bakhtins dialogisme for å beskrive læringspotensial gjennom å krysse grenser ved prosessen «othering». Slik Akkerman og Bakker har identifisert læringsmekanismer og beskrivelse av prosesser knyttet til disse, finner jeg at disse spisser og hjelper meg til å identifisere læringspotensial som ligger i et samarbeid på grensen. Den konkretiserer kontekstens betydning for elevenes matematikksamtaler i bevegelse imellom virksomheter. I motsetning til de fleste artiklene Akkerman og Bakker referer til knyttet til grensekryssing og grenseobjekt, er min studie på mikronivå. Det er derfor sannsynlig at min analyse fører til en annen innsikt i læringspotensial og læringsmekanismer enn det de presenterer.

3.5 Språkbrukssfærer, posisjonering og ekspressivitet

En kompleks sammensetning av erfaring, mer eller mindre delte vurderinger, ideer og holdinger; sammen skaper dette en måte å snakke og samtale på (Morson & Emerson, 1990, s. 140-141). Det inkluderer en måte å forstå verden på ifølge Bakhtins «ekstralingvistikk»[40] .

Som jeg skrev i innledningskapittelet, ser jeg på skole og byggefirmaet som to ulike språkbrukssfærer. Disse blir styrt av mål for virksomheten og historiske tradisjoner. Alle ytringer reflekterer språkbrukssfæren de er en del av, både gjennom stil, temavalg og kompositorisk oppbygging. Innenfor språkbrukssfæren finner en ulike talesjangre som kan være skriftlige og muntlige. Matematikkoppgaver i matematikkundervisning kan være eksempel på en sjanger som er relativt stabil. Elevenes svar på matematikkoppgavene er også relativt

[40] Ekstralingvistisk er brukt av Morson og Emerson (Morson & Emerson, 1990)

stabile typer ytringer, ofte med lite rom for individuell stil. Det forventes gjerne føring av algoritmen slik at lærere kan følge prosessen, ett riktig svar og strek under svaret. Tilsvarende kan en i enkelte klasserom finne kommunikasjonsmønster en kan kalle byråkratisk absolutisme der læreboken er autoriteten og styrer interaksjonen mellom lærere og elever utenifra (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 26). Undersøkelseslandskapet i matematikkundervisning der det forventes deltakelse og spørsmål som «hva betyr …?», «hvorfor blir det slik …?», «hva om vi… ?», «vil det alltid være slik …?» åpner opp for en annen type sjanger i samme språkbrukssfære. Ingen av disse sjangrene er nøytrale. Å bo i den ene eller den andre sjangeren kan være et bevisst eller ubevisst valg og vil føre til ulike typer svar og ulik læring. En kan underkaste seg en sjanger, stille seg likegyldig, protestere åpent og høylytt eller stille ignorere. Ulike sjangre i matematikklasserom åpner for ulik mulighet og ulik form for individuell ekspressivitet. Men uansett hvor stram en sjanger er, vil individuell ekspressivitet skinne igjennom i muntlig samtale og vise personens posisjonering gjennom form og uttrykk. Intonasjon og kroppsspråk er en viktig del av hvordan individuell ekspressivitet uttrykkes.

I bedriften finnes også mange ulike talesjangre, også knyttet til matematikk. De er knyttet til mål med aktiviteten, profesjonalitet, effektivitet, produksjon og salg. Skriver en ansatt et forretningsbrev, for eksempel et anbud, er dette knyttet til en sjanger med lite rom for individuell ekspressivitet. I muntlig kundekontakt vil kundesamtaler ha relativ stabil form. Det finnes kurs en kan ta i kundebehandling, noe som viser stabilitet i sjangeren. På konferanse ved HiB 2012, «Læring gjennom praksissamarbeid», nevnte Kroon[41] (lærer) at han i sin undervisning av elever på yrkesrettet linje på videregående, arbeidet med drama der elevene spilte rollene som fagarbeider og misfornøyd kunde. Elevene trente seg på å kunne håndtere kundesamtaler på denne måten. Som kundebehandler i et byggefirma skal en vektlegge å få oversikt over kundens behov, for eksempel rombehov, ønsker og økonomiske rammer kunden har, kunne gi veiledning og vise muligheter kunden ikke har tenkt på, kunne forholde seg til vanskelige kunder og i tillegg kunne gi negative svar på en slik måte at kunden likevel opplever seg ivaretatt og kommer igjen[42]. I en slik samtale skal en opptre profesjonelt uten å bli for upersonlig. Dermed ligger det til rette for individuell ekspressivitet på tross av mange retningslinjer.

[41] Det var i en samtale mellom ham og meg han fortalte dette. Han har senere bekreftet hva han fortalte og godkjent å bli nevnt i avhandlingen i en e-post.

[42] Beskrivelse av kundesamtale er inspirert av ulike nettsider for firma som tilbyr kurs i kundebehandling (søk via google).

I følge Bakhtin (2005, s. 30) er det kontakten mellom språksystem og den konkrete virkeligheten som tenner ekspressivitetens gnister – den finnes verken i språksystemet eller i den objektive virkeligheten som omgir oss, noe som gjør dette utfordrende å studere. Akhutina sier med utgangspunkt i Bakhtin (Akhutina, 2003), at fullstendigheten av en ytring hviler på om den uttrykker en viss posisjon av den som taler og om den er i stand til å virke på posisjonen andre deltakere inntar i responsen. Posisjoneringen kan uttrykkes ved valg av objektivt semantisk innhold, det kan være ordbruk og valg av sjanger. Den andre måten posisjonering utrykkes på, er gjennom subjektiv emosjonell holdning uttrykt ved den som taler. Selv det å møte andres ytringer med taushet, kan oppfattes som posisjonering. Pauser og stillhet kan virke inn på responsen til de andre. Nøytralitet er umulig ifølge Bakhtin. Den emosjonelle holdningen en har til innholdet er evaluerende og bestemmer ordvalg og grammatisk og kompositorisk form på ytring. Evaluering uttrykkes mest signifikant gjennom intonasjon, men også gjennom gester. Gjennom å studere sjangeren og ekspressiviteten kan jeg få innsikt i normer og verdivalg. Dette aktualiserer teori knyttet til normer innen matematikkundervisning.

3.6 Sosiomatematiske normer

Norm kommer etymologisk fra ordet *norma* som betyr vinkel (redskap)[43]. Generelt er normer et samlebegrep for ulike typer vurderingsgrunnlag og retningslinjer som er med på å rettlede og styre sosiale handlinger, inkludert språklige. Disse kan være eksplisitt uttrykt eller være taus kunnskap.

Bakhtin beskriver normer som krefter (sentripetalkrefter) som strever med å overvinne flerstemmigheten i språket, krefter som samler og sentraliserer verbal-ideologiske tanker (Bakhtin, 1981, s. 270-271). Han fremhever hvordan normering av språket skjer gjennom konvensjoner og erfaring som bakgrunn for sjangre (Logan, George, Hegeman, & Kristal, 2011, s. 356). Gjennom situasjonen en er i og tidligere erfaringer en har fra lignende situasjoner, har en forventninger til språklige handlinger som gjør det mulig å forstå hverandre og evaluere hverandres utsagn som adekvat eller ikke.

Mer spesifikt rettet inn mot matematikkundervisning har Yackel og Cobb (1996) introdusert begrepet sosiomatematiske normer. De har fokus på ideer, holdninger og evalueringer knyttet til elevers samtaler og læring i matematikklasserommet. Yackel og Cobb studerer normer på bakgrunn av symbolsk interaksjonisme[44] hvor mening, språk og tenkning

[43] Derav har vi også ord som normal og normalt på innen matematikk.

[44] Bygger på Blumers «symbolic interactionism» og blant annet Bauersfelds klasseromsforskning (Referert til i Yackel & Rasmussen, 2002).

er viktige prinsipp for individets danning av selvet og sosial danning i et fellesskap. Hvordan deltakerne snakker sammen i matematikktimer, bruker språket for å argumentere i matematikk, og hvordan de evaluerer hva som blir sett på som en god eller mindre god løsning, er knyttet til deltakernes sosiomatematiske normer og utvikles gjennom deltakelse (Yackel og Cobb, 1996).

Gorgorió, Planas og Vilella (2001) anvender begrepet sosiomatematiske normer for å analysere elever som beveger seg mellom to kulturer. Å flytte inn i en kultur som er svært annerledes enn den en kommer fra, fører også til utfordringer knyttet til å forstå hva som forventes av en i matematikktimer. Normene i ulike kulturer kan være motstridende. Gorgorió et.al. sin anvendelse og bruk av sosiomatematiske normer knyttet til bevegelse mellom kulturer, relaterer jeg til min studie når jeg undersøker hvordan matematiske tema kommuniseres og realiseres når elevene beveger seg mellom ulike språkbrukssfærer der flere talesjangre brukes. Jeg anvender sosiomatematiske normer når jeg analyserer og tolker samtaler der konfrontasjoner mellom ulike normer knyttet til matematikklæring kommer til syne.

Definisjonen på sosiomatematiske normer som jeg velger å anvende, er hentet fra Gorgorió, Planas og Vilella

> being the whole of the implicit and explicit norms within the mathematics classroom, resulting from the juxtaposition of the social norms and the norms of the mathematical practice together with individuals' values, expectations, emotions, attitudes and beliefs. Among them are those that establish who 'has' the knowledge in class, or who regulates the valorisation of various forms of mathematics different from the 'official' one (Gorgorió, Planas, & Vilella, 2001, s. 42).

Sosiomatematiske normer er dermed både de normene som er eksplisitt uttalte og de uformelle implisitte normene som er i matematikktimene. De er påvirket av sosiale normer og matematisk praksis sammen med deltakernes verdier, forventinger og holdninger. Hvem som er flinke og hvem som bestemmer hvilke handlinger og kunnskaper som er innenfor eller utenfor matematikktimekonteksten, er også inkludert i begrepet. Mange barn som begynner på skolen har forestillinger om hva som forventes av dem som matematikkelever. Fosse (1996, 2004) beskriver hvordan 5-6 åringer som ikke har begynt på skolen, leker matematikktime og forlanger å få utstyr som bok, viskelær og blyant til rådighet. De «vet» at matematikk handler om tall og om rette og gale svar. Det er allerede selvsagt at det er læreren som har rett til å definere hva som er korrekt eller galt svar. Studien til Fosse indikerer at normer for hva som hører til i en matematikktime, hva som skal være innhold og hvem som har makt til å evaluere, dannes tidlig. Oppfatninger og holdninger har grunnlag i hva som er hørt – ikke bare fra hva barna selv har opplevd. På ungdomstrinnet har elevene ut fra egne erfaringer som matematikkelever og gjennom langvarige prosesser med koordinering av normer, fått en klarere forestilling om hva som er forventet og akseptert som matematikkunnskap, og hvilke aktiviteter som er forventet og akseptert i matematikktimene.

Normer er sjelden eksplisitt oppe til forhandling, de ligger ofte implisitt i kommunikasjonen. De innarbeides hos deltakerne gjennom praksis og kan være vanskelige å oppdage. Særlig utfordrende kan det være å komme inn som ny i en klasse med etablerte normer. Ikke minst gjelder dette når elever flytter mellom land med ulike kulturer. Da kan implisitte normer være særlig vanskelige å fatte.

Et eksempel på sosiomatematisk norm i en gruppe kan være at alle skal prøve å delta og komme med forslag til ulike måter å løse et problem på. Det kan videre være slik at alle forslag ikke er velkomne – de skal ha et matematisk innhold. Er det et problem som er hentet fra nærområdet, forventes det gjerne at elevene skal matematisere og kanskje komme opp med en matematisk modell. Forslag som tar utgangspunkt i at en kan løse problemet ut fra kjennskap til den praktiske situasjonen og ikke ved å bruke matematikk, vil dermed kunne bli avvist i en slik situasjon. Dette kan skje uten at dette eksplisitt blir sagt eller gjort til gjenstand for diskusjon og bevisstgjort. Elever som er familiære med slike situasjoner, kjenner normene og innordner seg ofte etter dem.

«Tilegnelse av begrep og ferdigheter er ikke essensielt i prosessen for å bli matematikklærende, men aktiv deltakelse og rekonstruksjon av en spesiell type diskurs er nødvendig», skriver Planas og Gorgorió (2004, s. 21, min oversettelse). Jeg forstår her diskurs som kulturelle språklige rammer som påvirker hvilke begrep, problemstillinger og formuleringer en velger og også hvordan en bruker begrep, problemstillinger og formuleringer. Denne forståelsen knytter jeg til diskurs som språk i bruk, lokalisert og som virker inn på handling og identitet. Å lære begreper og ferdigheter og å lære å delta i og forme en diskurs, er slik deler av det å lære matematikk.

I skole og bedrift er det ulike mål for å bruke matematikk. I arbeidslivet er målet inntjening og effektivitet mens en i skolen har som mål at elevene skal lære matematikk. Det er derfor naturlig at det utvikles ulike normer for hva som kan gjøres, og hva som verdsettes av aktivitet knyttet til matematikk i skole og matematikk i bedrift. Denne forskjellen kommer tydelig fram i studier av voksne som skal lære matematikk knyttet til ferdigheter som trengs i arbeidslivet (Lindenskov, 2006; Wedege, 2006). Lindenskov (2006) beskriver en arbeidstaker som har lært seg en for henne ny måte å regne prosent på. Hun fortalte at hun på den ene siden var stolt over å ha lært denne metoden, på den andre siden lurte hun på om den kun hørte til innen matematikkundervisning.

Først etter at en kollega med høyere utdanning enn henne selv, fortalte at metoden ble mye brukt knyttet til regnskap i firmaet, ble metoden fullt ut brukt og akseptert. Uskrevne regler for hva som er akseptabelt og hva som blir verdsatt knyttet til matematisk aktivitet, vil slik være til stede i arbeidslivet også. En tømrer i et byggefirma vil eksempelvis over tid utvikle en norm om fleksibilitet knyttet til vurdering av når det er best og mest effektivt å bruke øyemål, når en må finne nøyaktige mål, og hvilke redskap som er mest hensiktsmessig å bruke til en hver tid. Det er ikke sikkert at metoder tømreren lærte i grunnskolen er effektive og aktuelle å bruke. Matematikk i skolen kan da gjerne bli sett på som noe livsfjernt og upraktisk, fordi metoden og svaret er lite relatert til praktiske behov i bedriften.

I en matematikkundervisning som er preget av en oppgavediskurs (Mellin-Olsen, 1996), vil det kunne utvikles normer slik at praktiske og fleksible vurderinger i liten grad blir verdsatt. Derimot vil det å gjøre matematikk for å lære spesifikke veldefinerte matematikkferdigheter, eller fort løse en serie med oppgaver riktig, være det som verdsettes i klasserom der slik undervisning foregår.

Opprinnelig var det Yackel og Cobb (1996) som utviklet begrepet sosiomatematiske normer. De eksemplifiserer begrepet slik:

> …. normative understanding of what counts as mathematically different, mathematically sophisticated, mathematically efficient, and mathematically elegant in a classroom are sociomathematical norms. Similarly, what counts as an acceptable mathematical explanation and justification is a sociomathematical norm (Yackel & Cobb, 1996, s. 461).

Hvordan en i gruppen forstår hva som betraktes som matematisk forskjellig, sofistikert, effektivt og elegant, og hva som er akseptert som matematisk argumentasjon og forklaring, knytter Yackel og Cobb til sosiomatematiske normer. De knytter sitt arbeid tett opp mot undersøkende, problemløsende matematikkaktivitet, samtidig som de understreker at sosiomatematiske normer ikke er isolert bare til den type matematikkundervisning som de relaterer til. De fremholder at oppfatninger om hva som kan betraktes som matematisk forklaring og begrunnelse, er etablert i alle klasserom, uavhengig av undervisningstradisjon (Yackel & Cobb, 1996, s. 462).

Normative forståelser vil kontinuerlig fornyes og modifiseres gjennom samtaler mellom elever og lærer. Det vil likevel være slik at læreren blir sett på som en viktig bidragsyter til sosiomatematiske normer i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996, s. 474). Som klasseleder er læreren den som i kraft av sin rolle ofte innfører og gjerne eksplisitt koordinerer sosiomatematiske normer som skal gjelde for «sin» klasse. Det betyr ikke at læreren alltid får normene hun ønsker til å fungere i klasserommet. De må formes i koordinering med elevene. Læreren kan også bidra gjennom å være en positiv modell for elevene. Måtene som læreren henvender seg til elever på, og hvordan læreren svarer på elevers behov og spørsmål i matematikkundervisningen, vil kunne prege elevenes normer for hvordan en forholder seg til medelever som en skal samarbeide med og eventuelt hjelpe. Boaler (2008, s. 187) beskriver hvordan elever forklarer for hverandre på en slik måte at medelevene ikke bare skulle kunne gjengi et svar, men også kunne forklare hvordan en finner svaret. Hun viser hvordan elevenes forklaringer, måten de stiller spørsmål og utfordrer hverandre på, er preget av hvordan læreren kommuniserer med dem.

Yackel og Cobbs analyser av sosiomatematiske normer i matematikklasserommet blir kritisert fordi de mangler det Planas og Gorgorió (2004, s. 23) kaller diskursive element. Planas og Gorgorió beskriver hvordan oppgaver som tar utgangspunkt i elevenes hverdagsliv, kan ha mange ulike tolkninger. De framholder at en spesiell tolkning kan sees på som god eller hensiktsmessig i en spesiell kontekst, selv om det ikke finnes en universell forståelse for hvordan denne situasjonen skal tolkes. Ofte tar en lærer det for gitt hva det matematikkfaglige innholdet et problem fra hverdagslivet skal handle om, for eksempel funksjoner. Fra elevens perspektiv kan imidlertid problemet sees fra et praktisk og realistisk perspektiv hvor matematikk ikke trengs. Når lærere eller medelever ignorerer eller avviser mulighetene i en enkeltelevs perspektiv som ikke følger normen, kan det føre til at eleven gjør opprør eller trekker seg unna og mister læringsmuligheter (Gorgorió & Planas, 2005).

Yackel og Cobb skiller mellom generelle klasseromsnormer, sosiomatematiske normer og matematisk praksis i klasserommet. Generelle klasseromsnormer kan være generelle forventninger om at elevene skal være spørrende og argumentere for sine synspunkt. De knyttes til elevenes forestillinger om sin egen rolle og andres, og til forestillinger de har om matematisk aktivitet i skolen. Sosiomatematiske normer, slik Yackel og Cobb ser det, kan være å kunne skille mellom hva som er matematisk sofistikert, matematisk elegant eller effektivt og se hva som kan aksepteres som matematisk argument. Sosiomatematiske normer har slik med hva som verdsettes i matematikk å gjøre. Matematiske praksiser har normer knyttet til spesifikke matematiske emner og innebærer matematisk tolkning og begrunnelse. Spørsmålet er om det er nødvendig å skille så sterkt mellom disse tre. Normer som kan sies å være generelle klasseromsnormer, blir likevel spesifikke og tolket i lys av matematikktimekonteksten, sier Planas og Gorgorió (2004), som integrerer klasseromsnormer og matematisk praksis i sosiomatematiske normer.

Når jeg bruker sosiomatematiske normer som grunnlag i mine analyser, innebærer det normer for å arbeide med og snakke om matematikk, normer som elever har med seg fra hjem og fritid og fra matematikkklasserommets praksis, normer som er uttrykt eksplisitt eller implisitt. Normene er knyttet til hvem som har rett til å definere hva som er inkludert eller ekskludert, hvem en kan spørre om hjelp eller gi avklaring og normer for hvordan en ser på sine egne ferdigheter i relasjon til andres (McClain & Cobb, 2001; Planas & Gorgió, 2004).

I avhandlingen bruker jeg sosiomatematiske normer, ikke bare knyttet til verbal matematisk argumentasjon, men også til hvordan normer legger grunnlag for hvilke aktiviteter som sees på som akseptabel matematikkaktivitet i en skolekontekst. Normene koordineres mellom deltakere på bakgrunn av deres verdier og antakelser om hva matematikk er (McClain & Cobb, 2001). Jeg begrenser ikke sosiomatematiske normer til skolematematikk, også normer for hvordan en arbeider med matematikk i en bedrift styrt av mål for virksomheten, vil, slik jeg bruker begrepet, sees på som sosiomatematiske normer. Derfor vil sammenhenger som situasjonen inngår i, være vesentlige for å forstå hva som skjer når normer forhandles og koordineres.

3.7 Oppsummering

Hovedteoretisk bakgrunn for avhandlingen er Bakhtins dialogismebegrep. Den beskriver læring i møte med det som er annerledes, flerstemmighetens betydning og hvordan ulike krefter bidrar til læring i dialog. Akkerman og Bakker (2011) konkretiserer og viser hvordan Bakhtins dialogisme kan anvendes når en studerer læring i kryssing av grenser. Grenseobjekt som noe en kan snakke om eller kommunisere gjennom fra virksomheter med ulike perspektiv og med ulike mål, gir bakgrunn for å analysere og tolke elevenes samtaler og læring i bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer.

I virksomheter utvikles eksplisitte og implisitte normer. Hvordan disse koordineres, har betydning for muligheter til å lære; de har betydning for studien. Kompleksiteten øker når elevene møter andre normer for å arbeide med matematikk, enn den de er vant til i skolematematikk. At normer blir gjort eksplisitte, åpner for bevisste valg.

Kapittel 2 og 3 viser studiens teoretiske posisjonering. Kapitlene gir også bakgrunn for å gripe noe av studiens kompleksitet. De danner bakgrunn for valg av forskningslitteratur knyttet til samtaler og arbeidslivsmatematikk, som jeg gir en oversikt over i kapittel 4.

Teorien i kapittel 3 peker også fram mot metodologien og forskningsdesign i kapittel 5. Hos Bakhtin er ytringen analyseenheten. Hans dialogisitetsbegrep gir redskap til å analysere karakteristiske trekk ved elevers matematikksamtaler og elevenes posisjonering gjennom språket i studiens empiri.

4 Tidligere forskning

Dette kapittelet gir en oversikt over forskning jeg beveger og posisjonerer meg i forhold til. Det er en stor mengde forskning på området språk og matematikk. Forskningen er mangfoldig, med mange ulike perspektiver både når det gjelder læringsteorier og forskningsfokus. Deler av forskningen har fokus på hvordan elever utvikler strukturell forståelse innenfor matematikk gjennom samtaler i hel klasse, eller ved problemløsning i grupper. Andre har et mer kritisk og dialogisk perspektiv knyttet til samtaler innenfor matematikklæring. De to ulike forskningstilnærmingene bidrar inn mot min studie, og jeg ser det siste perspektivet som mest aktuelt. Dette får større plass i dette kapittelet. Siden jeg har fokus på matematikk og arbeidsliv, har jeg i tillegg orientert meg mot forskning om matematikk knyttet til hverdagsliv og arbeid. Dermed aktualiseres også forskning innenfor emner som etnomatematikk som f.eks. arbeidene til Knijnik (2008), matematisk modellering (Blomhøj, 2006) og matematisering (Freudenthal, 1991). Dette er hver for seg store områder som jeg av plasshensyn i mindre grad kan gå inn i her. Det nevnes likevel fordi studien har til dels sammenfallende interesser og perspektiv med disse forskningstradisjonene. Fokuset mitt på elevenes bevegelse imellom skole og bedrift førte meg også til forskningslitteratur som har fokus på grensekryssing eller samarbeid på tvers av grenser der grenseobjekt aktualiseres som et objekt en kan snakke sammen om på tvers av grenser (se kapittel 3). Grensene som er beskrevet i forskningslitteratur, kan være mellom matematikk i arbeidsliv og skole eller mellom hjem og skole. Grensekryssing kan også elever oppleve når de flytter fra en kultur til en annen, for å kunne delta aktivt og konstruktivt i matematikkundervisning (Gorgorió & Planas, 2004). Betydningen bidragene fra Gorgorió og Planas har for min studie er beskrevet i kapittel 3, «Teoretisk grunnlag». Grensekryssing og sosiomatematiske normer er begreper jeg anvender fra dem, de vil derfor tatt opp i dette kapittelet.

For å få oversikt over landskapet jeg beveger meg i, har jeg valgt å systematisere forskningslitteraturen i ulike «rom» i en tabell, vel vitende om at noe av litteraturen kunne vært plassert i flere av rommene. Et systematisert landskapsskjema kan ikke være uttømmende, jeg har måttet gjøre valg. Jeg har søkt i databaser som EBSCO, Google scholar, SpringerLink, MathEduc og Bibsys. Søkeord har vært: «Mathematics + language» eller «conversation/dialogue» og/eller «out of school mathematics», «every day mathematics» eller «mathematics and workingplace». I tillegg har jeg søkt på «Mathematics+Bakhtin». I starten søkte jeg også på «mathematical literacy» og «numeracy» sammen med «language», «dialogue», eller «conversation». Disse søkene førte meg ofte inn i forskningslitteratur knyttet til testing av ferdigheter og kompetanser. Jeg fant svært lite av forskning jeg så på som relevant som eksempelvis studier om elevers utvikling av beredskap til kritisk å vurdere eller ta i bruk matematikk i ulike situasjoner.

Jeg har begrenset artikkelsøkene til «peer reviewed». Litteratur som har hatt fokus på læreren og lærerens undervisning er i liten grad tatt med. Studier som har hatt hovedfokus på motivasjon er ikke tatt med. På grunn av mine manglende språklige ferdigheter, har jeg holdt meg innenfor litteratur på engelsk eller nordiske språk, vel vitende om at det stenger meg ute fra interessant forskningslitteratur fra flere språklige områder der forskning på matematikk og arbeid og grensekryssing er høyst aktuelle forskningstema.

Nordisk forskningslitteratur har vært vanskelig å søke opp gjennom artikkeldatabaser. Miljøet er likevel så lite at jeg til en viss grad har oversikt over aktuelle forskningsarbeid. Innen nordisk litteratur har jeg også valgt å ta med avhandlinger både på ph.d.- og på masternivå.

Jeg har ellers tatt med noen antologier som har review over litteratur på området matematikk og språk eller matematikk og kommunikasjon. Disse ser jeg som viktig for å få oversikt over feltet.

I tabell 5 presenterer jeg landskapet som også kommer til å strukturere dette kapittelet videre.

Tabell 5. Landskap over tidligere aktuell forskning

Forskningsområder		Nordisk	Utenfor Norden
Matematikk-samtaler i skolen	Samtaler i matematikklasse-rommet	(Høines, 1998) (Streitlien, 2009) (Riesbeck, 2008) Fra konsortiet TBM: FOU i praksis, 4(3): (Jaworski, 2010; Bjørkås & Bulien, 2010; Carlsen & Fuglestad, 2010; Johnsen-Høines & Alrø, 2010). (Wistedt & Martinsson, 1994)	(Pimm, 1987) (Bauersfeld, 1988) (Wertsch & Toma, 1995) (Lampert, 1990) (Sfard, 2007) (Voigt, 1994) (Bauersfeld, 1988) Bøker med artikler og Antologier: (Steinbring, Bussi, & Sierpinska, 1998) (Moschkovich, 2010b) (Chronaki & Christiansen, 2005) (Cobb & Bauersfeld, 1995)
	Problem-løsning i grupper	(Bjuland 2002) (Carlsen, 2010) (Bjuland, Cestari, & Borgersen, 2008) (Säljö, Riesbeck, & Wyndhamn, 2001)	(Schoenfeld, 1985) (Yackel & Cobb, 1996) (Boaler, 2008)
	Kritisk perspektiv	(Alrø & Skovsmose, 2002) (Kjeldsen & Blomhøj, 2011)	(Knijnik, 2008) (Boaler, 2008) (Gellert & Jablonka, 2009) (Planas & Gorgorió, 2004)
Bakhtinsk dialogisk perspektiv	I matematikk-undervisning	(Johnsen-Høines, 2002) (Ongstad, 2006)	(van Oers, 2001) (Gerofsky, 2010) (Taylor, 2003) (Wagner & Herbel-Eisenmann, 2008) (Zack & Graves, 2001)
	Kommunikasjon	(Dysthe, 1995, 2001)	(Lindfors, 1999) (Roth, 2009)
	Hverdagsliv	(Mellin-Olsen, 1987) (Rønning, 2009) (Wyndhamn & Säljö, 1997) (Blomhøj, 1992; 2006; Blomhøj & Kjeldsen, 2011)	(Walkerdine, 1988) (Weber, Maher, Powell, & Lee, 2008) (Freudenthal, 1991)
	Barn og arbeidsliv	Fra LIMP: (Hana et al., 2012) (Hana, 2012)	(Nunes, et al., 1993) (Carraher, et al., 1985) (McNamar, 2009)

Matematikk-læring i og utenfor skolen		(Lilland, 2012) Hovedfagsoppgave knyttet til praksisnær undervisning: (Breiland, 2004)	
	Voksne matematikk-lærende	(Wedege, 1999, 2006, 2010) (Lindenskov, 2006)	(Evans, 1999) (Hoyles, et al., 2010) (Millroy & National Council of Teachers of Mathematics, 1992) (Schliemann, 1984) (Williams & Wake, 2007)
	Kulturmøter (Skole – hjem, eller elever med multikulturell bakgrunn, skole - arbeid)		(Gorgorió & Planas, 2005) Gorgorió, et al., 2001) (Huges & Greenhough, 2008) (Knijnik, 2008)

4.1 Matematikk, språk og kommunikasjon

I 4.1 presenteres forskningslitteratur knyttet til spåk og samtaler i matematikklasserommet, samtaler knyttet til problemløsning og matematikksamtaler i et kritisk perspektiv.

4.1.1 Studier av matematikssamtale i klasserommet

En forståelse av at matematikk også kan sees på som språk, et språk som må læres, har vært grunnlag for forskning knyttet til matematikk, språk og læring. I tillegg knyttes samtale og språksetting sterkt til tenkning. Sfard (2002) beskriver kommunikasjon som språksatt tenkning, og innfører begrepet «commognition» som er sammensatt av «communication» og «cognition». Å lytte til og analysere samtaler er kanskje det nærmeste en kommer innsikt i andres tenkning og læringsprosess. Sfards arbeid med å analysere samme samtaleutdrag ut fra ulike perspektiv, et kognitivt, konstruktivistisk perspektiv og et sosialt perspektiv, har gjort meg bevisst på hva jeg har muligheten til å se og ikke se ved å velge et sosialt, dialogisk perspektiv.

Begrepsutvikling

I Norge har Johnsen-Høines (1998) sin studie over barns utvikling av matematisk begrep hatt stor betydning for min forståelse av matematikk som språk og av barns begrepsutvikling. Arbeidet hennes beskriver hvordan objektet, eller «tingen» i seg selv, begrepsinnhold og begrepsuttrykk står i relasjon til hverandre. Å bruke elevens tidligere erfaringer og ta utgangspunkt i elevenes eget språk som oversettingsledd for å lære mer formell matematikk, gjorde meg som lærer mer oppmerksom på elevens bidrag i matematikklæring og i matematikksamtaler. Dette har også betydning for min studie. Perspektivet mitt, som er å ta utgangspunkt i kvaliteter ved elevenes matematikksamtaler, har en grunnleggende optimisme i forhold til at elevene har kunnskap og erfaringer som har betydning for videre læring. Samtidig ser jeg fokusene i dette arbeidet av Johnsen-Høines (1998) og i min studie, som ulike. Begrepsdanning er en del av læringen som kan skje og skjer i samtaler, men fokuset mitt er bredere og dialogisiteten mellom ulike stemmer er mer sentralt i min studie.

Koder og register

Et forholdsvis tidlig og betydningsfullt bidrag innen språk og kommunikasjon i matematikkdidaktikk er Pimm (1987) sin bok «Speaking mathematically, communication in mathematics classrooms». Han beskriver elevers og læreres samtaler i matematikklasserommet, og demonstrerer hvordan lærerens ansvarlighet for det matematiske innholdet i samtalene fører til elever som passivt lytter til læreren i klasseromssamtalen. Arbeidet hans avdekker koder som deltakerne i samtalene ikke selv er seg bevisst, og han synliggjør diskursen som kan finnes i matematikkundervisningen. I Norge har Streitlien (2009) sin studie vist ulike koder og former for språklige samhandlingsmønster som er i funksjon i matematikkundervisning på småskoletrinnet. Hun identifiserer betydningen det har for elevene på småskoletrinnet å utvikle kommunikasjonskompetanse for å kunne medvirke og få ordet i matematikkundervisningen.

Pimm (1987, s. 75) anvender begrepet «register» i sine analyser, et begrep han henter fra Halliday beskrevet som: «A set of meanings that is appropriate to a particular function of language, together with the words and structures which express these meanings» (Halliday sitert i Pimm, 1987, s. 75). Videre skriver Halliday:

> We can refer to a «mathematics register», in the sense of the meanings that belong to the language of mathematics (the mathematical set of natural language, that is: not mathematics itself), and that a language must express if it is used for mathematical purpose … . We should not think of a mathematical register as consisting solely of terminology, or of the development of a register as simply a process of adding new words (Halliday sitert i Pimm, 1987, s. 76).

Språklig kompetanse er slik knyttet til å vite hva som er sosialt akseptert i ulike lingvistiske situasjoner og ha tilgang på ulike varianter (Pimm, 1987, s. 77). Fra dette perspektivet er det nødvendig at elevene blir oppmerksomme på at det finnes ulike register og at *grammatikk, mening og bruk* av samme termer og uttrykk vil variere innenfor samme register, men også på kryss av dem (Pimm, 1987, s. 77). Pimms (og Streitliens) arbeid viser hvordan mangelen på slik bevissthet skaper problemer for elevene. Utrykk fra dagligtalen blir misforstått når de blir brukt i matematikktimene. Metaforer blir ofte ikke forstått. Eksempelvis nevnes «graf som bilde» der barn tolker grafen billedlig og konkret. Ord som «dersom» - «så» vil ha forskjellig betydning brukt i dagligtale og i matematisk argumentasjon. Termer som eksempelvis trekant og firkant som i betydningen av ordet setter fokus på kant og ikke hjørne (til forskjell fra triangle), skaper forstyrrelser i begrepsapparatet da mange lager sin egen oppfatning av kant som hjørne. En må slik lære seg hvordan språk blir brukt i matematikksammenheng. Det er en sammenheng mellom det Halliday og Pimm kaller register og min studies anvendelse av Bakhtins begreper knyttet til språkbrukssfære og talesjanger. Jeg ser register innen matematikk som språklige ressurser en rår over for å forstå og utrykke seg innen feltet. Jeg har i min studie valgt å bruke begrepsapparatet fra Bakhtin ut fra det teoretiske perspektivet jeg har på læring og språkbruk, men ser at register kunne vært brukt.

Pimms arbeid gjør meg oppmerksom på hindringer og utfordringer knyttet til register i matematikkundervisning som er forskjellig fra register i hverdagsspråket. Å gjøre deltakerne bevisste på forskjellene understrekes som viktig hos Pimm. Min studie setter fokus på kvaliteter ved at ulikhetene brytes mot hverandre. Kvaliteter for matematikklæring når elever møter matematikk i en annen språkbrukssfære er et mål for meg å få innsikt i. En kvalitet jeg ser etter er om brytningen mellom ulike språkbrukssfærer kan ha potensial til å bevisstgjøre deltakerne både på likheter og forskjeller innen ulike språkbrukssfærer.

Koordinering

Säljö, et al. (2001) og (Voigt, 1994) viser hvordan elever må koordinere perspktiv gjennom samtaler sammen med lærer. En diskurs som kan gi matematisk mening til aktiviteter og konkretiseringer må læres. Det som kan synes opplagt for læreren, som for eksempel bruk av konkretiseringsmateriell for å lære matematiske sammenhenger, er ikke nødvendigvis opplagt for elevene. Slik koordinering vil om mulig være enda viktigere i min studie siden fokuset er på elevenes læring i matematikk knyttet til aktivitet som vanligvis ikke tenkes på som matematisk. Koordineringsaspektet ser jeg som sentralt i samtalene jeg studerer.

4.1.2 Studier av problemløsning i grupper

Mye av forskningen knyttet til problemløsning og undersøkende[45] tilnærming i matematikk, er knyttet til prosesser med å lære matematiske diskurser. Lampert (1990) setter fokus på at elevene skal lære seg å stille spørsmål, lytte til hverandre og undersøke hverandres perspektiv med utgangspunkt i Pólya (2004) sin prosessmodell for problemløsning. Bak ligger en ide om at barn ikke bare skal lære noen matematiske ferdigheter for å løse oppgaver, de skal lære å tenke og diskutere som

[45] Undersøkende tilnærming er min oversetting av det engelske begrepet inquiry.

matematikere, eller som Papert (1983)[46] sier, de skal være matematikere. Da blir det å stille spørsmål, sette fram hypoteser, lytte til andres mening, om nødvendig kunne revurdere egne hypoteser og vurdere resultat, vesentlige ferdigheter å tilegne seg. Studier av samtaler innenfor dette feltet har blant annet fokus på å avdekke kvaliteter ved samtalene for å lære mer om hva som fremmer matematikklæring. Bjuland (2002) studerte hvordan lærerstudenter samtaler i problemløsningssituasjon. Han identifiserte ulike strategier studentene med ulik bakgrunn i matematikk, brukte, for å løse geometriske problem. Ulike spørrestrategier virker særlig som drivkraft for å komme videre i prosessen med å forklare eller reformulere. Dette kan en også finne blant elever i grunnskolen der en setter sammen elever som presterer ulikt i matematikk. Boaler (2008)[47] beskriver hvordan elever i sammensatte grupper av både lavt- og høgtpresterende, har utbytte av hverandres ulike måter å ta tak i problemene på. Hun viser også hvordan læreres måte å veilede elevene på, virker inn på elevenes måte å veilede hverandre til ny innsikt. Forskjeller mellom deltakerne i gruppene kan berike og gi grunnlag for både å stille adekvate spørsmål og finne nye måter å forklare på. Forskning innen samtalediskurser knyttet til problemløsning, har gjort meg oppmerksom på viktige kvaliteter ved undersøkende samtaler der elever har ulike forutsetninger i matematikk. Dette har virket inn på planlegging av elevprosjektet, der læreren og jeg valgte ikke å gruppere etter elevenes prestasjonsnivå i matematikk (Se kapittel 5).

Svært mange studier innenfor problemløsning, tar utgangspunkt i åpne matematiske problemstillinger der elevene skal prøve å finne mønster, lage seg hypoteser, utforske mulige strategier og etter hvert generalisere[48] (Mason, Burton, & Stacey, 2010; Pólya, 2004; Schoenfeld, 1994). I min studie tar elevenes samtaler utgangspunkt i praktiske og mer dagligdagse problem som de skal matematisere (Freudenthal, 1991). Jeg ser det som vanskelig i min studie å få til matematiske samtaler der det å finne mønster og generalisere er noe av hensikten. Det vil til dels være ulike målsettinger for å løse problemløsningsoppgaver og for å løse problemer ved anvendelse av yrkesrelatert matematikk. Der

[46] Papert hadde et optimistisk syn på elevenes muligheter til å tenke som matematikere knyttet til bruk av datamaskin og problemløsning innen programmering i LOGO

[47] Boalers studie er ikke en studie av samtaler knyttet til problemløsning, men er en studie av inkludering av elever med ulik bakgrunn, gjennom matematikkfaget, og betydning dette har for læringsresultat. I hennes studie er problemløsning og hvordan det arbeides med og snakkes i matematikk, en vesentlig del.

[48] Det var og er også dem som mener utgangspunktet for problemløsning bør være tatt fra den virkelige verden. Freudenthal var en av de fremste representantene for dette. Kunstige pedagogiske hjelpemiddel som eksempelvis logiske brikker, mente han ble fattige i forhold til utfordringene problemer fra en realistisk situasjon ville kunne gi.

problemløsningsoppgaver skal bidra til at elevene arbeider som matematikere, skal arbeid med yrkesrelevant matematikk bidra til at elevene erfarer matematikk som et fag anvendt både i og utenfor skolen. Å studere kvaliteter i matematikksamtaler i praktiske oppgaver relatert til arbeidslivet, kan gi andre resultat enn studier av samtaler knyttet til oppgaver som er tilrettelagt for matematisk utforskning der hovedmålet er generalisering.

4.1.3 Studier av samtaler i et kritisk perspektiv

Både samtalens form, innhold og underliggende normer kan ha betydning når samtaler studeres i et kritisk perspektiv. Dialogiske samtaler kan ha kvaliteter som kan ha potensial til å utvikle kritisk tenkning, som er et uttalt mål med utdanning innenfor kritisk matematikkundervisning. Dialog, slik Alrø og Skovsmose (2006, s. 128) beskriver det, er samtaler som er undersøkende, uforutsigelige, risikofylte og likeverdige. En undersøkende samtale har til hensikt å framskaffe ny erkjennelse, det innebærer at en sammen er nysgjerrige, undrende og utforskende til hverandre, til prosess og innhold (Alrø og Skovsmose, 2006). Dialogen er uforutsigbar da en i møte med andre skaper noe nytt som en ikke fra starten vet hva er. Derfor er dialogen også risikofylt. En kan ikke på forhånd vite om dialogen vil gi positiv eller negativ gevinst. Likeverdighet og symmetri i dialogen forstås her som at alle har rett til å uttale seg og at en har respekt for ulikhetene. Dialog er en dynamisk prosess mellom likeverdige dialogpartnere, en handler i samspill med hverandre, skriver Alrø og Skovsmose (2006, s. 129). Forfatterne identifiserer spesielle læringskvaliteter i samtaler i spenningsfeltet mellom intensjon og refleksjon, dialog og kritikk. Intensjon er dynamisk, noe en sammen kan utvikle i fellesskap gjennom dialog. Refleksjon knyttes til valg og bortvalg av innhold. En kan vurdere hvilken matematisk metode en vil anvende, en kan reflektere over svar og konsekvenser av svar. Kritikk brukes her i betydning å ta stilling og våge å omsette det en tar stilling til i handling. Imellom intensjon og refleksjon, dialog og kritikk, identifiseres et spenningsfelt som kan romme motsigelser og inkonsistens, noe som i analyse kan gi innsikt i begrepet «kritisk læring» (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 135). Det er ut fra dette perspektivet på kritisk læring jeg analyserer samtalene, når jeg skal undersøke potensialet for kritisk læring i matematikksamtalene elevene deltar i. Samtaler Alrø og Skovsmose analyserer, er hentet fra elevsamtaler i undersøkende matematikklæringssituasjoner i klasserommet. Aktivitetene er gjerne knyttet til en semivirkelighet der problemstillinger hentes fra bedrifter. Aktivitetene gir anledning til å kritisk anvende matematikk, bruke matematisk argumentasjon og ta valg i vanskelige situasjoner. Et eksempel er prosjektet «Farlige små tall» der elevene går inn i et undervisningsforløp som hadde som formål at elevene skulle oppleve matematikkens samfunnsmessige funksjon, og utvikle faglig kompetanse til å kritisere egen og andres bruk av matematikk (Alrø, Blomhøj, Bødtkjer, Skovsmose, & Skånstrøm, 2006). Elevene skulle her undersøke risiko for salmonellasmitte ved salg av egg som de visste kunne inneholde salmonella. Samtidig skulle de tenke fortjeneste. Det var et klassisk dilemma elevene ble satt i, som ble studert for å gi mer mening til det forfatterne betegner som kritisk allmenndannelse.

Risikoen når en arrangerer et samarbeid med en reell bedrift (i motsetning til imaginære) som en har begrenset kunnskap om på forhånd, er at en som lærer mister deler av regien, en løper en risiko og kan ikke på forhånd helt si hva læringsutbyttet kan eller skal være. Når elevene beveger seg mellom skole og bedrift i sin matematikklæring, beveger de seg mellom ulike intensjoner for å bruke matematikk, ulike redskaper for å arbeide med matematikk og ulike språk knyttet til matematikk. En bevegelse mellom disse ser jeg her på som grunnlag for å lære i et spenningsfelt.

Knijnik (2008)[49] bruker «språkspill» når hun analyser matematikken bøndene (fra «Brasils landløse bevegelsen») møter når de erfarer beregning av volum av tømmer i ulike kontekster. Språkspill er et begrep hentet fra «den senere Wittgenstein»: «the notion of language games involves not only expressions, but also the activities with which these expressions are linked» (Condé sitert i Knijnik, 2008). Språkspillene produserer regler bundet til sosial praksis, og hver har sin grammatikk og logikk (ibid). Ut fra «den senere Wittgenstein», utgjør disse språk-spillene et nettverk av likheter og overlappinger, som går på kryss og tvers. Han bruker familielikhet som beskrivelse for likheten mellom ulike språkspill. Ulike familiemedlemmer har noen kjennetegn som er felles, og andre kjennetegn som likner andre familiemedlemmer. Når Knijnik analyserer de ulike framgangsmåtene bøndene møter, finner hun tre språkspill som har familiære trekk: hvordan bøndene selv løser problemet tradisjonelt, hvordan sagbruket som kjøper tømmeret regner og hvordan de undervises i emnet når de ber om å få lære mer om hvordan det gjøres i det de selv kaller «bokmatematikk». De ulike språkspillene har likheter men også forskjeller knyttet til modelleringen. Disse kan sees i sammenheng med målene for aktivitetene de eksisterer i. I Knijnik sin studie har det en betydning å oppdage forskjellene mellom «bokmatematikken» som, viser det seg, gir større volum enn utregningen fra sagbruket. Å kunne flere språkspill gir i dette tilfelle grunnlag for kritiske vurderinger og ny argumentasjon.

[49] Mange av Knijniks forskningsarbeid er knyttet til etnomatematikk og hennes engasjement i bevegelsen for landløse bønder.

Forskningen hennes har aktualitet når jeg ser på elevenes bevegelse imellom ulike språkbrukssfærer. Slik jeg oppfatter språkspill, kan det være del av repertoaret i en språkbrukssfære knyttet til mål i virksomheten. Hennes arbeid er knyttet til voksne og tar utgangspunkt i en matematikk utviklet i deres egen kultur, noe Knijnik knytter til etnomatematikk. Min studie har ikke fokus på etnomatematikk, men har fokus på elevers læring i matematikk som i hovedsak kan kalles skolematematikk med klare mål. Elevene møter voksne som bruker matematikk i arbeidslivet, spesialisert inn mot byggevirksomhet. Tømrerens matematikk er knyttet til hans fagopplæring inkludert matematikk og hans praksis med matematikk i bruk. Analysene i min studie kan gi innsikt i om dette møtet gjør elevene kjent med nye sjangre innen matematikk, og om møtet kan gi elevene utvidet repertoar i argumentasjon knyttet til matematikk.

4.2 Bakhtin i matematikkdidaktisk forskning

Dialogisitet og flerstemmighet

Begreper fra Bakhtin som særlig har blitt anvendt innen undervisningsforskning, er dialogisitet og flerstemmighet (Dysthe, 1995; Johnsen-Høines, 2002). Flerstemmige klasserom (Dysthe, 1995) kan beskrives som klasserom der ulike stemmer, meninger og uttrykksmåter får plass. Lærerens stemme blir en av flere stemmer. Målet med dialoger er generering av ny kunnskap. Dette i motsetning til i det monologiske klasserommet der lærerens stemme er dominerende og en tro på overføring av kunnskap preger kommunikasjonen.

I det flerstemmige klasserommet kan divergerende tenkemåter være representert ved at ulike personer deltar aktivt. En elev kan være hovedbærer av en stemme (Dysthe, 1995). Eksempel her kan være det multikulturelle klasserommet der ulike kulturers stemmer kommer fram gjennom elevene med ulike kulturelle bakgrunner. Like viktig er det at en kan høre flerstemmighet i en og samme persons ytring. I Johnsen-Høines´ (2002) avhandling er begge disse forståelsene av flerstemmighet til stede. To studenter bringer fram ulike tenkninger knyttet til en tekst-oppgave der en situasjon skal modelleres matematisk. Den ene studenten bærer fram en korrekt matematisk tenkning og er i starten lite lydhør for den andres perspektiv. Den andre «kan» matematikken, men ønsker å forstå hva som skjer, hva formlene egentlig uttrykker knyttet til hverdagslivet. De har ulik intensjon i sine prosjekter som kommer fram i deres taleplan. Johnsen-Høines beskriver fleksible språkrom hvor en og samme person kan bevege seg mellom ulike tenkemåter som kan være knyttet til ulike sjangre, og slik jeg ville uttrykt det, der studentene henter repertoar fra ulike språkbrukssfærer. For mitt arbeid vil et møte mellom stemmer fra skole og bedrift sees på som et potensial der flerstemmigheten får rom. Jeg søker innsikt i hvordan flerstemmigheten elevene møter virker inn på deres posisjonering. Vil de ta i bruk nye stemmer de har møtt, inn i sin argumentasjon? Det fleksible språkrom ser jeg som et fruktbart begrep å bruke når jeg studerer elevenes bevegelse mellom ulike språk og logikk formet av mål for virksomhet og redskap som anvendes. Mens Johnsen-Høines ser på voksne studenters bevegelse mellom ulike sjangre og tenkemåter, ser jeg på hvordan elever på ungdomstrinnet posisjonerer seg gjennom valg av ressurser tilhørende ulike sfærer. Studentene i Johnsen-Høines´ studie hentet repertoar fra skolematematikk og hverdagsliv, representert i matematikkoppgaven de arbeidet med. Oppgaven var en tenkt situasjon hentet fra hverdagssfæren som studentene skulle lage en matematisk modell ut fra. Slike tekst-oppgaver er ofte forenklede situasjoner der unødvendige og forstyrrende opplysninger som oftest er utelatt. Situasjoner elevene i min studie møtte, ser jeg på som mer komplekse.

Sjanger

Gerofsky (2010) problematiserer tekstoppgaver fra hverdagslivet ut fra teorier av blant annet Bakhtin. Dersom en ser tekstoppgaver innen matematikk som en pedagogisk sjanger definert av kronotop (tid og rom som bakgrunn for sjanger), og denne er «fossil» med bakgrunn i tradisjoner helt tilbake til babylonsk tid, hva kan da relasjonen mellom tekstoppgaver ha med virkeligheten, spør hun. Bakhtins dialogisitet, kronotop og sjanger forutsetter en virkelig verden som bare er kjent gjennom bruk av språk. Tolkningen gjøres i fellesskap gjennom dialog med andre og gjennom en levende og utviklende relasjon og tolkning mellom det virkelige og erfarte livet og allmenne kronotoper (Gerofsky, 2010, s. 65). Vår representerte kunnskap blir næret av virkeligheten, og er også med på å påvirke virkeligheten. Dette ser jeg kompatibelt med forståelsen jeg legger til grunn for kontekst. Kontekst ser jeg som det en tolker samtaler ut fra, og der det som sies i samtalene også er med på å skape konteksten. Tekstoppgaver kan aldri representere virkeligheten, men det betyr ikke at den er uten funksjon i matematikktimer. Slik jeg ser det er tekstoppgaver en del av en virkelighet knyttet til matematikk-undervisning der mening i og med tekstoppgaver må koordineres mellom deltakerne. I elevprosjektet jeg studerer samtaler i, koordineres mening i en annen type problemstilling knyttet til en realitet i og utenfor skolen. Det kan likevel stilles spørsmål ved om det er en konstruert virkelighet. Oppdraget elevene i rorbuprosjektet får, er konstruert for at de skal lære og erfare matematikk i bruk.

Motstand

Zack og Graves (2001) løfter i sin artikkel opp begrepet motstand og knytter dette opp mot Bakhtins dialogisme. De beskriver det Bakhtin forklarer som sentripetal- og sentrifugalkrefter. Normer, sjanger, regler og verktøy virker inn mot sentrum. Noe av motkreftene kan være forårsaket av misforståelser eller uklarheter. Disse kan positivt trigge spørsmål, avklaringer og læring. Andre ganger er det motstand mot å gå inn i dialogen, motstanden kan være uttalt eller passiv. Selv om en legger til rette for at læring skal skje, skriver de, kan en ikke kontrollere at læring skjer slik en har tenkt når samtalene i problemløsningene legges til rette for å være dialogiske. Taylor (2003) bruker også motstand, men da knyttet til en lærerstudents negative uttalelse mot å bevege seg fra diskurs knyttet til å huske, til en diskurs der en skulle bruke logikk og begrunnelser. Taylor så dette først som negativt og et stort generelt problem. Når hun re-analyserte samtalene i et bakhtinsk dialogisk perspektiv, fant hun det mer konstruktivt å se motstanden som studentens kamp for å skape mening. Det kan være konstruktivt å se på studenters negative ytringer som nødvendige for læring og derfor verdt å verdsette. Sentripetal- og sentrifugalkrefter er for min studie viktige begreper for å få innsikt i koordinering som skjer i samtalen (se kap. 3), og derved også innsikt i den læringen som foregår.

Monologiske og dialogiske ytringer

De fleste som bruker Bakhtin innen matematikkdidaktikk er opptatt av dialogiske ytringer og samtaler som en motsetning til monologiske og overtalende ytringer (for eksempel Johnsen-Høines, 2002; Zack & Graves, 2001). Wagner og Herbel-Eisenmann (2008) tar for seg et bestemt uttrykk: *Just* som ofte brukes slik: «just do it», eller «just don´t», men også «just try …». Utgangspunktet for forskningen deres var en samtale mellom elevene (11th grade) som mente det var problematisk når læreren brukte ordet «just», samtidig som det var uproblematisk at elevene brukte det. Om læreren sier «bare gjør slik og slik» ligger det implisitt at dette er enkelt, og det opplevdes problematisk om eleven syntes det var vanskelig. Forfatterne brukte diskursanalyse knyttet til lingvistiske redskap for kritisk å studere hvordan ordet kunne stenge for dialog. De fant at ordet «just» også kunne brukes til å åpne for dialog. Det hadde betydning hvem som sa det (lærer eller medelev) og i hvilken sammenheng det ble brukt. Noen ganger ble «just» en mulighet for retroperspektiv flerstemmighet ved at en ikke uten videre aksepterte den andres perspektiv. Analysene deres har gjort meg oppmerksom på hvordan dagligdagse ord kan ha betydning for invitasjonen til samtale i matematikk. De kan virke til både å lukke og til å åpne for dialog. Ikke bare invitasjonen, men også hvordan en posisjonerer seg som mottaker av en monologisk ytring, har noe å si for fortsettelsen. Skiftningen mellom monologiske og dialogiske ytringer og invitasjoner, er noe jeg anvender i næranalysen.

4.3 Matematikklæring i og utenfor skolen

I kapitteldel 4.3, vil jeg vektlegge modellering med tilknytting til livet utenfor skolen og forskning på matematikklæring hos barn med tilknytting til skole og arbeidsliv. Jeg har også valgt å ta med forskning på matematikklærende voksne i arbeidsliv da jeg der finner gode beskrivelser av forskjeller men og kontaktpunkt, mellom matematikk i skolen og i arbeidslivet.

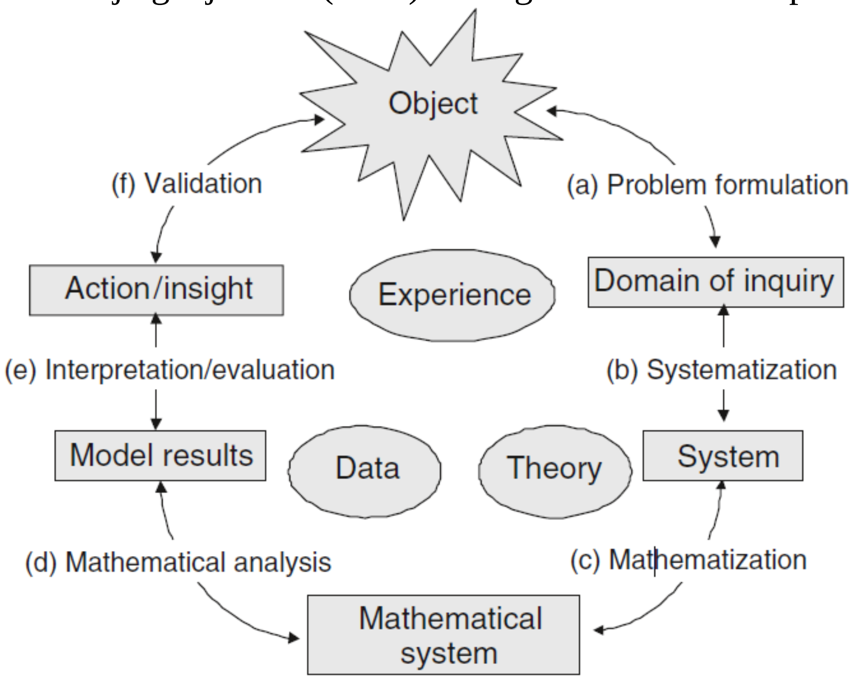
4.3.1 Matematikklæring og hverdagslivstilknytting

Jeg velger her å gi et kort innblikk i forskning knyttet til modellering. Modellering er et stort område i seg selv. Utvalget er tatt med for å vise noe om mulighetene og utfordringene som er knyttet til å ta «virkeligheten» inn i klasserommet og relatere modellering til min studie. Flere (blant andre Sparrow, 2008; Walkerdine, 1988) problematiserer bruken av tekstoppgaver eller «liksom-virkelighet» som butikklek i matematikkundervisningen. Tekstoppgaver og «liksom-virkelighet» vil bestå av forenklinger. Hverdagslige aktiviteter blir rekonstruert for å tjene som redskap for å lære eller øve seg i matematikk, og oppfattes ofte ikke som reell virkelighet for deltakerne i aktiviteten. Fyller elevene inn med sine erfaringer i tekstoppgaver, kan dette oppfattes problematisk ut fra et læringsmålsperspektiv. Det er løsningen av den matematiske oppgaven som er målet, ikke å løse virkelige problem (Gellert & Jablonka, 2009). I problem fra virkeligheten utenfor skolen vil en ofte få mindre eksakte svar enn i tekstoppgaver. Et eksempel som nevnes av Sparrow (2008) er areal-beregningsproblem der en skal legge teppe eller tapetsere en vegg. I ordinære skoleoppgaver står det oppgitt størrelsene som skal brukes og svaret de skal fram til skal være eksakt. En tar ikke hensyn til at tapet eller gulvtepper leveres i standardbredder. Mønster skal passe sammen og svaret en får bør heller være for stort enn for lite fordi tapetet eller teppet må skjæres til. Å arbeide med matematisk modellering eller med modelleringsprosesser i skolen, kan være en vei å gå for at elevene skal få erfare hvordan matematikk anvendes utenfor det (Skovsmose, 2003) kaller for oppgave-fasitparadigme.

Greer, Verschaffel, og Mukhopadhyay (2007) posisjonerer seg i en kritisk tradisjon når de fremmer modellering av reelle problem[50]. Argumentet deres for at elevene skal modellere, er å gi elevene muligheter til «agency» gjennom å oppdage matematikk som et kritisk redskap for å analysere viktige problemstillinger knyttet til deres hverdag. De viser til to typer forståelse av matematisk modellering i grunnskolen. Den ene er en prosessmodell der en situasjon først må problematiseres og forstås, så må problemet omformes til matematisk

[50] De begrunner sitt ståsted i Freires tekster om at all undervisning er politisk.

uttrykksform, det må arbeides med matematisk, oversettes tilbake til den originale situasjonen, evalueres og kommuniseres. I denne situasjonen anvender en matematikk som en har lært tidligere, men i en ny situasjon. Blomhøj og Kjeldsen (2011) har tegnet modellen for prosessen slik:



Figur 5. En modell av matematisk modelleringsprosess (Kjeldsen & Blomhøj, 2011).

Denne modellen har med de samme elementene som Greer et al. nevner, men nevner i tillegg rollen erfaring, data og teori har i modelleringsprosessen. Teori er her ment i forhold til elevenes kunnskap om undersøkelser som blir brukt i modelleringsprosess. Blomhøj og Kjeldsens modell er syklisk og jeg ser denne modellen som fleksibel, ved at en også kan vandre fram og tilbake mellom punktene. De argumenterer for at arbeid i alle seks punktene (a til f) kan føre til redefinering av andre punkter i prosessen. I systematiseringsfasen, kan det eksempelvis bli nødvendig å gå tilbake og reformulere problemet.

Den andre forståelsen av matematisk modellering som ofte nevnes er modellering som en drivkraft for å utvikle matematiske begrep[51]. Gjennom å arbeide med matematisk modellering kan en lære matematiske begreper og sammenhenger. En kan slik arbeide med modellering og begrepslæring parallelt[52].

Jeg har valgt å se elevenes arbeid med modellbygging av rorbu i min studie i relasjon til en matematisk modelleringsprosess slik Blomhøj og Kjeldsen (Kjeldsen & Blomhøj, 2011) fremstiller denne i sin modell.

---

[51] Greer etal. henviser til Gravemeijer som kaller det «emergent modelling» (Greer, et al., 2007, s. 90)

[52] I LIMP har Hansen og Hana (2012) arbeidet med ulike måter å tenke modellering på i skolen ut fra lærerskolestudenters sekvensielle tenkning og problematiseringer i arbeid med modellering i undervisning.

Den kan hjelpe meg til å få øye på elevenes refleksjon over forhold mellom modeller og virkelighet mens de bygger rorbumodellen. Modellering, både som prosess der en bruker lært kunnskap i ny situasjon, og modellering som drivkraft for å lære begrep, er interessant i forhold til min studie. Det er vanskelig å spå på forhånd hvilken matematikk det vil være behov for i en kompleks situasjon som kan være tilrettelagt for å arbeide med bestemte begrep, samtidig som læreren er åpen for elevenes innspill og problemstillinger underveis. Om elevenes modellbygging kan sees på som matematisk modellering og om deres argumenter er matematiske i et matematisk modelleringsperspektiv, kan likevel diskuteres. Greer et al. (2007) definerer argumenter i modellering som «ikke matematiske» dersom de ikke ukontroversielt kan lede til et presist sett av ligninger som kan bli løst og gi svar. Jeg ser ikke at utvikling av en fysisk modell oppfyller slike kriterier. En hensikt med min studie er å se etter spor av bevegelse mellom skolematematisk argumentasjon og en bedriftsargumentasjon når elevene beveger seg imellom. Det er mye som kan være matematisering uten at det nødvendigvis settes inn i et ligningssett. I min studie er det å undersøke spenninger mellom argumentasjon knyttet til matematikk og en praktisk logisk argumentasjon som en gjerne møter i en bedrift, som har fokus. Denne spenningen kan være utgangspunkt for læring og refleksjon. Blomhøj og Kjeldsen (2011) analyserer elevers modellering med hensyn til det de kaller intern og ekstern refleksjon. Intern refleksjon knytter forfatterne til refleksjon i og om modelleringsprosessen, mens ekstern refleksjon knyttes til diskusjonen om modellens anvendbarhet og kommuniserbarhet. Om modellen bare kan kommuniseres til eksperter i matematikk, eller om den fungerer mer allment, kan være tema i en ekstern refleksjon. Selv om rorbumodellbygging ikke oppfyller kriterier mange vil sette for matematisk modellering, finner jeg det likevel fruktbart å se elevenes arbeid med rorbumodellen i lys av modelleringsprosesser. Elevene beveger seg mellom tilknytninger i den virkelige verden, de matematiserer for å kunne lage en modell, og de må vurdere resultat. Dette gjøres på bakgrunn av kunnskap de har om å arbeide undersøkende i matematikk (teori), data (fra bedrift) og fra ulike erfaringer i og utenfor skolen. Begrepene intern og ekstern refleksjon knyttet til modellering, er analytiske begrep som jeg kan se elevenes refleksjoner i lys av når de samtaler i modelleringsprosessen og om rorbumodellen.

Elevprosjektene Greer et al. (2007) nevner, tar for seg kritiske samfunnsspørsmål som elevene analyserer, modellerer og handler ut fra. Elevprosjektet i min studie er ikke kritisk i samme forstand. Likevel kan elevprosjektet gi muligheter for at elevene kan være handlende, se hva som ligger bakenfor tall og modeller, både av matematisk og praktisk art, og gi muligheter til kritisk refleksjon rundt bruk av matematikk i og utenfor skolen.

4.3.2 Barn, unge og arbeidsliv

Forskning jeg har funnet knyttet til barn/ungdom og matematikk, følger to hovedretninger. I retningen a) undersøker en matematikkferdigheter hos barn som arbeider for å dekke grunnleggende behov. Det er i slike studier særlig fokus på om barna klarer å utnytte strategier utviklet i arbeidet innen skolematematikk (eksempelvis som i studien Nunes et al. 1993). I den andre retningen b) er samarbeid med bedrifter eller institusjoner utenfor skole arrangert for at elever (studenter) skal lære matematikk, eller se sammenhengen mellom matematikk brukt i bedrift og den mer formelle matematikken de lærer på skolen. Blomhøj og Kjeldsens (2011) analyse av elevers matematiske modellering av trafikk med hensyn på elevers interne og eksterne refleksjon, ser jeg i sammenheng med retning b).

Nunes, et al. (1993) studie om barns gatematematikk og skolematematikk er kjent og mye sitert. De fant at barn skåret høyere på problemløsning knyttet til uformelle situasjoner på markedet, enn i formelle tester med samme regneoperasjon og gjerne knyttet til samme tall som i de uformelle situasjonene. I uformelle situasjoner brukte barna mye hoderegning (muntlig) med egne regnestrategier. Eksempel: en kokosnøtt koster 35, hvor mye må jeg betale for ti? Barnet multipliserte 35 med 3 og fikk 105, la til 105 og fikk 210, la til 105 en gang til og fikk 315, før han/hun la til 35. I formelle situasjoner der barna fikk regnestykket oppskrevet, ble ofte regneoperasjoner lært på skolen brukt. Da ble det lett feil, som for eksempel ved at barna blandet regneoperasjoner. De fant at barnas beredskap i skriftlig og muntlig regning var svært ulik. Muntlig regning gav mye bedre resultat enn skriftlig, uansett om det var i en selgerkontekst eller rene regnestykker. Barna viste stor forståelse for prinsipp og struktur som ligger bak algoritmer, men klarte ikke å bruke det i skriftlige oppgaver. Skriftlige algoritmer tar vare på generaliteten slik at eksempelvis prosedyrer for regning med og uten desimaltall blir lik. Muntlig regning tar mer vare på meningen, men en må gjerne variere prosedyrer om eksempelvis desimaltall innføres. Den muntlige regningen var nærmere barnas aktivitet knyttet til salg. Forskjellen i erfaringsbakgrunn mellom elevene i Norge og gatebarnas situasjon i Brasil er svært stor. Likevel bidrar studien til forståelse av det jeg ser på som en generell forskjell mellom å arbeide med matematikk i og utenfor skolen. Elever møter stadig argumentasjonen i skolen og i hjemmet om at en må en lære matematikk i skolen fordi en trenger matematikk i alle yrker. Å få til en bevegelse og fleksibilitet mellom framgangsmåter i matematikk på tvers av sammenhenger en er i, er mer komplekst enn en i utgangspunktet skulle tro, noe gatematematikk kontra skolematematikk demonstrerer. Derfor er det også viktig å studere vilkår for en slik bevegelse, noe denne studien sikter på å framskaffe mer kunnskap om.

Innenfor retning b) der en samarbeider med virksomheter utenfor skolen for å lære matematikk, har jeg funnet et elevprosjekt som tematisk ligger nær elevprosjektet i min studie. McNamar (2009) beskriver et prosjekt der fire klasser på 7. trinn med mange lavtpresterende elever, skulle lære matematikk gjennom å danne «firma» som skulle utarbeide anbud for gulvbelegg på skolen. Koordinatoren besøkte et lokalt byggefirma og fikk tak i tilbud på ulike gulvbelegg (fliser, parkett, vinyl osv) og kostnader til arbeid. Det ble også samlet tilbud fra et miljøvennlig flisekompani fra nett. En lokal firmaeier kom til skolen som gjesteforeleser og svarte på elevenes spørsmål. Til slutt skulle elevene presentere tilbudet og argumentere for hvorfor deres tilbud var best. Rektor fungerte både med informasjon om kostnader knyttet til skolebygg og som «dommer» i forhold til anbudene. Artikkelforfatteren bruker Howard Gardners teori om multiple intelligenser for å belyse elevenes tilegnelse av kunnskap. For å vurdere læringsutbytte om areal og profitt (prosent), ble det arrangert pre- og posttest. Testene viste stor framgang. Samtidig ser forfatteren læring videre enn bare det som kan testes. Det understrekes at aktivitetene oppmuntret til dialog som involverte debatt, begrunnelser, kompromiss og konkurranse mellom «firmagruppene». Artikkelen gir en beskrivelse av elevprosjektet. Den er lite problematiserende, samtidig er arbeidsprosessene som beskrives gjenkjennbare. Fra mitt ståsted er det interessant å lese at elevene anvendte ulike argumenter, både knyttet til matematikk og av mer praktisk art, som argumenter knyttet til materialvalg ut fra miljøhensyn. Friheten til å velge og argumentere for valgene, knytter forfatteren til eierskap. Studien til McNamer (2009) refererer til elevers dialoger, men analyserer dem ikke. At skole og bedrift kan ha ulike mål og befinne seg i det jeg kaller ulike språkbrukssfærer, problematiseres ikke i McNamers studie. Bedriftens bidrag til elevenes læring er noe uklar. Min studie vil ha et annet fokus ved å se på språkbruk og argumentasjon i lys av læring imellom skole og bedrift. Jeg ser likevel McNamers bidrag som en demonstrasjon av mulighetene som ligger i å koble matematikk til bedrift, og i dette tilfelle ungdomstrinnet knyttet til byggefirma. Den støtter opp om en hypotese om at det finnes læringspotensial i et samarbeid mellom skole og bedrift, selv om bedriftens rolle i dette tilfelle er lite klargjort og undersøkt.

Innen LIMP er det skrevet artikler knyttet til elevers læring i bedriftssamarbeid. Her vil jeg særlig nevne Haugsbakk (2009) og Lilland (2012) sine artikler, som tar utgangspunkt i det samme elevprosjektet, den ene fra et lærerstudent- og elevperspektiv og det andre fra forsker/faglærer- og lærerstudentperspektiv. Elevene fikk høre av bedriften som arbeidet med ventiler (innen oljeindustri), at «statistikk er alfa og omega for oss» (Haugsbakk, 2009). De fikk et betalt oppdrag fra bedriften. Oppdraget bestod blant annet i at de skulle sortere bestillinger på ventiler ut fra «ordrereserven» for å få en oversikt over salg som hjelp for bedriften til å planlegge framtidig innkjøp av råvarer og lagerbeholdning. Elevene valgte selv hvordan de ville gjøre det. Underveis oppstod problemer som lærerstudentene ikke kunne hjelpe til med. Elevene henvendte seg til bedriften og fikk oppklaring på spørsmål knyttet til ventiltyper som gjorde sorteringen, og dermed diagrammene, annerledes enn det elevene opprinnelig hadde laget. Spørsmål knyttet til konteksten (ikke-matematisk kunnskap) fikk slik betydning for matematikken de arbeidet med. Lilland (2012) analyserer samtaler med studenter i etterkant knyttet til samme elevprosjekt. Det kommer fram i samtalene at elevenes spørsmål til lærerstudentene ble endret underveis, fra lukkede spørsmål som «er det rett eller galt?» til spørsmål som åpnet for reell samtale som: «hva må vi gjøre for å finne ut av dette?» og «hvilke spørsmål må vi stille for å finne ut av dette?». Studentene gav uttrykk for at elevene begynte å stille spørsmål om hvordan de skulle formulere spørsmål for å få svar. At studentene ikke kunne mer enn elevene om bedriften, fikk betydning for spørsmålene elevene stilte. Artiklene viser noe av potensialet det kan være for læring og undersøkende samtaler i samarbeid mellom skole og bedrift om elevers matematikklæring.

En norsk hovedfagsoppgave (Breiland, 2004) er skrevet med utgangspunkt i intervju med elever (ungdomstrinnet) som har deltatt i undervisning knyttet til samarbeid med næringslivet for å lære realfag. Elevene ble intervjuet like etter samarbeidet med bedriften og et halvt år etter da de hadde begynt på videregående skole. Avhandlingen søker å finne svar på hvordan elevene vurderer betydningen samarbeidet har hatt for linjevalg på videregående og framtidige yrkesvalg. Elevene gir positive tilbakemeldinger på samarbeidet. Noen som valgte yrkesfag, fremhevet at det er mye greiere å regne volum når du ser sekkene du skal regne ut volumet av og så finne hvor mange sekker det er plass til på en palle, enn å regne ut hvor mye saft Anne får i en vannmugge (typisk oppgave fra lærebok). Det ble mer logisk når de fikk se det i virkeligheten, hevdet de. Slik bekrefter de viktigheten av konkrete representasjoner når de skulle regne, noe Nunes, et al. (1993) også beskrev betydningen av i gatematematikk. Flere av elevene uttrykte at de fikk innsikt i hvor mye matematikk og realfag en trengte ute i arbeidslivet, også knyttet til yrkesfagene. Elever som valgte allmenn studieretning, var langt mer kritiske til læring i samarbeid med bedrift.

De kunne ikke tenke seg å arbeide innenfor den type bedrift de møtte og de syntes oppgavene de fikk knyttet til bedriften var for lette:

> De mente at de lærte en matematikk de hadde bruk for i produksjonsprosessen, ikke selve matematikken. Videre mente de at den ekte matematikken var den som sto beskrevet i lærebøkene, og at om du bare kunne den var den anvendbar på mange områder (Breiland, 2004).

Elevene uttrykker slik sine tanker om matematikk i skole og i bedrift, og hvilken matematikk som de anså som viktigst for seg. En kan si de gir uttrykk for spenningsfeltet mellom matematikk i skolen og matematikk i bedrift ut fra slik de opplever det i forhold til sine mål. Studien forteller lite om hvilke typer matematikkoppgaver elevene fikk knyttet til bedriften. Ut fra eksempelet som ble nevnt, kan det se ut til at elevene fikk oppdrag som lignet lærebokoppgaver, lukkede og med rimelig nøyaktige svar med lite åpning for elevenes egen modellering. Studien hans er interessant for mitt arbeid da den viser noen elevers refleksjoner i etterkant av et samarbeid med bedrift for å lære matematikk. Studiet hans og min studie undersøker ikke det samme. Den gir likevel en innsikt som jeg kan speile resultater i min studie i.

4.3.3 Voksne matematikklærende

Innen forskning på matematikk i arbeidslivet og på voksnes matematikklæring i tilknytting til arbeidsliv, er det gjort mye. Forskningen innenfor feltet kan deles inn i forskning på hvilken matematikk som kan identifiseres i arbeidslivet (Naresh & Presmeg, 2009; Schliemann, 1984), forskning på studenters bevegelse mellom matematikk i skolen og i bedrift knyttet til studier med praksis (Williams & Wake, 2007) og studier som har fokus på numeracy der voksne trenger å lære matematikk for å beherske jobben sin bedre (Evans, 1999; Hoyles, et al., 2010; Lindenskov, 2006; Wedege, 2006).

Wedeges (2006) studie kan plasseres i siste kategori. Hun beskriver i tabell 6 hvordan mange voksne har erfart matematikk i skolen og i arbeidslivet som forskjellig.

Tabell 6. Matematikk i arbeid og på skolen, Wedege (2006, s. 217)

Matematik i jobbet?	**Matematik i skolen?**
Alle tal har måleenheder (mm; kg; kr.) eller henviser til noget andet end sig selv.	Tallene optræder ofte som rene talstørrelser.
Tal og regnestykker skal konstrueres.	Tal og regnestykker er givne
Der er ofte forskellige løsninger på den faglige opgave.	Der er kun én rigtig løsning på oppgaven.
Opgaveløsning er en fælles sag - samarbejde.	Opgaveløsning er en individuel sag – konkurrence.
Når opgaven skal løses, er der en masse «støj» i form af forstyrrende elementer eller oplysninger.	Opgaven er renset for «støj». Der er ingen forstyrrende elementer eller oplysninger.
Virkeligheden giver anledning til at bruge matematiske idéer og teknikker. Løsning af opgaver har praktiske konsekvenser.	Virkeligheden er et påskud til at bruge matematiske idéer og teknikker. Løsning af opgaver har ingen praktiske konsekvenser.
Arbeidsopgaver er bestemt og struktureret af teknologien.	Matematikopgaver strukturerer undervisningsforløbet.

Ikke alle vil si de opplever matematikk i skolen slik det er beskrevet her. Det kan være store forskjeller mellom klasserom på samme måte som det er forskjeller mellom arbeidsplasser. Noen av trekkene ved skolematematikktradisjonen som Wedege beskriver, kan likevel sies å stå sterkt i skolen. Tilknytning til praktiske sammenhenger, det som Wedege (2006) i tabell 6 kaller for virkeligheten, er som regel et påskudd for å bruke matematiske ideer og teknikker i skolen. Svarene en finner har sjelden eller aldri praktiske konsekvenser. Det er også gjenkjennelig at matematikkoppgaver i skolen ofte er renset for forstyrrende ekstra opplysninger. I arbeidslivet er det oftere slik at opplysninger må framskaffes av arbeidstaker og en må selv vurdere hva som er relevant. Feil svar kan få store konsekvenser på en arbeidsplass, det er derfor viktig at det blir gjort riktige og nødvendige vurderinger og utregninger. Det vil imidlertid ikke alltid være slik at matematikk som anvendes oppleves som relevant og forståelig på arbeidsplasser. Det hender for eksempel at arbeidstakere blir satt til å avlese tall fra eksempelvis måleinstrument som har stor betydning i produksjonen, men som den enkelte ikke ser meningen i (Hoyles, et al., 2010). Dette kan føre til lite selvstendighet og myndighet for den enkelte. I tillegg brukes redskap, eksempelvis dataprogrammer, på en måte som gjør at matematikken opptrer i «svarte bokser» på arbeidsplassene. En putter tall inn og får et resultat ut[53]. Generelt kan en ikke si at matematikk på

[53] Hoyles et al. (2010) problematiserer dette og har forsket på hvordan arbeid med å forbedre tekno-matematiske ferdigheter blant arbeidstakere kan gjøre arbeidet mer

arbeidsplassen alltid er mer forståelig og praktisk enn i skolen. Matematikk i skolen sees i min studie ikke som normativt bedre eller verre enn matematikk i arbeidslivet. Men fordi målene for bruk vil være ulike, vil matematikken i skole og bedrift erfares ulikt. Wedeges tabell 6 ser jeg som et redskap for å analysere og beskrive matematikkaktivitetene elevene inviteres inn i når de beveger seg mellom skole og bedrift i arbeidet med rorbuene.

Schliemann (1984) undersøkte forskjellen på strategier knyttet til en praktisk oppgave gitt til lærlinger på ulike nivå og profesjonelle snekkere (i Brasil). Hun fant forskjell på strategier i bruk mellom lærlinger på begynnernivå og viderekomne, og aller størst forskjell mellom lærlinger og profesjonelle. Oppgaven var en gitt tegning av en seng som de skulle finne ut hvor mye materiale de trengte for å lage, og hvor mye materiale de måtte kjøpe om de skulle lage fem slike senger. Lærlingene på begynnernivå regnet det som det var en skoleoppgave, de fleste med addisjon, de brukte skolestrategi med papir og blyant, og de fleste forholdt seg til en dimensjon, lengder. De viderekomne lærlingene brukte mer fleksibelt både addisjon og multiplikasjon, anvendte hoderegning der det var adekvat, og skriftlig regning om de trengte det. Noen forholdt seg kun til lengde og bredde, men et lite flertall forholdt seg til alle tre dimensjonene. Blant de profesjonelle var det ingen som regnet det som en skoleoppgave. De brukte både addisjon og multiplikasjon, regnet i hodet og tok i betraktning alle tre dimensjonen. Når de skulle finne hvor mye materiale de trengte for å lage fem senger, brukte de lister over standard lengder, i motsetning til lærlingene som brukte mer tungvinte strategier. Blant de profesjonelle kunne forskerne ikke finne forskjeller i regneferdigheter i forhold til hvor mange år de hadde gått på skolen. Nesten ingen regnefeil ble gjort. Eneste forskjell var at to som var analfabeter, avslo å forklare hvordan de kom fram til svarene. Selv om alle lærlingene hadde lært på skolen hvordan de skulle regne volum, var ikke strategiene og svarene deres adekvate i forhold til oppgaven. Lærlingene vurderte heller ikke om svarene de fikk, var adekvate og praktisk anvendelige. Konklusjonen til Schlieman er at dersom problemløsning elevene lærer i skolen skal være brukbar utenfor skolen, må det læres på en annen måte enn ordinær oppgaveløsning i skolen. Schliemans forslag er å gi muligheter til problemløsning i praktisk kontekst i tillegg til den formelle opplæringen. Forskjellene mellom «skoleløsning» og «profesjonell løsning» som beskrives er interessante i forhold til min studie. Den konkretiserer forskjellene mellom skolerelaterte og praksisrelaterte løsninger, relatert til en praksis

meningsfylt og gi bedriftene bedre kvalifiserte arbeidstakere som kan være med å bidra til utvikling av bedriften.

som har fellestrekk med den elevene møter hos tømreren. Studien bekrefter mine antakelser fra start om forskjeller mellom matematikk i skole og i bedrift. Spørsmålet er om elevene i bevegelse mellom praksiser, blir oppmerksom på forskjellene, gjennom «othering», og læringspotensial som ligger i det (Akkerman & Bakker, 2011).

Williams og Wake (2007) ser på høgskolens matematikk og arbeidsplassens matematikk som to ulike sjangre. Skolens matematikksjangre kommer fra matematikeres og skolers matematiske og pedagogiske praksiser. Arbeidsplassens matematikksjangre er formet av lokale forhold som mål for aktiviteten, redskap, sjargong, teknisk anvendelse av for eksempel regneark og språk knyttet til dette og de ulike arbeidstakernes arbeidsoppgaver knyttet til matematikken (eksperten, avleser, ledelsen som tolker resultat). Dette kan relateres til min oppdeling av skole og bedrift i to ulike språkbrukssfærer (figur 2) som har sine sjangre ut fra mål i virksomheten. I tillegg til å bruke sjangerbegrepet fra Bakhtin, studeres kasusstudien deres fra et virksomhetsteoretisk perspektiv (CHAT). I studien deres er det lærere og studenter som kommer inn på arbeidsplassen for å studere hvordan modeller og metaforer kan mediere kommunikasjon mellom studenter, arbeidere og lærere. En samtale mellom en arbeider og lærer/forsker og to studenter, om hvordan en estimerer gassbruk, skapte en mulighet til å lage matematiske modeller. Disse fungerer som matematiske oversettelser av arbeiderens praktiske matematikkspråk. Modellene blir brukt som utgangspunkt for samtale i etterkant på skolen. Det identifiseres både undersøkende dialoger der lærer og studenter er spørrende sammen, og pedagogiske dialoger (i Bakhtins betydning) der læreren spør om noe hun vet. I de ulike typer samtaler fungerte modellene godt til å kommunisere komplekse ideer. De dro fordel av å kunne vise til og bruke uformelt språk der de refererte til arbeidsplassen på den ene siden, og til regneark og matematiske symboler på den andre siden. Ulike modeller som regnearkmodeller med noen detaljer fra arbeidsplassen, og en ren matematisk modell, belyste ulike aspekter av estimering av gassbruk, og begge gav ulike sammenhenger og innsikt. Undersøkelsen er fra voksne studenter knyttet til matematiske modeller og skiller seg slik fra min studie. Men innfallsvinkelen deres og resultatet, styrker min antakelse om at det er et læringspotensial i matematikk knyttet til et samarbeid og en kommunikasjon med personer på arbeidsplasser i og om matematikk.

Et spørsmål jeg finner lite belyst i undersøkelsene om læring i samarbeid mellom skole og arbeidsplass, er om det også kan innebære potensial for kritisk læring.

4.4 Oppsummering

Det er en stor mengde forskning innenfor det landskapet jeg har skissert. Forskning knyttet til samtaler i problemløsning og innenfor kritisk matematikkundervisning og samtaleanalyser knyttet til Bakhtin, har gitt meg perspektiv som hjelper meg å få øye på fenomen. Det er forskning som jeg kan «speile» egen forskning i.

Forskning knyttet til matematikk i arbeidsliv og matematikk i skolen, har gjort meg oppmerksom på forskjeller og utfordringer knyttet til å anvende matematikk som er adekvat for praksisen en er i. Den har også gjort meg oppmerksom på utfordringer som elevene kan ha når matematikk lært og erfart i skolen skal knyttes til læring og erfaringer utenfor skolen eller motsatt vei.

Det er ikke mange studier jeg finner som analyserer samtaler i skole og i arbeidsplass. Forskning som har dette, er på voksne eller studenter i høyere utdanning. Matematikk i skole og arbeid eller realistisk matematikk i et kritisk perspektiv er også ofte knyttet til voksne. Når barn og ungdommer i grunnskolen er involvert er de realistiske situasjonene ofte knyttet til semivirkelighet gjennom fortellinger (storyline). Unntakene som jeg har funnet (som eksempelvis McNamar, 2009; Nunes, et al., 1993), har gitt innsikt i både muligheter og kompleksiteten i å være i og mellom praksiser. Studier i Norge på området er få, men gir samtidig et bilde av hvordan praksisnær undervisning som i «Gode Sirklar» kan fungere for elever. Myndigheter både nasjonalt og internasjonalt vektlegger muntlig arbeid med matematikk, matematikk i praktisk bruk og kritisk beredskap (mathematical literacy). Derfor ser jeg at denne studien fyller et behov i forhold til å få mer innsikt i elevers matematikksamtaler i og mellom praksiser i lys av kritisk matematikklæring.

5 Metodologi og forskningsdesign

I dette kapittelet utredes posisjonering i forskningsparadigme, bakgrunn og begrunnelse for valg av forskningsdesign, egen rolle og betydningen av denne, datainnsamlingsmetoder, hvordan analysen av materialet har blitt gjennomført og hva analysen skal tjene til. I tillegg blir etiske valg og problemstillinger, troverdighet og autentisitet i studien, gjort rede for løpende i teksten. Jeg etterstreber å møte deltakerne (læreren og elevene) med engasjert objektivitet og profesjonelt nærvær, der jeg balanserer mellom nærhet og distanse (Kristiansen & Bloch-Poulsen, 1997). Utredning om min rolle og posisjonering i forhold til deltakerne vektlegges i kapittelet, for å sikre gjennomsiktighet. Nærhet og distanse knyttes også til analyseprosessens ulike faser.

Å vise studiens begrunnelser er et overordnet metodologisk trekk. Det handler om å svare på studiens «hvorfor?» (Burton, 2002). Hvorfor dette er et aktuelt prosjekt er beskrevet og begrunnet i innledningskapittelet. Også valg av teoretisk rammeverk er det gjort rede for der. Begrunnelse for forskningsparadigme, for forskningsdesign og metode, vektlegges særlig i dette kapittelet.

Å velge forskningsfokus, teoretisk rammeverk, paradigme og diskusjoner en vil delta i, innebærer valg av verdier, skriver Lincoln & Guba (2000, s. 167). Valg jeg gjør når det gjelder tilknytting til filosofi knyttet til didaktikk og matematikk blir avgjørende for hvilke spørsmål som aktualiseres og hvilke diskusjoner jeg går inn i (se også kapittel 2 og 3). Egen forforståelse knyttet til vitenskapsteori har betydning for hva jeg gjør. Det har betydning for hvilke metoder for datainnsamling og analyse jeg velger å bruke. I dette kapittelet beskriver jeg studiens metodologiske sammenhenger.

5.1 Et tolkende paradigme med kritisk perspektiv

Ernest (2009, s. 35-36) beskriver i grove trekk tre forskningsparadigmer, naturvitenskapelig, tolkende og kritisk paradigme. Han viser skjematisk hvordan disse påvirker interesseområdet, fokus, ontologi, kunnskapssyn og metodologi. Jeg posisjonerer denne studien i et tolkende paradigme. Jeg søker å forstå og finne mening i samtaler når elevene skal lære matematikk i skole og bedrift. Samtaler er studiens data. Det som sies blir tolket ut fra hva som har blitt sagt, omgivelser eller situasjonen deltakerne er i og framtidige mulige hendelser eller mål. I det tolkende paradigme, skriver Ernest (2009), er studiens interesse å forstå og skape mening i menneskenes verden. Fokus er på å utforske mening og deltakernes forståelse. I denne studien er fokuset ikke primært på deltakernes tanker og følelser, utenom når det gir seg uttrykk i handlinger og har betydning for det sosiale samspillet. Jeg har valgt en dialogisk tilnærming der jeg undersøker hvordan deltakerne med ord og gester posisjonerer seg og bidrar i det sosiale samspillet, og hvordan disse møtes av de andre deltakerne.

Bakhtins metaforiske beskrivelse av dialog som et «værende» (se kap. 3) passer inn i et tolkende forskningsparadigme der en ser på meningsskaping som dialogisk. Han understreker at dette ikke betyr relativisme. Et relativistisk syn utelukker dialog, den vil ikke ha noen hensikt, skriver han. Da ville det ikke være noe mål å strekke seg mot. I min studie ville relativisme bety at det ikke var noe å studere ut over det å beskrive. Det er vanskelig, om ikke umulig, å analysere og tolke uten å ha et perspektiv å tolke fra. Mål med dialog er å få fram ulike perspektiv, utforske hverandres perspektiv, og koordinere perspektivene for slik å komme nærmere en forståelse for hvordan det hele henger sammen. Jeg ser avhandlingen min som et bidrag til å komme et steg videre for å forstå dialoger elever deltar i og matematikkundervisning dialogene er en del av. Det gjøres med bakgrunn i forskning som er gjort innenfor feltet og med tanke på framtidige bidrag innenfor feltet. Studiens analyser og tolkning vil slik være del av en dialog.

Heller ikke dogmatisme har plass, da dette gjør meningsutbytte gjennom en sann dialog umulig, argumenterer Bakhtin (2010, s. 81). Om en mener en har sannheten, vil det ikke være nødvendig med en virkelig dialog, da vil en føres inn i en monologisk overtalende samtale der ett perspektiv er dominerende. En dogmatisk tenkning om matematikkundervisning vil ikke ha plass i et tolkende paradigme der jeg som forsker møter personer, lytter til deres perspektiv og gjennom analyser av samtaler forsøker å skape mening og søker etter kvaliteter som fremmer læring. Samtidig har jeg en forforståelse om undervisning og hva som jeg mener normativt kan være bra i matematikksamtaler, som vil bidra i tolkningen. Jeg ser matematikkundervisning som politisk. Jeg vil at elevene skal utvikle myndighet og eierskap til matematikken de lærer. Dette preger forskningsfokus der jeg spør etter hvilket potensial elevenes deltakelse i læringsløype mellom skole og bedrift kan ha for kritisk matematikklæring, og det preger hvordan jeg går inn og analyserer og tolker datamaterialet.

Innen et tolkende paradigme er det vanlig med kasusstudier med til dels detaljerte beskrivelser (Ernest, 2009). Å studere en gruppe elevers matematikksamtaler seg imellom, sammen med læreren eller tømreren, kan sees som en kasusstudie. «Case study is the study of the particularity and complexity of a single case, coming to understand its activity within important circumstances» (Stake, 1995, s. xi).

Stake (1995) understreker at det mest vesentlige med kasusstudier er å generere kunnskap om det spesielle. Det forventede utkomme i et tolkende paradigme er opplysende og forklarende kasusstudier, skriver

Ernest (2009, s. 36). Hensikten med min studie er ikke kun at den skal være beskrivende og tolkende. Studiens hensikt er å få innsikt i om og hvordan et samarbeide med en institusjon utenfor skolen, kan bidra til matematikklæring, til eierskap og til elevers myndiggjøring gjennom å delta i matematikksamtaler i og utenfor skolen. Gee (2005) viser en tilnærming som korresponderer med mine metodologiske og metodiske valg. Han skriver at samtaler kan studeres eksplorativt eller kritisk. Han framhever at å studere samtaler må ha et poeng og ikke bare gjøres for å kunne «admire the intricacy of language, though such intricacy is indeed admirable» (Gee, 2005, s. 8). I tillegg til å beskrive, argumenterer Gee, er en interessert i å belyse og søke bekreftelse for hvordan og hvorfor språket virker som det gjør når det er i funksjon. Tar en et kritisk perspektiv, vil forskeren bidra i form av å forstå og intervenere i forhold til viktige tema og problem knyttet til for eksempel undervisning (Gee, 2005). Jeg vil undersøke deltakeres meningsdanning i og om matematikk, samtidig som jeg også har et fokus på matematikk som fag i skolen og ønsker å bidra inn mot en diskusjon om hva skolematematikk kan være. Jeg undersøker menneskers meningsdanning, men ser også på den sosiale verden de er i og maktrelasjoner mellom deltakere i studien. Som Gee (2005, s. 1 og 2) ser jeg på språk som politisk. Gjennom språk koordineres posisjonering, makt, eierskap og myndighet. Dette ser jeg som argument for å ha en kritisk dimensjon i denne studien, som samtidig er posisjonert i et tolkende paradigme. Lincoln og Guba (2000) inkluderer kritisk teori i kategorien «interpretivism», og ser tolkende og kritisk paradigme i sammenheng. Det kan likevel være noe ulik vektlegging både på fokus og metode knyttet til de to. Mens et tolkende paradigme har fokus på å forklare og forstå, har et kritisk paradigme, slik Ernest (2009) beskriver det, fokus på sosial rettferdighet der hensikten eller utkommet av studien er sosiale reformer og rettferdighet. I et tolkende paradigme er kasusstudier vanlig, mens det innenfor et kritisk paradigme gjerne er kritisk aksjonsforskning i og utenfor sosiale institusjoner for å skape endringer. Ut fra Ernest sin klassifisering og tredeling av paradigmer i naturvitenskapelige, tolkende og kritiske, vil studien min ikke kunne plasseres i et klart kritisk paradigme. Jeg vil likevel argumentere for at den er preget av posisjonering i et kritisk paradigme. Samarbeidet med en lærer der vi er utprøvende og undersøkende sammen, ser jeg i lys av en kritisk dimensjon. I et slikt samarbeid er det nødvendig for studien å ha en helhetlig filosofi knyttet både til undervisningen og til forskningen. Skovsmose (2011) problematiserer forholdet mellom virkeligheten og beskrivelsen eller diskursen om virkeligheten. Han omtaler undervisning som eksempel. Det finnes mange diskurser om undervisning, skriver han. Det kan være læreres diskurs, politikeres, elevers og forskeres diskurs. Å skille disse fra hverandre er problematisk, fordi en kan komme inn i en fullstendig relativistisk forståelse av hva undervisning er. Skovsmose skriver at han foretrekker å se på undervisning og diskurser om undervisning som uklart forskjellige eller som deler av et interaktivt forhold. Undervisning og diskursen om undervisning står i relasjon til hverandre (Skovsmose, 2011, s. 2). Kritisk undervisningsforskning og kritisk matematikk-undervisning ser jeg dialektisk knyttet til hverandre.

Denne sammenhengen mellom kritisk dimensjon på forskning og kritisk matematikkundervisning har vært tydelig i prosjektet Læringssamtalen i Matematikkfagets Praksis (LIMP) som denne ph.d. studien er en del av (Johnsen-Høines, 2010). I prosjektsøknaden[54] for LIMP til Norges Forskningsråd, var det skissert tre hovedområder. Det første var å etterstrebe et læringsfellesskap som impliserte undersøkende og utprøvende tilnærminger for å studere læringsprosesser og kommunikative vilkår som så skulle stimulere FOU-samarbeid mellom studenter, lærere og didaktikere. Det andre var å utvikle studenters praksis og studere vilkår for studentenes læringsprosesser og profesjonalisering som lærere i matematikk. Prosjektet skulle så legge til rette for og gi ny innsikt til læringssamtalen, og studere dens kvaliteter og betydning for studentenes læringsutbytte. I hovedområde tre var en primær hensikt å utvikle kunnskap om hvordan kvaliteter ved læringssituasjoner har betydning for kvaliteter ved læring. Dette settes i sammenheng med skolens mål om at elever skal utvikle matematisk kompetanse som grunnlag for å bli aktive, skapende, kritiske og ansvarsbevisste kommuniserende deltagere i samfunnet. Det ses i sammenheng med grunnleggende ferdigheter og kompetansemål i LK06, (KD, 2006). I alle hovedområdene er det en nær sammenheng mellom utprøvende virksomhet og forskning på utprøvingen. Denne ph.d.-studien er posisjonert i hovedområde tre knyttet til å utvikle kunnskap om hvordan kvaliteter ved elevers læringssituasjoner har betydning for kvaliteter i læring. LIMP var del av konsortiet Teaching Better Mathematics (TBM, fra 2006–2010). En av bærebjelkene i konsortiet var utvikling av «inquiry community» (Berg, 2009; Jaworski, 2007; Wells, 1999). Jaworski framholdt at å undersøke[55] er å stille spørsmål, gjøre undersøkelse, søke informasjon eller søke kunnskap (Jaworski, 2007, s. 14). Dette skulle prege samarbeidet mellom lærere og didaktikere i LIMP og TBM, men skulle også implementeres mellom lærere og elever i forhold til matematikklæring. En slik tilnærming influerer på hvordan en forsker og hva en forsker på. Selv om min studie har vært et selvstendig prosjekt under TBM og LIMP, bærer studien preg av filosofi

[54] Prosjektsøknad http://www.hib.no/fou/limp/ProsjektbeskrivelsenLIMP.pdf
[55] Inquiry oversetter jeg her med «å undersøke».

knyttet til å være undersøkende. Dette knyttes både til matematikkforskning og matematikkundervisning. Samarbeid mellom lærer og forsker, mellom elever, og undersøkende virksomhet på alle nivåer, er integrert i denne studien. Dette har konsekvenser for forskningsdesignet.

5.2 Forskningsdesign og metode

I dette delkapittelet gjør jeg rede for prosessen i forkant av prosjektet, og for hvordan samarbeidet med læreren og klassen ble etablert. Min rolle blir utførlig beskrevet her. Selv om det ikke er læreren jeg har fokus på i studien, har hun stor betydning for det som studeres, både når det gjelder å legge til rette for innhold og handlinger og ved at hun er deltaker i samtaler med elevene som studeres. Jeg etterstreber gjennomsiktighet (transparens) i hele prosessen. Det er vesentlig for at andre kan etterprøve fortolkninger på bakgrunn av informasjonen jeg som forsker gir (Flick, 2007). Beskrivelse av hvordan samarbeidet med deltakerne i prosjektet kom i stand, og rollefordeling mellom meg og læreren, sees som bakgrunn for andre til å vurdere og forstå forskningsdesign og resultat.

Jørgensen og Philips (1999) argumenterer for at en i kvalitativ forskning spesialdesigner prosedyrer og datainnsamling samt analyse ut fra prosjektets særlige karakter.

> Ligesom i det store flertal af diskursanalytiske tilgange (herunder dem, denne bog presenterer) – og i kvalitativ forskning i det hele taget – er der ingen fast procedure for materialeindsamling og -analyse; forskningsdesignet skal specialbygges til prosjektets særlige karakter (Jørgensen & Phillips, 1999, s. 88).

I redegjørelsen min begrunner jeg de forskningsmetodiske valgene ut fra studiens hensikt: Å få innsikt i hva som karakteriserer matematikksamtaler elevene deltar i når de beveger seg mellom ulik bruk og betydning og å kunne beskrive de potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritiske matematikklæring.

For å kunne forske på elevers matematikksamtaler i og mellom praksiser, var den første forutsetningen å finne en klasse og lærer som drev praksisnær undervisning og som frivillig ville delta i studien. Det var nødvendig at det ble lagt til rette for samtaler i elevgrupper i skolen og i en bedrift for å kunne studere elevenes matematikksamtaler i denne sammenhengen. For å «fange» øyeblikkene og sammenhengene samtalene stod i, bestemte jeg meg tidlig for å bruke video- og lydopptaker. Jeg så dette som redskap for å få tilgang på samtaler som kunne gi svar på spørsmålene studien har til hensikt å svare på.

Pilotprosjekt

Gjennom LIMP hadde jeg kontakt med skoler knyttet til «Gode sirklar» der skolene hadde partnerskap med bedrifter for at elevene skulle lære realfag[56]. Dette hadde sin bakgrunn i et samarbeid om forskning og næringsutvikling i regionen der skoleverket deltok i et prosjekt kalt «praksisnær undervisning» i regi av «Gode Sirklar». Det ble spesifikt uttrykt at målsettingen var å gjøre realfagene mer tilgjengelige for elevene. Elevenes deltakelse i bedriftens gjøremål skulle bidra til at elevene lettere skulle forstå den teoretiske opplæringen innenfor teknologi og realfag i skolen.

Lærerstudenter med fordypning i matematikk fra HiB var med på å utvikle «praksisnær undervisning» sammen med praksislærere og faglærere/forskere fra LIMP (Hana, et al., 2010; Haugsbakk, 2009; Johnsen-Høines, 2010). Å være observatør i studentenes praksis, gav en mulighet for observasjoner som kunne gi innsikt i spørsmålene studien søker svar på.

Høsten 2008 hadde jeg observasjoner i en klasse på 6. trinn der elevene hadde et samarbeid med en butikk i nærmiljøet. Samarbeidet mellom skole og butikk brøt sammen midtveis i datainnsamlingen. Jeg valgte da å bruke dataene som var produsert i samarbeidet, til en pilotstudie. Opptakene (video og lyd) ble brukt til å få innsikt i hvilke typer samtaler som foregikk og hvordan samtalene kunne analyseres (Rangnes, 2009). I pilotstudien valgte jeg en observatørrolle der jeg hadde liten innflytelse. Det var viktig for meg at studentene fikk prøvd seg i praksis uten at jeg tok for mye plass. Jeg ville undersøke situasjoner slik de var uten å være arrangert eller tilrettelagt for min forskning. Jeg hadde en forestilling om å drive naturalistisk forskning slik Lincoln og Guba (1985) framstiller det.

Prosessen med å finne deltakere og sted for observasjoner

Det ble opprettet kontakt med to lærere som hadde deltatt i LIMP-prosjektet som studenter og som i den forbindelse hadde erfart «praksisnær undervisning». Lærerne var ukjente for meg da de ble kontaktet[57]. De var begge utøvende lærere på første året og de ble spurt om de hadde planer for en undervisning i matematikk der bedrift var involvert. Ut fra det de uttrykte som gode erfaringer fra «praksisnær undervisning» som studenter, hadde begge et ønske om å prøve ut en lignende undervisning i egen klasse. Den ene så for seg et mulig samarbeid med et selskap som drev med avfallshåndtering. Den andre så muligheter innenfor byggefirma eller en arbeidsplass som forsket på oppdrett av fisk. Begge fikk tid til å tenke over om det kunne være

[56] I de første årene var det realfag som hadde fokus i samarbeidet, etter noen år ble også andre fag involvert.

[57] Kontakten med lærerne ble formidlet gjennom leder for LIMP, professor Marit Johnsen-Høines.

aktuelt å være med i et forskningsprosjekt. Et samarbeid mellom skole og bedrift er ikke en etablert undervisningsform, det vil kreve noe ekstra av læreren. Det var viktig for min forskning at lærerne var motivert for å prøve ut bedriftssamarbeid for sin egen og elevenes del. De fikk informasjon om hva et forskningssamarbeid kunne innebære, slik at de kunne gi informert samtykke, jamfør nasjonale forskningsetiske retningslinjer (De nasjonale forskningsetiske komiteer, 2006). Den ene læreren svarte positivt, den andre svarte at det av ulike grunner ikke passet. De to ulike svarene bekrefter at lærerne oppfattet at de hadde et reelt valg. Læreren som ønsket å delta i forskningsprosjektet, satte som krav at hun skulle få noe igjen. Hun ville delta i et samarbeide for å utvikle seg som lærer. Den innledende kommunikasjonen mellom oss kan beskrives som koordinering der vi klargjorde roller og forventninger i forhold til hverandre. Vi ble enige om at vi skulle være samtale-partnere.

Jeg avtalte med førsteamanuensis Gert Hana at han skulle delta i observasjonene som kameramann. Han gikk også inn i rollen som kvalifisert samtalepartner som kunne bidra inn mot triangulering i forhold til observasjoner. Han har vært diskusjonspartner knyttet til analyse og tolkninger av materiale og slik bidratt til å øke troverdigheten til resultatene.

Lærers ansvar og min rolle

Forskerens rolle kan ha betydning for hva som skjer og det er derfor relevant å beskrive rollefordeling i samarbeidet under datainnsamlingen. Jeg beskriver min rolle som deltakende observatør. Læreren hadde ansvaret for elevenes undervisning. Hun bestemte hvilke læringsmål som skulle være i fokus og hvordan det praktiske skulle gjennomføres i klassen. Samarbeidet med byggefirmaet kom i gang på hennes initiativ. Læreren bestemte også at det var geometri som skulle være matematisk fokus. I kraft av sin stilling hadde læreren både et formelt og reelt ansvar for elevenes undervisning. Vi avtalte at hun ikke skulle ha noe ansvar for at jeg som forsker skulle få et godt datamateriale. Dette ble eksplisitt uttrykt. Læreren hadde frihet til å avslutte prosjektet om hun så det nødvendig[58]. Dette er en rett som også er stadfestet i nasjonale forskningsetiske retningslinjer[59].

Læreren og jeg hadde samtaler i forkant av undervisningen om organisering og gjennomføring. I disse samtalene inntok jeg en

[58] Hun uttrykte senere at ansvarsavklaringen i starten var svært viktig for hennes medvirkning i prosjektet.

[59] Som hovedregel skal forskningsprosjekter som inkluderer personer, settes i gang bare etter deltakernes informerte og frie samtykke. Informantene har til enhver tid rett til å avbryte sin deltakelse, uten at dette får negative konsekvenser for dem (De nasjonale forskningsetiske komiteer, 2006).

veiledende rolle der jeg stilte spørsmål for å avklare. Andre ganger kunne jeg vise til mulige valg for organisering av undervisningen. Et forslag var at elevene skulle være medansvarlige for hverandres læring (29.01.10, lydopptak). Jeg refererte til Boalers artikkel: «Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach» (Boaler, 2008). Læreren valgte å integrere samarbeid og ansvar for hverandres læring som ett av læringsmålene for elevene. Dette fikk betydning for samtalene elevene deltok i og dermed også datamaterialet som ble samlet.

Teoretisk kan jeg beskrive samarbeidet med læreren som profesjonelt nærværende, et begrep Kristiansen og Bloch-Poulsen (1997) har utviklet. Lærerens mål med samarbeidet var ikke bare elevenes læring, men også egen læring og utvikling som lærer. Et profesjonelt nærvær fra forsker som samtidig inntar en form for veilederrolle, kan bidra til å skape møter som er gir grunnlag for forandring og vekst. Et slikt nærvær kjennetegnes ved at en bidrar til å finne personens egne ressurser, til å bli enda mer seg selv (1997). I etterkant av undervisning kunne jeg trekke fram noe som fungerte godt og ta utgangspunkt i ressurser som læreren selv ikke var bevisst at hun hadde[60]. Profesjonelt nærvær forutsetter at en i møte med den andre fremtrer som en tydelig, virkelig og ikke perfekt person. En annen viktig faktor er empati, skriver Kristiansen og Bloch-Poulsen (1997, med referanse til Rogers). Å kunne leve seg inn i lærerens virkelighet *som om* den var ens egen har betydning. Innlevelsen gir læreren en opplevelse av ikke å være alene. Samtidig understreker ordene i kursiv *som om* at en trenger avstand i nærheten om en skal være i stand til å bidra. Som tidligere engasjert lærer, er det lett å kjenne seg igjen i lærerens situasjon. Det kan da bli for lite avstand i nærheten. Dette kan virke inn på samarbeidet ved at læreren møter en person som tenker for likt seg selv og ikke har andre perspektiv å tilby. Det kan også virke inn på analyser og tolkning av samtaler ved at en som forsker legger egen forforståelse og erfaringer inn i tolkningen av lærerens ytringer, en mister alternative perspektiv. Bevisstheten om både nærhet og avstand ser jeg dermed som vesentlig både i datainnsamlingsfasen og i analysefasen.

Et praktisk bidrag

Før elevene startet med elevprosjektet hadde jeg med meg noen fysiske modeller[61]. Den ene modellen var av et femtitalls-hus som hadde et detaljert og forseggjort interiør med beboere i ulike aktiviteter. Den

[60] Samarbeidet og koordinering av roller ble presentert av lærer og meg på konferansen «Læring gjennom praksissamarbeid» 12. – 13. januar 2012 med tittel: «Samarbeid mellom lærer og forsker, virkning for praksis».

[61] Erling Rangnes sr. (min svigerfar) var kunstneren bak disse modellene.

andre var av en fyrlykt på en holme med båthus og fyrvokterbolig, fyrvokter, kone og dreng. Modellene var laget av helt andre materialer enn hva elevene skulle bruke og ble ikke vist for å kopieres. Fyrlykten utnyttet læreren til å få fram elevenes forforståelse for målestokk (se kap. 6, s. 143). Elevene fikk se hvordan en modell med inventar kunne være. Modellene var ment som inspirasjon og ble vist et par uker før elevene startet arbeidet med rorbuene.

Møte med elevene og min rolle

I første møtet med elevene fortalte vi (Hana og jeg) om oss selv og forskningsprosjektet. Det var et uformelt møte der vi ikke gjorde opptak. Hensikten var at elevene skulle vite hvem vi var og hvorfor vi var der, før elevprosjektet og observasjonene startet. Vi ville unngå at det ble for mye oppmerksomhet på oss og filmingen når datainnsamlingen foregikk. Jeg gikk inn i en rolle der elevene kunne spørre meg, men jeg sa også at min oppgave først og fremst var å filme og observere. Elevene ble gjort klar over at det var læreren som hadde ansvar for undervisningen og at det var hun som bestemte. Det var et etisk anliggende ikke å skade relasjonen som læreren og elevene arbeidet med å bygge.

For elevene var jeg en voksenperson uten lærerens autoritet. De visste at jeg ikke skulle vurdere arbeidet deres, det hørte med til lærerens oppgaver.

Engasjert objektivitet sammen med elever og lærer

Engasjert objektivitet er et annet begrep fra (Kristiansen & Bloch-Poulsen, 1997) som er virksomt i forhold til min forskningstilnærming. Objektivitet, skriver de, skiller seg fra objektivisme ved at en ser på indre sansning og innlevelse som erkjennelsesproduserende faktorer på like fot med ytre sansning og kritisk refleksjon. Objektivitet kjennetegnes ved en bestrebelse på å søke mønstre og helhet og ved å stadig underkaste seg forsøk på å avkrefte dem. Engasjement karakteriserer forskerens personlige og sosiale relasjon i forhold til menneskene i undersøkelsen. Forskeren er involvert i dem, påvirker dem og lar seg påvirke, ikke bare som forsker men også som person og veileder (Kristiansen & Bloch-Poulsen, 1997, s. 108)

Engasjert objektivitet er en utfordrende posisjon å ta som forsker. Med mange års erfaring som lærer i grunnskolen[62], ligger mange handlinger nærmest som reflekser. For meg ble det viktig å være bevisst på, og reflektere over, hvordan jeg skulle forholde meg til elevene i forkant. Jeg tenkte for eksempel igjennom hvordan jeg ville forholde meg til elever som brøt normer for adferd i skolen. Jeg ville ikke korrigere adferd der jeg antok at en lærer ville grepet inn. Samtidig ville

[62] Å bli en del av miljøet en observer i, beskrives som «going native» (Bryman, 2008, s. 412)

jeg grepet inn om jeg så noe som medførte fare, som en ansvarlig voksenperson (Goodchild, 2001).

Jeg opplevde meg selv ikke som et fremmedelement i gruppen som jeg observerte. Elevene ble vant til at jeg var til stede. Elevene kunne spørre meg og jeg kunne spørre elevene. Læreren ble også vant til at jeg var der og hun stilte gjerne spørsmål til meg eller Hana i timene. I plenum unngikk jeg å ta ordet uten at jeg ble spurt. Når elevene var i gruppe, hendte det at jeg henvendte meg til elevene eller læreren. Dette var særlig naturlig når elevene satt i et lite grupperom og vi var tett på hverandre. I en dialogisk tilnærming til samtaleanalyse vil alle tilstedeværende ha en medforfatterrolle. En taus observerende og utilnærmelig rolle ville hatt innflytelse på samtalen. Den som sier noe, tar opp i seg stemmer fra de andre, også de ikke hørbare stemmene (Scheuer, 2005, s. 98). Ved å være engasjert, men likevel litt tilbaketrukket deltaker, fikk jeg innsikt i elevenes ulike samtaler med hverandre og med læreren eller tømreren som jeg ellers ikke ville fått. Det ble naturlig å stille spørsmål som kunne åpne for videre undersøkelse. Dette skjedde eksempelvis da jeg spurte om soverommenes størrelse når gruppen hadde samtale med tømreren (6.1.3)

Tilbakemeldingsprosess og triangulerende tilbakemeldinger

Læreren har i ettertid lest transkripsjoner og analyser som jeg har skrevet og hun har kommet med sine tilbakemeldinger. Blant annet uttrykte hun overraskelse over at elevene enkelte ganger så sterkt oppfattet det hun sa som autoritative ord. Hun kjente seg selv og elevene igjen i analysene. Hun uttrykte at hun fikk innsikt i hvordan jeg som forsker så på og oppfattet samtalene hun hadde med elevene. Hennes spontane tilbakemeldinger og gjenkjenning ser jeg på som triangulerende.

Triangulering forstår jeg i denne studien som å få informasjon fra flere kilder som kan gi rikere og mer detaljert kunnskap om fenomenet. Informasjon fra flere kilder bidrar til å styrke eller avkrefte antagelser og mulige funn (Schwandt, 2001). Primærdataene i studiene er opptak fra samtaler elevene deltok i. Samtaler med læreren supplerte og gav meg kunnskap om hvordan hun oppfattet situasjoner. Hun kunne sette noen samtaler inn i en større sammenheng ut fra sitt kjennskap til elevene. Hun bidro også med opplysninger fra hendelser når jeg ikke hadde vært til stede. Samtalene var med på å støtte opp under eller avkrefte funn i primærinnsamlet datamateriale (opptak av samtaler). Jeg hadde også en samtale med en elev, Daniel, der vi gikk gjennom videoopptak fra 22.02.10 som var første dagen de arbeidet med plantegning av rorbu i grupper. Opptaket hadde dårlig lydkvalitet og han kunne korrigere der jeg ikke hadde forstått. Ellers har jeg av praktiske årsaker ikke gått igjennom analyse eller materialet med elevene.

Forskeren som aktør i datamateriale
Jeg betegner meg som forsker eller bruker fornavnet Toril når jeg refererer til meg selv i denne teksten. Det gjør jeg for lettere å kunne ta distanse der jeg er del av datamaterialet. Jeg tar utgangspunkt i ordene jeg sier og sammenhengen det sies i, og analyserer hvordan disse kan oppfattes av andre. Jeg har bevisst unnlatt å forklare og begrunne ut fra hva jeg tror jeg mente eller følte da jeg uttalte meg. Avstand i tid fra datainnsamling til næranalyser av materiale der jeg var involvert, har også hjulpet meg med å opprettholde analytisk distanse.

Engasjert objektivitet ser jeg i sammenheng med Bakhtins beskrivelse av dialog som et subjekt-til-subjekt forhold. I møte med andre vil en hele tiden virke inn og påvirkes. Dette ser jeg ikke som motsetning til, men heller som en del av, det å ha profesjonell distanse.

Deltakere og informert samtykke
Alle elevene i 8. klassen som læreren var kontaktlærer for, fikk brev med spørsmål om å delta (Appendiks 1). Halvparten av elevene svarte ja. Noen foreldre stilte spørsmål ved om elevene ville lære det de ellers skulle i forhold til formulerte læringsmål, og om det ville medføre ekstraarbeid for elevene. Skriftlig utredning ble gitt der det også ble vist til styringsdokumenter (LK06).

Læreren plasserte elevene i fem grupper. To av gruppene var satt sammen av elever som hadde svart ja til deltakelse i studien. Gruppene var satt sammen av elever som viste ulike ferdigheter i matematikk. Hana og jeg valgte å følge og filme hver vår gruppe. Jeg har opptakene fra begge gruppene. Jeg har valgt å ha fokus på en gruppe som jeg filmet og observerte mest, og bruker samtaleutdrag fra denne gruppen. Materialet fra den andre gruppen ser jeg på som supplerende data som kan gi informasjon, avkrefte og bekrefte resultat av analysene jeg gjør.

Læreren hadde den første kontakten med den lokale bedriften. De stilte seg positive til samarbeid, samtidig som de ønsket mer informasjon. Det ble sendt et brev om elev- og forskningsprosjektet fra læreren og meg (Appendiks 2). Bedriften valgte selv ut arbeidstakere som de mente kunne egne seg til å møte skoleelever. Den ene var ansatt i butikken og den andre var tømrer. Læreren, Hana og jeg hadde et avklarende møte med tømreren og butikkekspeditøren før elevprosjektet startet. Siden tømreren var den som hadde samtale med gruppene om rorbutegningene deres, er det han som er med i materialet jeg har valgt å analysere.

5.3 Prosessmodell for analyse

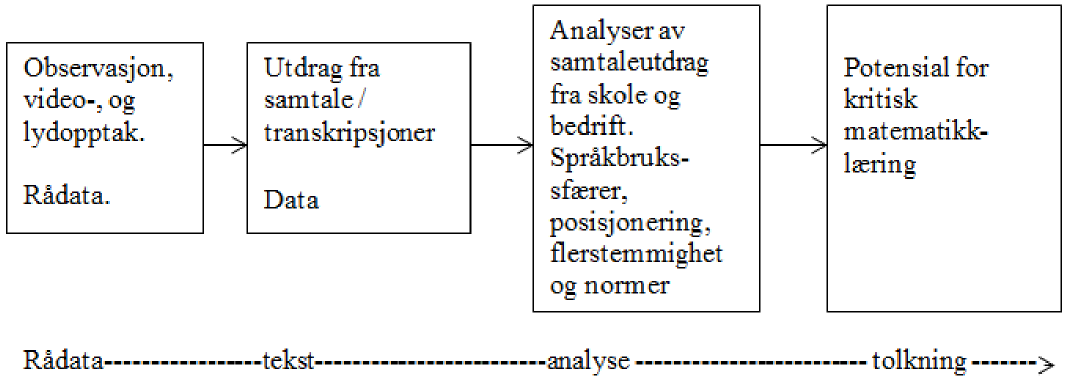
Rådatamaterialet består av 8 timer og 40 minutters videoopptak fra gruppearbeid med gruppene jeg filmet. Inkludert her er også noen økter med klasseromsundervisning som ikke er direkte knyttet til samarbeidet skole/ bedrift og 40 minutter etterarbeid med elevprosjektet i klassen. Læreren og elevene arbeidet også noen timer uten at vi som forskere var til stede[63]. I ei økt er det kun lydopptak igangsatt av lærer (med elevenes samtykke). For å kvalitetssikre opptakene har jeg i de fleste timene supplert videoopptakene med lydopptak. I tabell 7 gir jeg en kronologisk oversikt over datoer for innsamling, aktiviteter i øktene og hvilke rådata som ble samlet inn.

Tabell 7 Kronologisk oversikt

Datainnsamling	**Aktivitet**	**Rådata**
September, 2009	Første kontakt med to som har deltatt i LIMP som studenter, nå nyutdannete lærere på første året. Uforpliktende samtale for alle parter.	Ingen
02.12.09	Start: Høsten 2009, Uformell samtale med 2 lærere. Skriv til elever/foresatte og bedrift om deltakelse i prosjekt.	Notat og brev
29.01.10	Første samtale med bedrift, lærer og to forskere (a), deretter samtale med lærer (b). Uformelt møte med klassen der vi presenterte oss for hverandre.	(a) Notat (b) Lydopptak
05.02.10	Første observasjon i klasserom. Presentasjon av rorbuoppdraget og bedriftssamarbeidet, ellers annen aktivitet knyttet til geometri.	Video- og lydopptak
08.02.10	Gruppene diskuterer hvilken matematikk de forventer å finne i trelastbedriften.	Lydopptak igangsatt av lærer, to grupper. Forsker ikke til stede.
22.02.10	Lage plantegninger – forberede besøk i bedrift	Video- og lydopptak
24.02.10	Bedriftsbesøk – samtale med tømrer	Video- og lydopptak
10.03., 16.03 og 17.03. 2010	Elevgruppene bearbeidet tegning, laget 3D modell	Video- og lydopptak
13.04 og 14.04. 2010	Gruppene arbeidet med ferdigstillelse av 3D modell	Video- og lydopptak
07.06.10	Avslutning og oppsummering for klassen	Video- og lydopptak
29.04.11, 12.10.11, 13.01.12	Samtaler med lærer om mulige tolkninger av datamateriale og metasamtaler om hennes rolle i materiale og analysen. Felles forelesning der læreren og jeg presenterte våre ulike perspektiv og virkning for hennes videre praksis.	e-post og notat

[63] Reisen til og fra kunne ta mye tid (ca. 2 – til 2,5 timer en vei fra hjemstedet mitt) og gjorde det mindre aktuelt å observere enkelttime på 45 minutter.

Uformell analyse og tolkning foregikk under hele prosessen med datainnsamling, fra planlegging, observasjon, transkripsjon og bearbeiding. Etter at rådata var samlet inn, startet jeg med et mer systematisk arbeid med å analysere samtaler. Analysene er grunnlag for tolkning knyttet til potensial for kritisk matematikklæring. I figur 6 har jeg framstilt analyseprosessen i en modell:



Figur 6. Modell av analyseprosess

Modellen er tegnet lineært, men i virkeligheten går en fram og tilbake underveis. I analyseprosessene av samtaleutdragene gikk jeg stadig fram og tilbake mellom det skriftlige materialet og tilbake til lyd- og videoopptak for å få med meg hvordan ting ble sagt og om det var ytterligere informasjon om kroppsspråk. Det siste fikk jeg ikke alltid med på videoopptaket på grunn av kameraets vinkel og fokus.

Avstand i tid var noen ganger en fordel for å forstå hva som ble sagt på opptaket. Umiddelbare tolkninger stod gjerne i veien for det som egentlig ble sagt. Fram-og-tilbake bevegelsen ble viktig for å få gode transkripsjoner (om transkripsjoner se 5.3.2).

Jeg så etter hvilken form for samtaler elevene inviterte eller ble invitert inn i ut fra Bakhtins teori om dialogisitet, hvordan elevene posisjonerte seg i ulike språkbrukssfærer og hvordan flerstemmighet fikk plass. Analyse var preget av det teoretiske perspektiv jeg valgte.

I arbeid med analysen har det også vært slik at jeg har oppdaget fenomener i næranalyse som jeg har måttet hente teori for å forklare. Jeg oppdaget at spenningene i en del samtaler handlet om deltakernes forestillinger om hva som var den riktige måten å arbeide på innenfor matematikk knyttet til sammenhengen de befant seg i. Sosiomatematiske normer ble trukket inn som et redskap for å forstå og beskrive hva som skjedde.

I tabell 8 presenteres modellen Alrø og Kristiansen (1997) har utviklet for analyse av videoobservasjoner. Denne tar på alvor engasjert objektivitet og profesjonelt nærvær.

Tabell 8. Nivåer for analyse av videoobservasjoner, Alrø og Kristiansen (1997)

1	Intuisjon, fornemmelser,	innlevelse
2	Iakttakelse, ytre sansing – eksempler,	distanse
3	Opplevelse, indre sansing – eksempler,	innlevelse
4	Identifikasjon, teoretiske begreper,	distanse
5	Argumentasjon og diskusjon, analyse,	innlevelse og distanse
6	Fortolkning, funksjon i kontekst,	innlevelse og distanse
7	Mønstre og strategier, konklusjon,	innlevelse og distanse

Ut fra Alrø og Kristiansen (1997) er denne modellen ikke ment å skulle utføres i en bestemt rekkefølge. Nivåene tar på alvor forskerens subjektive rolle i forskningen og synliggjør engasjementet i analyseprosessen ved å tydeliggjøre når en bruker innlevelse og når en bruker distanse. Dahl (1999), som bygger på Alrø og Kristiansen (1997), skriver at distanse har to dimensjoner i analysearbeidet, en persiperende og en reflekterende dimensjon. Det vil si ytre sansing og refleksjon (analyse) (Dahl, 1999, s. 140). Ytre sansing (nivå 2 i tabell 8) brukes for å beskrive hva jeg ser og hører og er ikke tolkning. Bevisstheten om ytre sansing har betydning for hvordan jeg skriver ut transkripsjoner og analyse. I stedet for å skrive hva personene i dataene føler, tror eller oppfatter, skriver jeg først ut deltakernes kroppsbevegelser, endringer i toneleie, ordvalg og setningsstruktur som er bakgrunn for analyse og tolkning. Den refleksive dimensjonen innebærer analytiske overveielser jeg gjør over observasjonene, transkripsjonene og i analyser og fortolkninger (Dahl, 1999, s. 140).

Innlevelsens to dimensjoner er indre sansing og intuisjon. Den indre sansingen (nivå 3 i tabell 8) kan være kroppslige og følelsesmessige reaksjoner. Det er mine subjektive opplevelser. Under observasjonene fikk jeg enkelte ganger en opplevelse av at «her skjer det noe». Det kunne være noe positivt, noe som gjerne er knyttet til tidligere erfaringer, noe jeg ikke hadde tenkt over før, eller det kunne være et ubehag jeg følte uten at jeg klarte å analysere det jeg så i øyeblikket. Et eksempel er situasjonen der Einars dukker laget ut fra øyemål ble avvist av medelever som useriøst arbeid (kap. 6.2). Det var indre sansing, et følt ubehag, som gjorde at jeg stoppet opp ved hendelsen og fant den verdt å undersøke analytisk.

Intuisjon (nivå 1 i tabell 8) er innfall som jeg ikke direkte kan knytte til sansene. Min umiddelbare deltakelse i noen av samtalene, kan jeg se på som intuitive. Men også under analysen, mens jeg skriver, kan spontane fornemmelser føre meg videre og kanskje gjøre at jeg oppdager nye ting. Indre sansing og intuisjon kan ikke stå alene. Ytre sansing og refleksjon i analysen er nødvendig for å etterprøve og finne ut om det er belegg for tolkningene (Ibid). Jeg må se etter om noe i materialet kan være argumentasjon mot min tolkning.

For å identifisere hva som skjer og se det i forhold til teoretiske begreper (nivå 4 i tabell 8) har det vært nødvendig med ytre sansing (være beskrivende) og refleksjon. I argumentasjon og diskusjon (nivå 5 i tabell 8) og i fortolkning, som når jeg ser etter potensialet for kritsk matematikklæring, (siste boks i figur 6), og i mønstre og strategier jeg ser (nivå 6 i tabell 8), vil bevegelse mellom nærhet og distanse være nødvendig for å oppdage og vurdere det jeg finner. Analyseprosessen Alrø og Kristiansen (1997) beskriver og som jeg har skissert i tabell 8, er beskrivende for min tilnærming i analyseprosessen.

For å øke troverdigheten i analysene har det vært viktig å få andre forskere til å lese gjennom og kritisk kommentere og diskutere ulike mulige tolkninger. Det gir bidrag til å se andres perspektiv og tolkninger og ta disse inn i mine vurderinger. Forskere fra LIMP har bidratt her. I tillegg har analyser i avhandlingen vært til review og lagt fram for andre forskere i forbindelse med konferanser som PME35, NORMA11 og CERME7 (Rangnes, 2011a, 2011b, 2012b).

5.3.1 Avgrensing og utvalg av situasjoner for næranalyse

På grunn av datamaterialets omfang utviklet jeg kriterier for utvelgelse av situasjoner for næranalyse. Jeg vil her redegjøre for prosessen og refleksjonene som ligger bak kriteriene.

Miles og Huberman (1994, s. 10–12) beskriver en tre trinns dataanalyse i kvalitativ forskning; datareduksjon, avspilling av data samt trekke konklusjoner og til sist verifikasjon. En første grundig gjennomlesning av dataene (se på videoene, lytte til lydopptak og gjøre notatoversikter), gav meg innblikk i hvilke matematiske tema som ofte var oppe til diskusjon, hvordan elevene så på arbeid med matematikk i en praktisk kontekst og hva som var likt og ulikt mellom arbeidsmåter i matematikk i skole og bedrift.

Jeg skrev tidlig en detaljert oversikt av hva som skjedde i hvert video- og lydopptak i et skjema. I skjemaet fylte jeg inn hvem som var deltakere i samtalen og mine umiddelbare kommenterer om hva som skjedde. Jeg markerte prioriterte episoder ut fra om de kunne knyttes til studiens hensikt. Det handlet om å studere matematikksamtaler i lys av potensial for matematikklæring og eventuelt kritisk læring i elevenes bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer. Utdragene skulle inneholde samtaler i matematikk og/eller ha metakommentarer om matematikk i skole eller bedrift. Det skulle være knyttet til elevprosjektet, å lage en rorbu.

I tabell 9 presenterer jeg et eksempel på et utdrag fra en detaljert oversikt fra et fem minutters opptak fra en arbeidsøkt. Aktuelle episoder for næranalyse er markert.

Tabell 9. Eksempel på oversiktsskjema skrevet til videoopptak der mulige episoder for videre analyse ble identifisert.

Video	Sted: Skole før bedriftsbesøk. Dato: 22.02.10: Bånd 1. (Alene forsker med gruppe 1 og 2 på lite grupperom.)	Gruppe 2	Kommentarer
31.42	Gruppe 2: Starter diskusjonen om spille-rom – Daniel uttaler seg negativt om at Hilde ikke vil ha spillerom. Han spør Hilde hvem som skal bo der. Eldre ektepar?	Daniel og Hilde aktive. Einar er til stede. Jonas og Anne ute.	Lærer ute av rommet. Diskusjon om hvem rorbuen skal være funksjonell for.
32.15-34	Har ikke data fra gruppe 2 disse minuttene da jeg tok litt opptak av gruppe 1 på samme rommet.		I gruppe 1 lager alle hver sin tegning i stedet for å lage en felles.
34	Gruppe 2 har startet på å diskutere avstander som skal tegnes ned. 6 m blir foreslått av Daniel. De diskuterer hvilken tegning fra bedriften de skal ta utgangspunkt i. Hilde og Daniel er uenige. Daniel sier det er for mange streker på den ene – han forstår den ikke (denne var Hildes forslag til utgangspunkt).	Jonas tilbake	Hele gruppen (utenom Anne) ser på tegningene fra bedrift sammen. Prøver å skape mening i tegningene.
34.25	Trekker fram tredje tegning fra bedrift – den forstår vi. Snakker om hvordan tegningen skal tolkes – trapp eller rullestolrampe. Einar har hittil fulgt med – men ikke sagt noe. De andre henvender seg direkte til ham og drar ham inn i samtalen.		Som over
35	Starter diskusjonen igjen – hvem skal bruke denne rorbuen? Ikke noen gamle folk eller? Ser på tegning med rullestolrampe.	Daniel, Jonas,	Hvem som skal bo der har betydning for planlegging og arealutnytting.
35.45	Arbeider med hvilken målestokk det er på tegningen. Daniel: «Må se på målene – Jeg kan ikke regne. 6 m tegnet 6 cm.» Jonas: «8,33» Innvending fra Hilde: «*Vi* må jo tegne det større da.» Daniel: «Da må en regne» – Einar: «Skal aldri bli tømrer» – Daniel: «Heller vaskehjelp på Statoil – da slipper en matematikk.» Einar: «spørs hvor mye vann du skal ha opp i da – måle …» Daniel: «pleier jeg aldri å gjøre, bare slumper oppi» Einar: «Jeg og.»	Daniel, Jonas, Hilde og Einar. Daniel og Einar	Undersøker målestokken på bedriftens tegning med tanke på hvordan de skal tegne sin egne rorbutegning. Meta-samtale om matematikk og praktisk bruk. Er elevene vaskehjelp på Statoil? (Spurte senere, svarte «nei».

Det er ikke like opplagt hva som skal markeres. Elevene diskuterer om rorbuen deres skal ha «spillerom» (til dataspill) i denne episoden. Samtalen som direkte har med spillerommet å gjøre, har jeg ikke markert. Jeg ser likevel at den kunne vært valgt fordi det senere viser seg at denne diskusjonen får betydning for arealplanleggingen og indirekte for framtidige matematikksamtaler.

Utdraget i tabell 9 har både en samtale knyttet til målestokk og en metarefleksjon om det å bruke matematikk i framtidig yrke. Disse samtalene er markert. I avhandlingen er disse to utdragene ikke tatt med i næranalyse. De markerte situasjonene har likevel en funksjon i avhandlingen gjennom at jeg anvender dem til å bekrefte eller avkrefte næranalyser og tolkninger. Slik kan de markerte episodene fra oversiktsskjemaene fungere triangulerende.

Etter å ha markert alle samtaler knyttet til matematikk og metarefleksjon om matematikk i bruk, avgrenset jeg materialet til gruppesamtaler der elevene snakket med hverandre og med tømrer eller lærer. Dette fordi elevenes stemmer var mest tydelige og aktivt til stede i gruppesamtalene. I plenum der læreren, butikkansatte eller tømreren hadde regien, var elevene mottakere av informasjon. En annen og mer pragmatisk begrunnelse for utvalget, er at ikke alle elevene hadde sagt ja til å være deltakere i studien. Av respekt for dem, ble det vanskelig å analysere episoder fra full klasse. Samtalene i plenum, særlig samtalene tømreren eller butikkansatte hadde med elevene ute på bedriften, gir imidlertid viktig bakgrunnsinformasjon som brukes for å forstå sammenhengene ytringer står i.

For å kunne studere bevegelse mellom skole og bedrift, identifiserte jeg samtaler som handlet om samme tema begge steder. Dette gjorde det mulig å undersøke hvordan temaene ble behandlet på skolen og i bedriften. Samme tema ulike steder, gav innsikt i forskjeller og likheter, både når det gjelder måten det ble snakket på og hvilke redskaper som ble tatt i bruk. De gav også innsikt i hvordan elevene beveget seg mellom sjangre, tenkemåter og normer fra ulike språkbrukssfærer i samtaler når de var i skolen eller i bedriften. Elevene diskuterte målestokk og rorbuens form gjennom hele prosjektperioden, fra første dag da de startet planleggingen til de siste dagene da de gjorde ferdig rorbumodellen. Målestokk og modellens form kan dermed sees som noe som engasjerte og opptok elevene. Episodene med samme temaet i skole og bedrift blir analysert ut fra at de står i dialogisitet til hverandre.

Jeg så etter spenning eller brudd i samtaler knyttet til matematikk og produksjon av rorbumodell i matematikktimer på skolen. Dette ble gjort med bakgrunn i Bakhtins ide om flerstemmighet og spenning mellom stemmer som potensial for læring (Matusov, 2011). Det var samtaler der jeg ikke umiddelbart kunne forstå hva som skjedde, hvor jeg ville analysere for å forstå. Dette kriteriet er en konsekvens av at jeg i tillegg til å være på let etter svar, også har vært åpen for de spørsmålene som teksten konfronterer meg med (Kvale, 1997).

Å kunne beskrive potensial for kritisk matematikklæring som jeg knytter til refleksjon og eierskap, er et av målene med denne studien. Dette har jeg blant annet knyttet til samtalemønster, hvilke typer samtaler elevene inviterer og inviteres inn i og hvordan ulike mønster i samtalen virker inn på potensialet i samtalen. Derfor ble også samtaler med skiftende samtalemønster identifisert.
Jeg sammenfatter utvelgelseskriteriene i disse fire punktene:

1. Samtale knyttet til matematiske tema eller koordinering av refleksjon om matematikk
2. Samtaler om matematiske tema, først og fremst tema som ble diskutert både på skolen og i bedrift
3. Samtaler som inneholdt spenninger og dialogisitet mellom ytringer
4. Samtaler som ikke umiddelbart var lett å forstå og gjerne hadde skiftende samtalemønster

Med unntak av analysekapittel 8 som har utdrag hentet fra siste dagen elevene arbeider med rorbumodellen, er alle fire kriterier oppfylt i utdragene jeg har brukt. Samtalene i kapittel 8 inneholder et matematisk tema (Pytagoras´ læresetning) som ikke ble diskutert i bedriften og oppfyller derfor ikke siste del av punkt 2. Ellers oppfyller utdragene i kapittel 8 alle de andre kriteriene. For avhandlingen er dette et viktig kapittel gjennom at det viser noe om utbytte etter samarbeidet med bedriften, hvor veien går videre og hvordan elever og lærer forholder seg til fortsettelsen.

Tidsmessig er det spredning på samtalene som er valgt ut for nær-analyse. De er hentet fra perioden 22.02.10 til 14.04.10. Samtalene er fra starten av elevprosjektet, der elevene forbereder seg til bedriftsbesøk, fra bedriftsbesøket og fra sluttfasen av rorbuprosjektet på skolen.

5.3.2 Transkripsjon

Når jeg har transkribert, har jeg valgt å bruke bokmål og normert skrivemåte. Samtidig har jeg prøvd å legge meg nærmest mulig opp til ord og vendinger som deltakerne bruker i sin dialekt. I teksten har jeg med noen supplerende opplysninger om gester og stemmebruk, sammen med nødvendige opplysninger om kontekst. Disse settes i parentes. Jeg har valgt å bruke vanlig tegnsetting, slik at spørsmålstegn settes der jeg oppfatter at det er et spørrende tonefall og punktum der jeg oppfatter at en periode avsluttes. Utropstegn settes der noe blir poengtert. Understreking av deler av setningen betyr at to snakker samtidig. Eksempel:

Einar: <u>Ja sant!</u>
Jonas: <u>Det er jeg </u>så dårlig på. (Snakker samtidig som Einar.)

Noen ganger er det vanskelig å høre hva som blir sagt på grunn av støy eller at flere snakker i munnen på hverandre. Dette blir skrevet som

[Uklart]. Korte pauser blir merket med prikker … 3 prikker betyr ca 3 sekunders pause. Lengre pauser blir skrevet i parentes (Pause i 8 sekunder).

Transkripsjon av samtaler er ikke samtalen. En skriftliggjøring vil medføre at en mister nyanser. Det er en oversetting fra ett språk til et annet, hver med sine regler, skriver Kvale (1997). En transkripsjon kan derfor ikke ses som en objektiv nedskriving av hva som blir sagt og hva som skjer. Det ligger tolkning til grunn også i transkripsjonsprosessen. Særlig er dette knyttet til pauser og tegnsetting. Tolkning av emosjonelle utrykk som for eksempel «ler usikkert», har jeg bevisst unngått. I stedet beskriver jeg det jeg reelt ser og hører i transkripsjonen i parentes (ytre sansing, nivå 2 i tabell 8). Usikkerhet kan eksempelvis vises gjennom at eleven ser bort fra dem han eller hun snakker med eller fingrer med ting på pulten mens en snakker. Under analysen har det hele tiden vært viktig for meg å gå fram og tilbake mellom transkripsjon og opptak for å få med slike detaljer og nyansere transkripsjonene.

Hvor detaljert en transkripsjon skal være, har sammenheng med hva den skal brukes til (Alrø & Kristiansen, 1997). Jeg har valgt ikke å skrive så detaljerte transkripsjoner som det er vanlig å gjøre knyttet til for eksempel konversasjonsanalyse eller innenfor lingvistiske analyser, der hver detalj i toneforandring, pauser, kremt og lignende blir nedtegnet i detalj med egne symboler. I denne studien er det innhold og sammenheng i og mellom samtaler som skal analyseres. For meg er det viktig å få med hvordan ulike ytringer og stemmer virker inn på andre ytringer. Det har derfor betydning hvilken sammenheng ytringene står i. Noen ganger vil pauser og kroppsspråk være del av ytringen eller sammenhengen og ha betydning for fortsettelsen. Da har jeg beskrevet dette. Jeg har etterstrebet lesbarhet og unngått å nedtegne detaljer som jeg i denne studien vurderer har liten betydning.

Enkelte steder skrives referat av samtaler som har skjedd før og etter samtaleutraget som er transkribert. De refererte episodene knyttes til analysene.

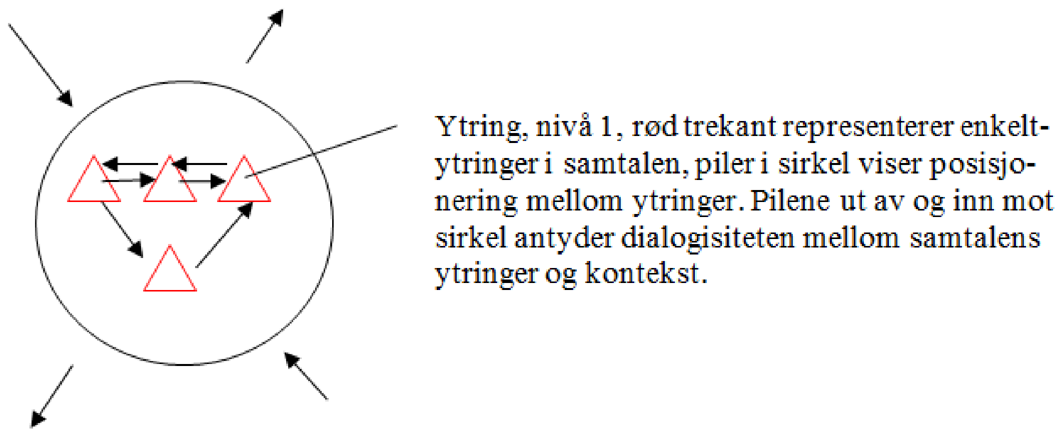
5.3.3 Analyseenhet

Når en anvender Bakhtin (2005) som teoretisk rammeverk, vil ytringen være analyseenheten. En ytring kan være alt fra et lite kremt til en avhandling. Kjennetegnet til en ytring er at den vil være knyttet til tidligere ytringer og svarende på mulige tilsvar. En ytring er en meningsbærende enhet. I denne avhandlingen som skal undersøke elevers matematikksamtale i bevegelse mellom skole og bedrift, er det ikke entydig hva som skal være analyseenheten. I analyse av enkeltsamtaler, som jeg kaller analysenivå 1, har jeg valgt å se ytringen som deltakernes meningsbærende utsagn.

Når jeg studerer enkeltsamtaler i sammenheng med andre samtaler og studerer bevegelse mellom skole og bedrift, er jeg på analysenivå 2. Jeg vil se etter spor av kamp med andres tanker (Bakhtin, 2005, s. 36). Bakhtin sier dette også vil reflekteres i de verbale uttrykksformene for tankene våre. Dette kan studeres over tid ved å se samtaleutdrag i lys av andre samtaleutdrag. I analysenivå 2 har jeg derfor valgt å se på samtaleutdrag som en meningsbærende enhet, som en ytring med flere forfattere. Disse samtaleutdragene henger sammen med andre samtaler som har vært eller som en ser for seg i framtid. Samtaleutdragene danner en ytringskjede på linje med enkeltytringer i en samtale og er som dem bundet sammen i uendelige ytringskjeder. Dette kan knyttes til en forståelse av kontekst innen dialogisk teori som både kontekstbevarende og kontekstfornyende (Matre, 2000, s. 32).

Ytringer i samtaler, analysenivå 1

I analysenivå 1 er ytringen en meningsbærende enhet i samtalen. Jeg har visualisert ytringene som røde trekanter i en sirkel som her står for samtalen.



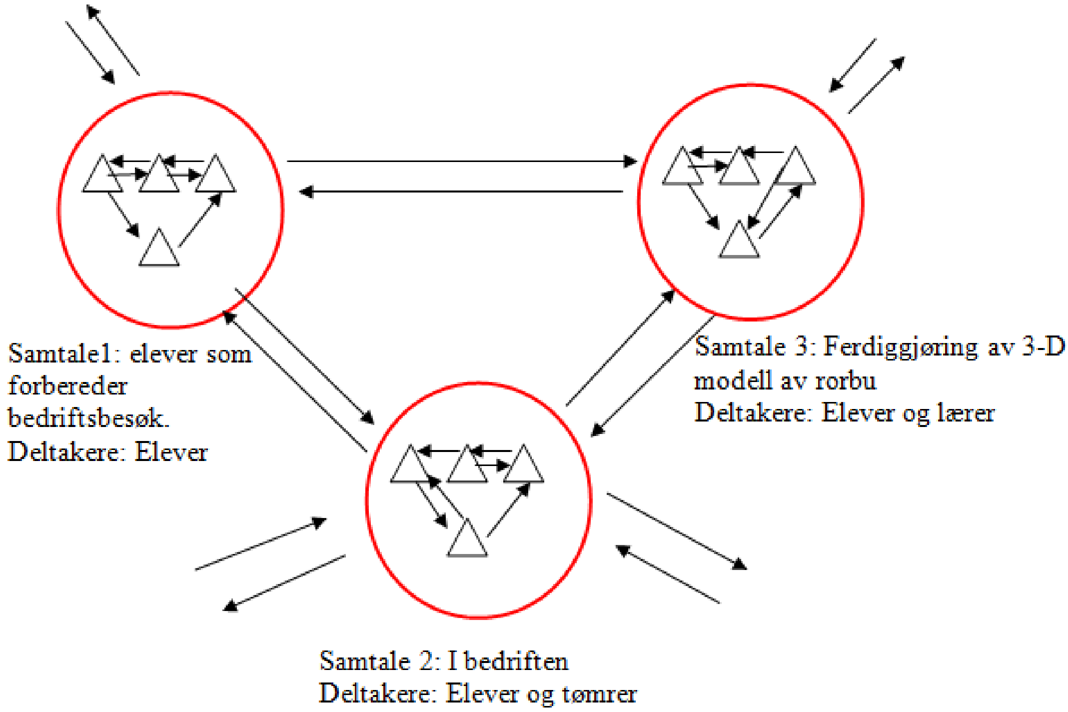
Figur 7. Ytring, analysenivå 1

Ytringene er tegnet som røde trekanter. Det er piler mellom dem som viser at det kan være ulik posisjonering mellom ytringene. En ytring kan være en kommentar som blir oversett. Den står også i en dialogisitet til andre ytringer. Å overse en ytring kan være et svar og kan her sees også som en ytring. Noen ytringer, og dialogisiteten mellom disse, får klare følger for fortsettelsen. De står tydeligere frem enn andre og blir derfor viktige i analysen. Jeg har derfor valgt å tegne ulikt antall piler imellom ytringer.

Ytringene i samtalen og samtalene står ikke isolert. De er i dialogisitet med konteksten de er i. Det kan både sees som at de er realisert kontekst og en kontekstuell ressurs deltakerne har til rådighet (Linell, 2009, s. 16). På figuren er denne dialogisiteten markert ved piler inn mot og ut av sirkelen. Dialogisiteten kan identifiseres gjennom flerstemmighet i enkeltytringer. Når tømreren uttaler seg om elevenes modell, uttaler han seg som fagperson som forholder seg til politiske avgjørelser, til ulike byggeforskrifter, bedriftsmessige hensyn, kundens ønsker og kostnader. Det kan merkes at han representerer flere avsendere eller flere stemmer. Sjangeren er hentet fra språkbrukssfæren han er i, samtidig som han også bruker språklige ressurser fra andre språkbruks-sfærer, eksempelvis fra den politiske arena. Flerstemmigheten kan identifiseres i hans ytringer. På samme måte kan en i elevenes ytringer i samtaler finne flerstemmighet der både lærerens, tømrerens og elevenes stemme kan høres. Elevene benytter seg av repertoar fra skole-, hjemme- og bedriftssfæren. I analysene ser jeg etter hvilken spåkbrukssfære de posisjonerer ytringene sine i.

Å se samtaler i sammenheng, analysenivå 2

I figur 8 representerer røde sirkler samtalen som ytring. En samtale som ytring har flere forfattere. Samtalene sees på som ytringer i en ytringskjede. Samtalen påvirkes av og påvirker konteksten den er i, her illustrert gjennom piler inn og ut av figuren.



Figur 8. Samtaler som ytringer, analysenivå 2.

Denne måten å se samtalene på gir meg mulighet til å studere dialogisitet mellom samtaler. Når jeg velger ut samtaler som ytringer, ser jeg etter samtaler som inneholder samme tema som står i relasjon til hverandre. Jeg ser etter bevegelser eller endring både i forhold til meningsdanning, posisjonering og språkbruk/form.

5.3.4 Samtaleanalyse

Valg av redskap jeg bruker i næranalysen, er begrunnet i hensikten med studien: Å få innsikt i hva som karakteriserer matematikksamtaler elevene deltar i når de beveger seg mellom ulik bruk og betydning, og å kunne beskrive potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritiske matematikklæring. Men også å frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring når elevene beveger seg mellom skole og bedrift, og samtidig å frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring i skolen, ved å se disse i lys av matematikksamtaler i bedrift.

Hovedvekten er knyttet til språkbrukssfærene elevene befinner seg i og beveger seg mellom. Dialogisme, skriver Scheuer (2005), gir en muligheter til å inndra flere kontekstuelle forhold i analysene uten at en må vise til ordlyd i samtaledataene. Dette til forskjell fra konversasjons-analyse, der en må henvise til konkret ordlyd i samtaledata for å kunne bruke kontekstuelle forhold i analysen (Scheuer, 2005). Å vite noe om sammenhengen et utsagn står i, både fysiske forhold (sted, redskap), tid og i forhold til andres utsagn, har betydning og sees på som nødvendig når samtalene analyseres, innen dialogisme. Det gir en hjelp til å oppfatte hva deltakerne snakker om. For denne studien der virksomhetene elevene forholder seg til har stor betydning for det som skal studeres, er analyse knyttet til dialogisme et godt redskap til å få innsikt i hva elevene snakker om, hvordan de posisjonerer seg i de ulike språkbruks-sfærene og elevenes mulige kritiske refleksjoner. Når jeg spør etter hvilke samtaler elevene inviterer til og inviteres inn i[64], spør jeg indirekte også etter intensjonalitet. Det betyr ikke at innlederen har klart for seg resten av samtalen. Hvordan andre deltakere oppfatter invitasjonen og gir innspill på denne, har betydning for fortsettelsen og svar på invitasjonene vil dermed også være viktige i analysen.
Eksempel på hvordan jeg analyserer samtale ut fra dialogisme med vekt på invitasjon og posisjonering i sjanger:

Fase 1: Transkripsjon og iakttagelser

V: 30:45 – 31:00, og 31:25 – 31:42
TM: 22:10 – 21:55 og 21:30-21:05
Elevene sitter i gruppe, læreren står slik at hun ser rett på Jonas og Daniel. Læreren har like før foreslått og spurt om de skal ha en 32 tommers TV i rorbuen:
Lærer: Hvor lang er en tomme?
Jonas: En komma ett eller annet
Anne: Han er litt større enn min tommel
Lærer: Nei,
Anne: (ser på lengden av tommelen sin og viser den fram) <u>litt større enn min tommel</u>.
Daniel: 10 komma et eller annet!

[64] Linell (1998) referert til i Scheuer (2005) bruker begrepet «innledende prosjekter» som jeg ser i sammenheng med taleplan og invitasjon.

Lærer: Nei! (Høyt og stigende tonefall med trykk på nei)
Jonas: To komma ett eller annet.
Lærer: Ja!
Daniel: 2,7! (roper)
Etter å ha introdusert en mulig størrelse på TV i antall tommer, retter læreren fokus på hvor lang en tomme er. Jonas og Daniel foreslår ulike lengder i centimeter, fra en komma ett eller annet til 10 komma et eller annet, mens Anne viser gjennom gester at hun knytter tommer til tommelfingeren sin. Guttene leter etter et svar og får respons av læreren som svarer med nei med ulike trykk og tonefall. Læreren svarer ikke Anne. Anne blir til dels blir overdøvet av guttene, i tillegg er læreren vendt mot Daniel og Jonas. Når Jonas svarer to komma et eller annet, gir læreren respons med et positivt «ja!»

I fase 1 skriver jeg hva jeg observerer ut fra transkripsjonen og videoopptak. Det er et kortfattet resyme der målet er å skrive slik at det er gjenkjennbart for alle. Denne delen er skrevet med distanse. Det er en del av analyseprosessen der jeg skriver det som skal ligge til grunn for fokuset jeg tar og videre tolkning.

Neste analyseutdrag, fase 2, viser hvordan jeg analyserer invitasjonens virkning på formen samtalen får.

Fase 2

Når læreren spør om hvor lang en tomme er, kan det sees i sammenheng med spørsmålet om TV-skjermen skal være 32 tommer. Spørsmålet «Hvor stor er en tomme?» er et faktaspørsmål. Det er læreren som initierer samtalen (I), elevene gir respons (R) med forslag til svar og læreren evaluerer svaret og gir feedback (F)

Lærer: Hvor lang er en tomme?	I
Jonas: en komma ett eller annet	R_1
Anne: Han er litt større	R_2
Lærer: nei,	F_1

Samtalen utvikler seg til noe som ligner en IRF samtale, lærer spør, elev svarer, et svar til og lærer evaluerer første svaret. Samtalen fortsetter med elevenes respons på lærerens første spørsmål og alle får feedback på svarene med unntak av Anne. Når læreren gir respons med nei i ulike tonefall, kan elevene få inntrykk av at det er et kontrollspørsmål som hun vet svaret på. Elevene svarer helt til de får et ja, en positiv evaluering. «En komma noe» som Jonas foreslår får et nei med ordinært tonefall som svar. Daniels romslige tomme på ti centimeter får et nei med en ekspressivitet som tydeliggjør at han er langt fra riktig svar. Jonas sitt to komma ett eller annet (som kanskje er inspirert av Annes visualisering av tomme), får positiv feedback. Elevene deltar og opprettholder samtalemønsteret de er invitert inn i ved å svare ut fra hva de tror lærer forventer, en tallfestet størrelse. Symmetrien i samtalen er skjev, det er læreren som har kontroll og styrer. Lærerens ytringer kan virke monologiske i det hun ønsker ett svar. Annes annerledes forslag som konkretiseres med egen tommel, får ingen respons. Hennes ytring kunne fått konsekvenser for samtalens innhold og form om den hadde fått respons. Hun bryter mønsteret for svarene i det hun ikke svarer i antall centimeter. Det kan også være at Annes svar ikke er forventet svar, et svar i antall centimeter, og at lærer dermed overser Annes ytring. ...

I fase 2 ser jeg etter invitasjoner i samtalen og hvilken virkning invitasjonen har for fortsettelsen. Det er en fase som krever både distanse og nærvær. Her analyserer og tolker jeg. Analysene og tolkningene begrunnes i hva som blir sagt og gjort ut fra den konteksten de befinner seg i og er med på å skape. Jeg ser etter sjanger de går inn i, som her er eksemplifisert ved en form for IRF-mønster, og jeg ser etter brudd på sjanger som når Anne bruker tommelen når læreren og medelever er på let etter svaret i centimeter.

For å få innsikt i hva som karakteriserer samtalene elevene deltar i og potensiale for kritisk matematikklæring, har jeg noen ganger analysert samme transkripsjonen ut fra flere perspektiv. Dette kommer tydeligst fram i kapittel 8.

Fase 3

I denne fasen setter jeg sammen analyser av samtaleutdrag som er i dialogisitet med hverandre. Samtaleutdrag blir her analyseenheter som sees i sammenheng med andre samtaleutdrag. Jeg utvikler en syntese som også fungerer som en tolkning av det helhetlige bildet sammensetningen av analyser av samtaleutdragene gir. Jeg studerer flerstemmighet som kommer fram i analysene og ser dette i lys av sentripetal- og sentrifugalkrefter som virker på og mellom samtalene. Når jeg ser samtaleutdrag fra skole og bedrift, kan jeg i denne fasen identifisere innflytelsen bevegelsen i og mellom praksiser har for samtalen og matematikklæring. Også denne fasen krever både nærhet og distanse.

I analysekapitlene er de tre fasene ikke alltid like tydelig skilt. Særlig fase 1 og fase 2 flyter noe sammen og da særlig i kapittel 6 og 7.

Språkanalytiske grep jeg bruker

Selv om jeg har valgt å bruke dialogisme som hovedanalytisk redskap, velger jeg grep fra ulike retninger innen språkbruksanalyse der jeg ser at dette kan styrke analysene. I utdraget under overskriften *Fase 2*, har jeg eksempelvis referert til IRF-mønsteret som kan knyttes til Coulthard (1992). Jeg anvender også Femø Nielsen og Beck Nielsen (2005) sitt grep for analyse av høflighet i samtaler for å få fram posisjonering. Eksempel:

Videobånd 13.04.10, bånd 1; 28:25, varighet: 15 sek
Einar: Kan jeg skjære ut noe hviss dere måler da?
Hilde: <u>Måle?</u> (Oppadstigende tonefall)
Daniel: <u>Vi vet</u> <u>ikke om vi vil</u> ta den risikoen.
Hilde: <u>Du har jo sånn …</u> Du kan se hvor mange meter han lille fyren din er.
Einar: OK.

Einar kommer her med ett forslag til hva han kan gjøre. Men i stedet for å si «jeg kan …» spør han «Kan jeg…?» Han ber på denne måten om tillatelse fra medelevene til å skjære. Samtidig uttrykker han et ønske eller en betingelse om at andre måler for ham; «dersom dere måler». Han posisjonerer seg som en som trenger hjelp til det matematikkfaglige elementet i oppgaven, måle, men som er i stand til å gjøre det praktiske – skjære. Hilde og Daniel svarer i munnen på hverandre, de gir respons på to ulike deler av Einars ytring. Daniel henger seg opp i at Einar vil skjære og det vet han ikke om «vi» vil ta risikoen på der «vi» responderer på Einars «dere». Ved å bruke «vi» – inkluderer han andre medlemmer i gruppen i sin ytring samtidig som Einar ekskluderes. Han er i tillegg raskt ute med sin avvisning og har ingen typiske tegn på nøling. Slik viser han ingen tegn på å komme Einar i møte. I dagligtale vil en slik negativ forventet respons levert så direkte bli oppfattet som uhøflig (Nielsen & Nielsen, 2005 p. 72). Hilde griper tak i og parafraserer «måle» med spørrende tonefall. Hun starter en ny setning som hun ikke fullfører, starter på nytt igjen og trekker så inn Einar sin «fyr», dukken han hadde skåret ut i forrige arbeidsøkt. Hun sier «du» kan finne ut hvor mange meter den lille fyren er, der «du» responderer på Einars «jeg». Hennes svar er ikke et preferert svar fra Einars perspektiv, men gjennom sin parafrasering og nøling viser hun ham en vilje til å komme ham i møte.

Dette grepet betyr ikke at jeg velger Femø Nielsen og Beck Nielsen sin posisjonering i konversasjonsanalyse. Min analysemetode ligger nærmere pragmatikken (Vagle, Sandvik, & Svennevig, 1993), idet jeg studerer meningsskaping og trekker inn kontekstualitet i tråd med dialogismen som jeg har valgt å bruke.

Å anvende grep fra ulike retninger finner jeg støtte for hos Scheuer (2005) som oppfordrer til å anvende ulike analysemetoder på tross av forskjeller og til dels inkompatibilitet mellom retningene.

5.4 Metodisk tilnærming som del av studiens resultat

Refleksjoner over metode er skrevet etter at analyser og funn er skrevet ut. Jeg har valgt å plassere dette i metodekapittelet der det tematisk hører til.

Et bidrag i denne avhandlingen er min utvikling av analysemetode. Ved å bruke to analyseenheter, ytringen i samtaler (nivå 1) og samtaler som ytring (nivå 2), kunne jeg studere enkeltsamtaler og deltakeres posisjonering i disse, og jeg kunne se enkeltsamtaler i sammenheng med andre samtaler og se hvordan disse virker på hverandre. I enkeltsamtaler (nivå 1) kunne jeg studere i detalj hvordan matematiske temaer ble kommunisert og koordinert. Analyser av enkeltsamtaler gir innsikt i hvordan språklige ressurser fra ulike språkbrukssfærer anvendes og hvordan deltakerne beveger seg mellom ulike tenkemåter og normer i samme samtale. Å analysere samtaler i sammenheng med hverandre (nivå 2), eksempelvis samtaler i skolen og i bedrift om samme tema, gir innsikt i hvordan matematiske tema kommuniseres og gjennomføres i virksomheter med ulike mål. Analysemetoden gir mulighet for å få innsikt i hvordan språkbrukssfærene elevene er i og mellom, virker inn på samtalene. Ved å se spor fra tidligere samtaler og knytte dem sammen med senere samtaler, kan ulike stemmers betydning for valg og argumentasjon identifiseres. Metoden gir slik anledning til å se spor av læring i og mellom praksiser.

I samtaler hentet fra samme sted, men over tid og med noe skiftende deltakere som i kapitlene 6 og 8, gir analysemetoden innblikk i dialogisiteten mellom samtaler som har ulike hensikter og innehar ulike kvaliteter.

5.4.1 Begrensninger ved metoden

Jeg har i avhandlingen hatt samtaleanalyse som hovedkilde for å svare på hva som karakteriserer samtaler når elevene er i og mellom praksiser der bruk av matematikk har ulik betydning. Jeg kan vanskelig forestille meg andre metoder for å svare på dette spørsmålet. For å undersøke hvilket potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritiske matematikklæring, ser jeg at triangulerende metoder kunne vært brukt for å styrke funn. Intervju med elever i etterkant, kunne gitt meg tydeligere svar på hva de erfarte om likheter og forskjeller mellom å gjøre matematikk i skole og bedrift. Det kunne også gitt innsikt i deres refleksjoner knyttet til dette. Elevenes perspektiv og refleksjon på arbeid med «praktisk matematikk» i klasserommet ville også kunne kommet tydeligere fram gjennom intervju. I intervju kunne jeg undersøkt deltakernes perspektiv på å bruke eller vurdere matematisk argumentasjon i aktuell samfunnsdebatt knyttet til tema i elevprosjektet.

Jeg har studert samtaler fra en liten elevgruppe, en lærer og samarbeid med et firma. Jeg kan ikke gi en generell beskrivelse av hvordan det vil være når elever skal lære matematikk i et samarbeid med en bedrift. Gjennom kasusstudien har jeg dokumentert noe som har skjedd og som dermed viser muligheter for hva som kan skje når elever beveger seg mellom ulike hensikter for å bruke matematikk. Studien frambringer innsikt i elevers matematikksamtaler når de befinner seg i en situasjon der de møter stemmer fra ulike språkbrukssfærer preget av ulike mål for virksomheten. Studien dokumenterer også noen utfordringer knyttet til kompleksiteten elevene kastes ut i. Denne studien bidrar slik med innsikt i muligheter for læring, men også om utfordringer, når grenser krysses.

5.5 Oppsummering

Studien er posisjonert i et tolkende paradigme med et kritisk perspektiv. Bevissthet om distanse og nærhet har hatt stor betydning for studiens forskningsdesign og metode. Dette knyttes til engasjert objektivitet og profesjonell nærhet (Kristiansen & Bloch-Poulsen, 1997), som jeg mener er beskrivende for min posisjonering både i forhold til deltakerne, læreren og elevene, og i forhold til hvordan jeg forholder meg til analyse og tolkning av dataene. Analysemodellen (tabell 8) til Alrø og Kristiansen (1997), tar på alvor at både nærhet og distanse er nødvendige i den type analyse jeg gjennomfører. Nivåene i modellen har gjort meg bevisst på når i prosessen jeg anvender nærhet og når jeg anvender distanse.

Teksten i dette kapittelet har tatt opp i seg hvordan jeg forvalter kommunikasjon med deltagere og materiale etisk. Teksten gjenspeiler hvordan jeg har etterstrebet etiske perspektiv i utforming av analyser, resultat og diskusjon. Etikk er i denne studien også ivaretatt ved at forskningsetiske retningslinjer utgitt av den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2006), er fulgt. Jeg har innhentet informert samtykke, tatt hensyn til personvern ved å anonymisere og jeg har vært bevisst på at forskningen ikke skal være til skade for de involverte. Meldeplikten knyttet til innhenting og lagring av data på forsvarlig vis, er sendt til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste [NSD] via LIMP sin søknad, og ble godkjent av samme organ (Appendiks 3).

Triangulering har blitt ivaretatt ved at observasjoner og opptak har blitt supplert med samtaler med læreren og ved en anledning i samtaler med en elev (Daniel). I tillegg har kollega Hanas medvirkning og hans observasjoner, virket triangulerende. Utsagn fra disse har kunne støtte opp under, avkrefte eller beriket analysene mine. Analysene er også diskutert i forskergruppen knyttet til LIMP og har vært til review knyttet til konferansedeltaking og paperpresentasjon.

Transparens er søkt ivaretatt ved at jeg i dette kapittelet har klargjort min rolle i forhold til elever og lærer. I tillegg har jeg beskrevet prosessen bak kriterier for utvalg av episoder for næranalyse og selve analyseprosessen.

Gjennom å velge samtaleanalyse med dialogisk tilnærming har jeg valgt en metode som kan gi svar på hvordan deltakernes ytringer står i dialogisitet med hverandre og med omgivelsene. Jeg har valgt ytringen som analyseenhet på to nivåer, noe som åpner for innsikt i dialogisiteten i enkeltsamtaler og mellom samtaler i og mellom praksiser. Når jeg bruker ytringen i samtale som analyseenhet, har jeg mulighet til å få innsikt i elevenes posisjonering og deltakernes koordinering i matematikk og om matematikk. Når jeg bruker samtalen som analyseenhet og ser samtaler i dialogisitet med hverandre, har jeg mulighet til å identifisere bevegelser mellom samtaler og mellom språkbrukssfærer.

6 Koordinering av normer

Når jeg drøfter koordinering av normer, søker jeg innsikt knyttet til hvordan matematiske tema kommuniseres og realiseres og hvilke former for samtaler elevene inviterer til og hvilke samtaler de inviteres inn i når de beveger seg mellom skole og bedrift. Eksplisitte og implisitte normer koordineres i samtaler mellom deltakere. Det dreier seg om normer for hvordan en arbeider med matematikk i en praktisk setting der også bedrift er involvert, om hvordan en snakker matematikk knyttet til måling og målestokk i skole og bedrift, og hvordan sosiokulturelle normer i samfunnet knyttet til rorbuer og fritidsaktivitet virker inn på diskusjoner og vurderinger som gjøres.

Dette kapittelet er delt i to hoveddeler. Begge delkapitlene inneholder analyser av samtaler knyttet til målestokk. Læreren hadde formulert skriftlig læringsmålene til elevene i starten av prosjektet. Et av læringsmålene var «å kunne regne med målestokk» (Appendiks 4). Målestokk er et kompetansemål både på barne- og ungdomstrinnet ifølge LK06. Før elevprosjektet med rorbuene startet (05.02.10), fikk elevene se eksempler på 3D-modeller blant annet av en holme med et bemannet fyrtårn[65]. På spørsmål fra læreren om hvor høyt fyrtårnet kunne være, kom elevene straks med forslag om å bruke fyrvokteren som måleenhet. De kunne finne hvor mange fyrvoktere det var plass til i høyden. Fyrvokterens høyde ble estimert til 1,80 meter og da kunne de regne ut høyden på tårnet. Elevene viste gjennom denne episoden noe av forkunnskapene de hadde innen praktisk arbeid med målestokk før elevprosjektet startet.

I delkapittel 6.1 er empirien hentet både fra elevenes arbeid med målestokk i forkant av bedriftsbesøket (dato: 22.02.10), og fra en samtale elevene hadde med tømreren i bedriften om gruppens plantegning av rorbu (dato: 24.02.10)[66]. Jeg undersøker hvordan ulike normer kommuniseres og koordineres i arbeid der matematikk er involvert. Jeg undersøker også hvordan bruk av ulike redskaper i skole og i bedrift kan gi ulik innsikt i målestokk, og hvordan dette påvirker samtalene.

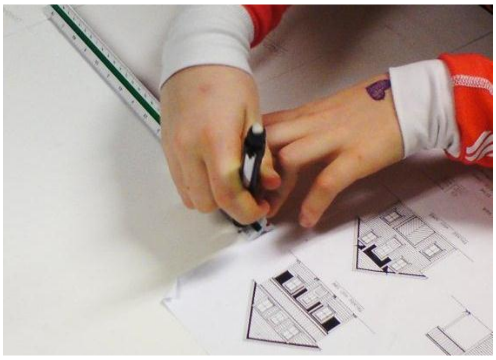
I andre delkapittel (6.2) er empirien hentet fra en diskusjon mellom elevene. Diskusjonen handlet om hva som er akseptabel aktivitet innenfor praktisk matematikk. Kan for eksempel øyemål brukes? Empirien i dette delkapittelet er fra en av de siste dagene av elevenes arbeid med rorbuene (dato: 13.04.10). Bedriften er her ikke direkte involvert, men er likevel indirekte til stedet blant annet gjennom

[65] Modellene var detaljerte, laget av Erling Rangnes senior. De ble vist for å gi elevene utvidet forforståelse for hva en modell kunne være i forkant av deres eget arbeid med rorbumodellene.

[66] En del av analysene i kapitlet 6.1 har vært publisert i proceedings på PME35 (Rangnes, 2011b)

elevenes arbeid med rorbumodell og ved bruken av reduksjonsstav, et redskap som tømreren introduserte elevene for.

Figur 9 Arbeid med 3D-modell.



Figur 10 Reduksjonsstaven i bruk.

Empirien studeres i relasjon til sosiomatematiske normer (Gorgorió, et al., 2001; Yackel & Cobb, 1996) for hvordan en arbeider med praktisk matematikkaktivitet i skole og i bedrift. Sosiale normer inkluderes også som del av sosiomatematiske normer, slik Gorgorió, et al. (2001) gjør det når de beskriver hvordan sosiale normer får en betydning i forhold til kommunikasjon og muligheter for matematikklæring. Sosiokulturelle normer, som formelle og uformelle normer knyttet til byggevirksomhet og hensikt med fritidshus, blir også studert der dette har betydning for helheten matematikkaktiviteten inngår i.

I hvert delkapittel presenterer jeg først konteksten samtalen er hentet fra. Deretter presenteres transkripsjon av samtaleutdrag med etterfølgende kort referat av hva som skjer og referat av hva som skjer videre dersom det har betydning for helhet og tolkning. Så analyseres samtaleutdragene for å få innsikt i normene slik de framtrer gjennom ytringene. Hvert delkapittel avsluttes med en oppsummering (6.1.4 og 6.2.2). I delkapittel 6.3 presenteres en syntese av analysene.

6.1 Å arbeide «praktisk» med matematikk

Elevene skulle lage skisse over bo-areal i ei rorbu på millimeterpapir. Den skulle være grunnlag for samtale med en tømrer. Læreren framstilte for elevene tømreren som den som var spesialist i praktisk matematikk av de to. Senere skulle de bruke den ferdige tegningen når de skal lage 3D-modellen i arkitektpapp. Elevene hadde fått tre plantegninger av rorbuer fra bedriften. Tegningene var opprinnelig tegnet i målestokk 1:100[67]. På plantegningen var målene til yttervegger, med ett unntak, skrevet uten benevninger. Det varierte om målene var oppgitt i meter, centimeter eller millimeter. På en av tegningene var for eksempel mål på yttervegger gitt i meter og vinduer i centimeter. I Norge er den offisielle normen innenfor bygningsbransjen at mål skal oppgis i millimeter.

[67] Utdrag av tegning fra bedriften: se appendiks 5.

Denne normen var ikke fulgt på plantegningene elevene fikk. For ansatte innen bygg, som har god kjennskap til sjangeren plantegning, er ikke mangel på benevning et problem. En forstår ut fra språkbrukssfæren en er i. Elevene, uten samme erfaring som tømreren, måtte diskutere og tolke seg fram til hva tallene stod for.

Tidligere sammen dag (22.02.10), hadde gruppen hatt mange relevante diskusjoner i forhold til oppdraget. De diskuterte prioriteringer av rom. Elevene diskuterte ikke om de måtte ha bad, kjøkkenkrok, stue og minimum to soverom. Det så ut til at de tok disse rommene som en selvfølge. Derimot ble det mange diskusjoner om datarom skulle prioriteres. Dette førte videre til en diskusjon om hvilken type familie det var som skulle disponere rorbuen. Om det eksempelvis var eldre som skulle eie rorbuen, var datarom ikke så viktig. De bestemte seg for en familie med to barn.

Elevene oppdaget at tegningene fra bedriften var nedfotografert slik at målestokken ikke stemte med den oppgitte målestokken 1:100. At målestokken var mindre enn den som var oppgitt, skapte utfordringer når de skulle lage sin egen plantegning. De valgte en målestokk som de sa skulle være det dobbelte av målestokken 1:100. Gruppen valgte at arealet av grunnflaten til rorbuen skulle være 50 kvadratmeter. Da de tegnet opp ytterveggene, tok de utgangspunktet i oppgitte mål på bedriftens plantegning og doblet dem. Målestokken ble dermed 1:50. Samtidig ble lengdene de tegnet mer enn det dobbelte av lengdene på forminsket plantegning fra bedriften. Da omrisset av rorbuen var tegnet, diskuterte elevene om arealet endret seg når målestokken ble fordoblet, uten at de kom til enighet. Hvor stor en kvadratcentimeter på plantegningen deres egentlig var i virkeligheten, ble også diskutert. Heller ikke her kom de fram til et svar. Elevene møtte arbeidslivsmatematikken slik Wedege (2006) beskriver den, de måtte selv finne spørsmålene, størrelser de trengte og rydde i opplysningene for å løse problemene. Elevene manglet beredskap til å løse noen av problemene som oppstod. De hadde ikke den erfaringen og redskapene som eksempelvis en tømrer har tilegnet seg gjennom skolegang og yrkesliv.

Skissen til hele etasjen med rominndeling skulle være ferdig til bedriftsbesøket og elevene hadde ikke flere matematikktimer til disposisjon. På grunn av tidsnød satt Hilde og Daniel inne og jobbet i friminuttet. Læreren kom inn og spurte hvordan de tenkte å få gjort tegningen ferdig. Elevene sa at de bare skulle tegne opp rommene og Hilde spurte hvor store hun skulle tegne soverommene på plantegningen. Læreren oppfordret elevene til å ta utgangspunkt i standardstørrelsen på en seng. Vet en hvor stor en seng er, kan en finne størrelsen av rommet i forhold til denne. I samtalen kom læreren og elevene sammen fram til at en «standardseng» er to meter lang. Dette brukte de som utgangspunkt for å finne ut hvor store rommene skulle være.

6.1.1 Algebra som redskap

Det sitter to grupper i et lite grupperom hvor opptaket finner sted[68]. Læreren har gått ut av rommet. Elevene jeg har fokus på, har arbeidet med plantegningen sin i til sammen to skoletimer. Daniel skisserer en enkel- og en dobbeltseng på et ark og skriver opp målene, lengde to meter, bredde enkeltseng 75 centimeter og dobbeltseng 150 centimeter. Jonas og Einar har forlatt gruppen for å ta friminutt og Anne var lite til stede denne dagen[69]. Elevene skal tegne soverom i en fornuftig størrelse og de har derfor fokus på å finne rett lengde av sengen i valgt målestokk. Det første samtaleutdraget starter i det Jonas kommer inn igjen.

Figur 11 Daniel, Hilde og Jonas arbeider med plantegning i målestokk 1:50

(Video 22.02.10, bånd 2, 09:40 – 11:15).

Jonas: (Sier mens han kommer inn): Hva er det nå dere skal gjøre? (Ler litt)
Daniel: Vi er ikke halvferdige – så du må hjelpe oss!
Hilde: Overtid, vi må jobbe på overtid
Daniel: Ja, og så må vi dele den på hundre
Hilde: Ja dette er bare sengen
Daniel: To meter og så
Hilde: Delte du dette her med hundre nå?
Daniel: hundre (ser ned på kalkulatoren)
Hilde: Du!... Du! (Peker på skissen av omrisset av rorbuens areal)
Daniel: Og så gange det med 2 … (løfter hodet og peker i luften før han slår inn på kalkulatoren). Null komma null fire! En seng er null komma null fire! En seng er null komma null fire!
Hilde: [Uklart]
Daniel: Stemmer ikke. Sant det der er delt på hundre ganger to? (Peker på tegningen av omrisset.)
Daniel: N delt på hundre ganger to ($\frac{N}{100} \cdot 2$). (Peker på skissen de arbeider med).
Jonas: N? Hvorfor N?
Daniel: For ingenting
Hilde: Det er akkurat som dersom du har en X
Daniel: akkurat som med X, sant

[68] Begge gruppene i rommet består av deltakere som har sagt ja til å delta i studien. Det er liten plass og vanskelige lydforhold i grupperommet.
[69] Anne og Einar er med i et større felles skoleprosjekt og er derfor ikke alltid til stede.

Jonas: Ja men hvorfor akkurat de talla her da?
Daniel: To meter sant –
Jonas: Ja
Daniel: Det er to delt på hundre ganger to
Jonas: Ja
Daniel: To delt på hundre
Jonas: hvis vi skal fordoble det da?
Daniel: Ja viss du deler på hundre så passer det til tegningene her [peker på plantegning fra bedrift med påskrift 1:100]. Og denne er jo dobbelt så stor som denne her, så da ganger vi med to [peker på skissen og deretter på plantegning fra bedrift].
Daniel: Ja, vi sier det. Null komma null fire.
Hilde: Null komma null fire? Det er bare sånn (uklart) (Flirer) bitte liten seng her og så der – det går ikke det! (Viser hvor bitte liten lengde og bredde det blir i et hjørne av omrisset på millimeterpapiret.)
Daniel: Hvor er linjalen? (Tar fram linjalen, måler opp fire cm.) Nei, men det er ikke der til heller! Det er jo ekstremt!

Når Jonas kommer inn og spør hva de nå skal gjøre, er Daniel i gang med å regne ut sengelengden. Han bruker en målestokk som han beskriver som «dobbelt så stor» som målestokken på bedriftens plantegning. Hilde og Daniel svarer Jonas at han må hjelpe dem. Mens Daniel arbeider med utregningen av sengelengden, sier han høyt hvordan han regner. Han snakker om å «dele den» uten å forklare hva «den» er. Hilde kommenterer det Daniel sier og klargjør for Jonas hva «den» er, det er sengen. Hilde spør Daniel om han delte med hundre. Hun får ikke svar. Etter at Daniel har regnet ut svaret 0,04, søker han støtte hos de andre. Han spør «sant at det der er..?» samtidig som han fortsetter resonnementet på egen hånd. Når Jonas spør «hvorfor N», avviser Daniel først spørsmålet med å svare «for ingenting». «Det er som med X», svarer Hilde. Daniel svarer på Jonas sine spørsmål og forklarer hvordan han har kommet fram til 0,04. Hilde utrykker at 0,04 er veldig lite. Hun sier ikke noe om måleenheten. Daniel måler opp fire centimeter (0,04 meter) på linjalen og konkluderer med at «det er jo ekstremt». Gruppen, inkludert Daniel, forkaster 0,04 som lengde på sengen i målestokk 1:50.

Samtaleutdraget innledes med at Jonas spør Hilde og Daniel om hva de skal gjøre. Han spør ikke hva de har gjort. Han er fremtidsrettet i forhold til oppdraget som skal gjennomføres. Det er som om han tar lærerens rolle, spør for å få innsikt i prosessen de er i og hva de har planer for framover. Han flirer mens han spør. Det kan være at han selv hører lærerens stemme i sin egen når han spør som han gjør. Spørsmålet åpner for svar som kan bekrefte eller avkrefte om han kan eller skal bidra. Ut fra svarene Hilde og Daniel gir, tolker jeg at de forstår Jonas sitt spørsmål som et tilbud om å bidra i forhold til arbeidet de er engasjert i. Daniel uttrykker dette ved en direkte oppfordring «Du må hjelpe oss» hvor Hilde fortsetter – «vi må jobbe overtid». «Å jobbe overtid» kan være en ytring knyttet til bedriftssfæren. Arbeidslivet påvirker elevenes språkbruk allerede før de er blitt kjent med bedriften gjennom bedriftsbesøk. De har et oppdrag og det må gjøres innen tidsfristen, selv om det betyr arbeid ut over tiden som er satt av fra skolens side.

Daniel fortsetter med å sette ord på hva han gjør, de må «dele den på 100». At han verbaliserer prosessen gjør det mulig for Hilde og Jonas å følge Daniels løsningsprosess for å finne hvor lang sengen skal være i målestokken de har valgt. Hildes kommentar «ja, dette er bare sengen», er en parafrasering av Daniels utsagn om at «den» skal deles på hundre. Hun har sett skissen av sengen Daniel har laget, og ved å si høyt at det er sengen han arbeider med, informerer hun Jonas. Ytringen virker til at Jonas blir inkludert i prosessen. Hilde henvender seg deretter direkte til Daniel og spør «delte du dette her med 100 nå» mens hun peker med blyanten på omrisset av arealet til rorbuen. Hun søker bekreftelse eller avkreftelse på om hun har fått med seg hva han egentlig gjør. Daniel gjentar «hundre», og etter å ha delt på hundre sier han at han må multiplisere med to. Da får han 0,04 som han konkluderer med at sengen er. Han søker aktivt bekreftelse av de andre og stiller seg kritisk til om 0,04 virkelig kan stemme. Daniel gjentar hva han har gjort; N/100 multiplisert med to. Ved å bruke N har han nå generalisert, dette gjelder ikke bare sengens lengde men hvilken som helst lengde som er aktuell å finne i den valgte målestokken. Jonas stiller spørsmål til Daniels løsningsforslag, han spør «N, hvorfor N?». Daniel avviser spørsmålet ved å svare «for ingenting». Hilde (og etter hvert Daniel) kommer Jonas i møte ved å svare at det er akkurat som med X, noe Jonas svarer «ja men» til, og fortsetter på neste spørsmål: «hvorfor akkurat de talla her da?» Nå svarer Daniel Jonas. Han erstatter N med to, som er lengden av sengen, og gjentar hva han har gjort: «to delt på hundre gange to». Han ber om bekreftelse fra Jonas ved å si «sant» eller ta en liten pause. Jonas svarer «ja» før han bryter inn med spørsmålet «hvis vi skal fordoble da?». Han har tidligere den dagen vært med på å diskutere om de skal fordoble tegningene fra bedriften i målestokk 1:100. Det kan være at han her refererer til denne diskusjon og at han ikke ser sammenhengen mellom valget som er gjort om å fordoble og Daniels utregning, «å dele på hundre og gange med to». Gjennom spørsmålene sine utfordrer Jonas Daniel til å forklare. Spørsmålene han stiller kan vise at han søker å forstå, men de kan også indikere at han stiller seg kritisk til Daniels resonnement. Han vil ikke uten videre støtte Daniel slik det kan se ut for at Daniel ber om. Daniel tar imot utfordringen fra Jonas. Han forklarer med ord samtidig som han konkretiserer ved å peke fra plantegningene fra bedriften til skissen de selv lager. Daniel bekrefter selv resultatet, det må bli 0,04. Han har overbevist seg selv. Da griper Hilde kritisk inn:

«Null komma null fire – det er bare sånn». Hun viser en liten lengde på millimeterpapiret. Daniel griper linjalen. Han sjekker om det kan være 0,04 meter. Han viser at han er oppmerksom på benevnelsens betydning når han fysisk prøver å finne ut hvilken enhet han arbeider med. Selv om han inntil nå har resonnert rett, forklart og begrunnet sitt resonnement, forkaster han resultatet på grunnlag av synsinntrykk. To meter i målestokk 1:50 (4 cm) blir mer enn dobbelt så stort (rundt tre ganger så stort) som tilsvarende to meter på den nedfotograferte tegningen fra bedriften som det står målestokk 1:100 på.

Når elevene utfordrer hverandre, utspiller det seg en aktivitet der normer for undersøkende virksomhet avdekkes (Yackel og Cobb, 1996). Jonas er spørrende fra han kommer inn. Han skaffer seg oversikt over hva som skjer og skal skje. Språkbruken hans minner om en lærer som fort skal sette seg inn i hva som skjer i en gruppe for å kunne komme med adekvate kommentarer eller råd for videre arbeid. Jonas gir seg ikke før han får forklart hva Daniel sier og mener. Han kommer utenfra og inn i samspillet mellom Hilde og Daniel. Spørsmålene hans gir Daniel mulighet til å klargjøre hva han gjør.

Daniels forslag til løsning er tungvint. Det hadde vært enklere om elevene hadde regnet ut fra målestokk 1:50 i stedet for å bruke det dobbelte av 1:100. Det kan være at de ikke ser sammenhengen mellom de to uttrykksformene. Samtidig er Daniels løsning korrekt og ganske sofistikert matematisk. Han varierer mellom det konkrete utgangspunktet og en matematisk generalisering. Han anvender nylig lært kunnskap i algebra. Når han forklarer og begrunner det han gjør, beveger han seg mellom ulike representasjonsformer. Han går fra det halvkonkrete, ved å peke på ulike skisser på bordet, til å anvende sengelengden som utgangspunkt for utregning. Deretter tar han i bruk variabel N for å utrykke generelt hvordan en kan finne hvilken som helst lengde i denne målestokken. Elevene viser gjennom sine samtaler knyttet til Daniels matematiske løsning, at de har klare forestillinger om hvilke sosiomatematiske normer det er som gjelder når de skal arbeide med rorbuoppgaven i en matematikktimekontekst. Ingen i gruppen setter for eksempel spørsmålstegn ved at Daniel velger å bruke algebra. De demonstrerer en praksis som er åpen, spørrende og kritisk.

Tømreren og elevene har det til felles at de i liten grad bruker benevninger og at de gjerne bruker forskjellige enheter på tegninger. Når Daniel skal finne ut om 0,04 kan stemme, ser han seg ikke tilbake for å finne hvilken måleenhet han startet med (2 m lang seng). Han prøver å resonnere ut fra linjal og øyemål på tegningen. Både han og medelevene viser at de stoler mer på det visuelle inntrykket fire centimeter gir, enn det logiske matematiske resonnementet de har arbeidet seg fram til. Elevene viser kompetanse i å bruke flere innfallsvinkler for kritisk å vurdere svar. Samtidig mangler de erfaringer i å bevege seg mellom flere målestokker og holde fast på enheten de arbeider med. Dette vanskeliggjør en visuell vurdering av utregnet resultat.

6.1.2 Spenning mellom ulike normer

Etter at elevene har konkludert med at 0,04 må være feil, begynner de å diskutere om de bare skulle tegne noe eller ikke:

(Video 22.02.10, 11:15 – 11:38)

Hilde: Ja men vi bare tegner sånn – sånn her, (…) sånn her tipper jeg. (skisserer omlag 1cm x 2cm på millimeterpapiret uten at blyanten hun peker med er nedpå papiret.)

Daniel: Hæ? (…) Kan vi ikke bare tegne en seng og si at det er rett?

Hilde: Det er hvor stor rommene er vi må finne ut.

Jonas: Hvor store – hvor mange kvadrat skal rommene være da? Det må vi finne ut!

Hilde: Nettopp!

Daniel: Det har jo ingen ting å si.

Hilde, Jonas: Jo (de sier det som i ekko)

Daniel: I så fall? (Ser delvis i bordet og delvis på Jonas og Hilde mens han leker med liten papirkube.)

Hilde: (Slår ut med armene). Du kan ikke bare tegne sånn og så sånn (tegner svakt med blyant tilfeldige rom.)

Jonas: Viss vi tegner [uklart] så blir det ett rom som er en kvadratmeter!

Daniel: (Peker på nabogruppen.) De har ikke ett matematisk begrep de, de bare tegner!

Jonas: Vet det, men de har ikke peiling!

Hilde: Vi gjør det på vår måte, de gjør det på sin! (stirrer på D. mens hun sier det.)

Daniel: Vi skal ha det med oss på onsdag, ferdig tegnet!

Hilde foreslår å tegne opp omtrent hvor stor sengen vil være. Hun skisserer det på den påbegynte plantegningen. Daniel svarer med et forslag, «kan vi ikke bare tegne en seng og si det er rett?». Hilde svarer «det er hvor store rommene er vi må finne ut». Jonas parafraserer Hilde og presiserer at de må finne hvor mange kvadrat rommene skal være. Daniel sier at det ikke har noe å si. Hilde svarer «du kan ikke bare tegne sånn og så sånn», mens hun viser hva hun mener ved å tegne en tilfeldig skisse av et rom. De risikerer at et rom bare blir en kvadratmeter, er Jonas sitt argument. Daniel vender oppmerksomheten til nabogruppen. De er ferdige med flere plantegninger av rorbuer. Observasjoner viser at nabogruppen hadde få felles diskusjoner, de arbeidet delvis parallelt og alle laget hver sine forslag til plantegning[70]. Daniel påpeker at de ikke har «ett matematisk begrep», de har bare tegnet. Jonas og Hilde protesterer ikke på Daniels oppfatning av hvordan nabogruppen løser

[70] Nabogruppen var den andre gruppen Hana og jeg tok opptak av. Denne dagen var jeg alene og prøvde å dekke begge to gruppene. Gruppen jeg har fokus på tok jeg videoopptak av. Observasjonene av nabogruppen er dokumentert på lydopptak og litt med video.

oppgaven, men presiserer at «vi gjør det på vår måte, de gjør det på sin». Daniel utbryter at de skal ha en ferdig tegning med seg på onsdag (to dager etter).

Etter denne diskusjonen snakker elevene om når de skal få laget ferdig rorbuen og hvordan de skal få det til. De skisserer svakt med blyant baderom, kjøkken, trapp og soverommene mens de kikker på plantegningen fra bedriften. De synes rommene ble store: «Så stort bad, vi trenger ikke overdrive …!», «vi kan dele det rommet i to», «vi får plass til seng, skrivebord og skap og …» som Hilde uttrykker det. De deler opp to rom i tre mindre rom, to små soverom og et ekstrarom. På bedriftens tegning stod det «disponibelt rom», noe de har fått forklart betyr et ekstra rom som kan brukes til det de måtte ønske. Guttene sier de vil ha spillerom til dataspill. Jentene er uenige. På hytta skal en spille kort og brettspill, mener de. Et kompromiss blir da at de på ett av rommene skriver «ekstra» i stedet for «disponibelt rom». Dette kan de bruke både til dataspill og gjesterom. Guttene omtaler dette rommet konsekvent som spillerommet[71].

I samtaleutdraget jeg analyserte i 6.1.1, var det Daniel som hadde initiativet. Å ta utgangspunkt i sengen var noe han tok eierskap i. Han demonstrerte sine sosiomatematiske normer for hvordan en kunne arbeide med praktisk matematikk i skolen. I den etterfølgende sekvensen starter Hilde med å skissere om lag hvor stor hun tipper sengen skal være på plantegningen. Daniel forslår at de skal akseptere Hildes tipping og «bare tegne en seng og si at det er rett». Dette må sees i lys av at de har svært knapp tid igjen til å gjøre seg ferdige. I løpet av to skoletimer har de bare tegnet omrisset av robua ferdig. Hilde reformulerer problemstillingen til at det er rommet de må finne størrelsen av. Underforstått kan det å finne målene på sengen sees på som unødvendig eller som en omvei til målet. Jonas presiserer at de må finne hvor mange kvadrat soverommet skal ha, og støtter slik Hildes reformulering. Tidligere på dagen hadde de diskutert hvor mange kvadratmeter rorbuen skulle ha. Etter å ha tegnet omrisset av den 50 kvadratmeter rorbuen på millimeterpapiret, hadde de en diskusjon om hvor stor en kvadratcentimeter var i virkeligheten. De diskuterte også om forstørret målestokk hadde betydning for disponibelt areal[72]. De fant ikke noen klare svar. Hilde

[71] Guttene ville ha spillerom hvor de kunne spille dataspill, først nevnt i referat fra 22.02.10 bånd 1 (se kapittel 5.3.1). Spillerom er og med i samtalen med tømrer i 6.1.3.

[72] Først hadde de diskutert om de skulle ha 50 eller 80 kvadratmeter stor rorbu. De valgte 50 kvadratmeter. Etter å ha tegnet omrisset i målestokk 1:50 diskuterte de om arealet da ble endret. Lengdene på rorbuen var 6 og 8,33 meter som gav et areal på 49,98 kvadratmeter. I målestokk 1:100 var det bare å sette centimeter bak. Da de doblet lengdene fikk de 12 cm og 16,66 cm, noe som gav et areal på 199,92. Dette skapte forvirring som de ikke fant ut av. Først på bedriften like før møtet med tømreren, sa Hilde og Daniel til Jonas

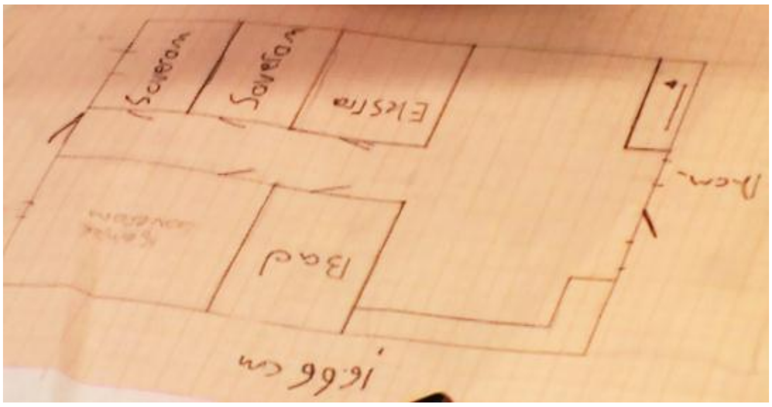
hadde også spurt læreren hvor stort et soverom skulle være. De hadde da fått beskjed om å ta utgangspunkt i en seng. Hilde og Jonas sine forslag om å finne hvor mange kvadratmeter soverommene skulle være, fører dem slik tilbake til tidligere uløste problemstillinger. Når Jonas støtter Hildes reformulerte problemstilling, gir Daniel uttrykk for at det ikke har noe å si om de velger å ta utgangspunkt i rommet i stedet for sengen. Det kan være at han ser at så lenge de ikke har en formening om hvor lang en enhet på papiret er i virkeligheten, ville de møte på problem uansett hva de velger å ta utgangspunkt i. Daniels etterfølgende spørsmål til Hilde og Jonas, «i så fall?», kan tolkes som en forespørsel til de andre om å forklare hva denne forskjellen mellom å ta utgangspunkt i sengen og å finne antall kvadratmeter av rommet, innebærer. Han ser delvis ned mens han fingrer med en liten kube, og ser delvis direkte på Hilde og Jonas. Det kan tolkes som at han ikke lenger har initiativet, at han har kommet på defensiven. Samtidig ser han direkte på dem mens han stiller spørsmålet, noe som kan tolkes som at han utfordrer Hilde og Jonas sitt forslag. Hilde svarer at en ikke «bare kan gjøre sånn og sånn», mens hun skisserer på arket. Hun begrunner ikke hvorfor hun mener det er rommene de må finne størrelsen på. I stedet angriper hun Daniels forslag om bare å tegne noe. Jonas følger opp og forklarer hvorfor de ikke bare kan tegne noe. De risikerer da å stå med ett rom som bare er en kvadratmeter. Han sier ikke hvorfor det ville vært så problematisk. Jeg tolker, med bakgrunn i tidligere samtale om sengen, at Jonas´ problematisering dreier seg om at et rom på en kvadratmeter ikke vil ha plass til en seng og andre større ting. Daniel svarer på Hilde og Jonas sine innvendinger med å vise til nabogruppen som har fått ferdig flere tegninger mens deres egen gruppe har diskutert. Det er en markant forskjell på hvordan de to gruppene arbeider. Jonas og Hilde viser at de er klar over forskjellen ved å bekrefte Daniels oppfatning av nabo-gruppen som «bare tegner» og ikke bruker «ett matematisk begrep». Jonas kommenterer at nabogruppen «ikke har peiling» og Hilde sier at «vi gjør det på vår måte, de gjør det på sin». De markerer avstand til hvordan nabogruppen arbeider. De posisjonerer seg som elever som vil gjøre et skikkelig arbeid. De henter begreper som de bruker og har lært å arbeide med i skolesfæren; eksempelvis «kvadratmeter» og «matematiske begrep». De demonstrerer eksplisitt normer for hvordan en arbeider i praktisk matematikk: de kan ikke bare tegne noe, de må vite hva de gjør. De vil gjøre arbeidet skikkelig ut fra en matematikk-læringskontekst. Samtidig må de bli ferdige med det praktiske oppdraget innenfor tidsfristen. De skal ha noe å vise tømreren. Normen om å gjøre

at det var 199,92 kvadratcentimeter og ikke kvadratmeter, uten at de fant hvordan sammenhengen mellom dem var.

ferdig en tegning innenfor tidsfristen og normen om at en skal vite målene en arbeider med, krysser hverandre. Resultatet er at elevene må velge å følge den ene av normene. De ender opp med å skissere rommene uten å finne hvor lang en meter er i målestokk 1:50, eller hvor stor en kvadratcentimeter på papiret er i virkeligheten. Etter å ha forkastet at sengen kan være fire centimeter (6.1.1) har de ikke en referanse å forholde seg til og de gir uttrykk for å oppfatte det disponible arealet av hele rorbuen som større enn det er.

6.1.3 Møte med bedriftens redskap og normer

Når gruppen (Hilde, Daniel, Jonas, Anne og Einar) kommer til bedriften, har de med seg en nesten ferdig plantegning. Denne ligner på skissen de laget to dager før (mandag 22.02.10).



Figur 12. Tegningen gruppen har med til bedriften. Før de viste denne til tømreren, skrev de også på hvor mange kvadratcentimeter etasjen dekker på papiret (199,92 cm^2) og skrev «Jonas sitt spillerom» under ekstra(rom).

Tømreren forteller klassen om hvilke regler som må følges når en bygger hus eller hytte, før han har samtaler med hver enkelt gruppe. For eksempel må soverom ha rømningsveier, nok lys og nok luft[73]. Han forteller om krav til volum for soverom, hvor mange kubikk utskifting av luft som er nødvendig, for å være godkjent som oppholdsrom/soverom (25 kubikk for en person og 50 kubikk for to). At kubikk står for kubikkmeter og utskiftning er per time, er for tømreren innforstått. Det blir ikke sagt eksplisitt[74]. På lærerens oppfordring forklarer han kubikk som 1000 liter og sier at kubikk er noe de bruker mye i bedriften.

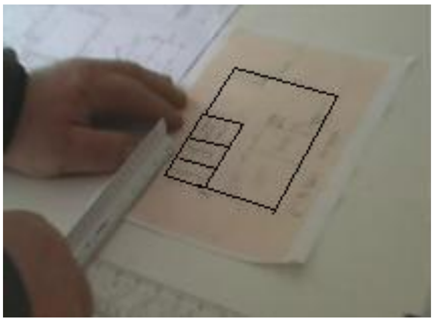
Når tømreren er alene med gruppen, studerer han elevenes plantegning og gir tilbakemeldinger direkte til elevene[75]. Han forteller hvordan de må ta hensyn til takhøyde (se 7.1.2), og han gir

[73] http://tjenester.byggforsk.no/default.aspx?funksjon=svartjenesten&stInnholdsID=&innholdsID=192&sosID=131, http://www.lovdata.no/ltavd1/filer/sf-20100326-0489.html#13-1. Etter datainnsamling har statlige forskrifter blitt innskjerpet ang. krav til utskifting av luft i soverom, nå skal det være 26 m^3 per time.
[74] Video 24.02.2010, bånd 1, 9:40
[75] Innledningen på møte mellom elevene og tømrer er gjengitt i kap. 7.1.2.

tilbakemelding på om de har tatt hensyn til rømningsvei. Han svarer på elevenes spørsmål om hvorfor det var tegnet terrassedør som endte i «lufta» på en av bedriftstegningene. Det var jo ingen terrasse ut mot sjøen? Elevene får informasjon om en kunde som har fått avslag fra kommunen på søknad om å bygge terrasse. Tømreren forteller om ulovlig bygging i strandsonen og hvordan kommunene nå har startet med kontroller langs kystlinjen. Samtalen dreier seg mye om samfunnets regulering av bygg generelt og av bygging i kystsonen spesielt. Tømreren kommenterer ikke soverommenes størrelse i samtalen med gruppen. Da det blir en liten pause, tar forskeren ordet.

Video, 24.02.10, bånd 2, 6:00-6:45.

Forsker: Kan jeg få spørre om hvor store de minste soverommene er? [uklart]
Daniel: Vi hadde ikke peiling – vi bare tegnet noe
Hilde: Vi hadde ikke (uklart) til rommene
Tømrer: Få se – dere har tegnet det inn i 1:50 her (snakker mens han tar fram reduksjonsstaven, finner målestokken på staven og måler bredden, se figur 13)… I dette tilfelle er det bare en femti (1,5) så det er litt lite. Cirka seks kvadrat bør du ha altså, men … minimum … gjerne sju også. Men da kan du ha en etasjeseng inn på der. Det mest realistiske her ville vært å dele dette i to rom. (Peker på tre små rom som ligger side om side.)
Daniel: Ja det var det vi hadde tenkt, men så var det de som absolutt skulle ha ett spillerom[76] (Snakker høyere i slutten og snur seg til Jonas og Einar mens jentene flirer.)



Figur 13 Tømrer måler soverom med reduksjonsstav.

Forskeren stiller spørsmålet om soverommenes størrelse på bakgrunn av tegningen som forelå og diskusjonene hun hadde observert to dager før. Daniel og Hilde svarer henne samtidig. Daniel kommenterer at de ikke hadde peiling, de hadde bare gjort noe. Hildes svar «vi hadde ikke … til rommene» der det midterste ordet ikke er hørbart. Det er mulig hun sier de ikke hadde målene til rommene (tolkning ut fra kontekst). Tømreren tar tak i tegningen, finner målestokken de har tegnet i og tar reduksjonsstaven fram. Han finner målestokken 1:50 avmerket på reduksjonsstaven, legger denne på tegningen og måler rommets bredde

[76] Spillerommet var tenkt som et rom der de kan spille dataspill. Alle guttene gav i forkant uttrykk for at de ville ha spillerom, mens jentene og lærer uttrykte skepsis, det var liten plass til et slikt rom, og på hytter skulle det heller spilles brettspill eller kort.

til 1,50, noe han sier høyt uten å bruke måleenhet. Han fortsetter med at det er litt lite, seks kvadrat bør det være, minimum, gjerne sju, da vil det være plass til en etasjeseng «inn på der» også. Han tar små pauser innimellom, og han avslutter med et råd, «det mest realistiske her ville vært å dele dette i to rom», sier han mens han peker på tre små rom som ligger ved siden av hverandre. Daniel svarer at det hadde de tenkt å gjøre, og begrunner avgjørelsen med at de trengte tre rom fordi Jonas og Einar absolutt ville ha spillerom.

«Vi hadde ikke peiling – vi bare tegnet noe» sier Daniel og «vi hadde ikke (uklart) til rommene» svarer Hilde på forskerens spørsmål om størrelsen på det minste soverommet. De posisjonerer seg som elever som vet at de ikke har svaret og som ser at det de har gjort ikke er riktig. Det kan være de oppfatter spørsmålet som kritikk eller som en negativ evaluering av tegningen. Svarene Daniel gir, indikerer valget de har tatt for at de skulle ha en plantegning å vise fram. De har valgt bare å tegne noe. Valget strider mot normene om å regne ut og vite mål før en tegner: normer som Daniel, Hilde og Jonas demonstrerte i planleggingsfasen (se 6.1.1 og 6.1.2). De har erfart kryssende normer der normen om å gjøre ferdig et produkt innen fristen blir valgt framfor normen om å bruke matematisk løsning og «ikke bare tegne noe».

Elevene møter tømreren som en person som analyserer tegningen deres, som kjapt finner hvor store rommene er og som har informasjon om hvor store de bør være om det skal være plass til en seng eller etasjeseng. Han svarer dem raskt på spørsmålene gruppen hadde reist og diskutert i forkant i arbeidet med plantegningen. Samtidig tar han pauser mens han snakker, det kan vise at han tenker og vurderer underveis hvilke muligheter som finnes. Grundigheten hans viser at han tar elevenes tegning på alvor.

Tømreren snakker samtidig om lengde, «en femti», og kvadrat, «cirka seks kvadrat (--), minimum, gjerne sju». Han bruker ikke måleenhet. Det gjorde heller ikke Daniel. Deltakerne i samtalen må tolke ut fra sammenhengene hvilken måleenhet det skal være.

Tømreren beskriver en plassering av en forminsket etasjeseng «inn på» rommet som om de ser inn i en 3D-modell. Senger brukes for å illustrere størrelse på soverommet, noe også Daniel gjorde i planleggingen av romstørrelse. En vanlig seng og en etasjeseng dekker like mye areal. Derfor vil økt areal ha lite å si i forhold til om det er plass til etasjeseng. Men et sju kvadratmeter stort rom vil ha større volum enn et seks kvadratmeter stort rom. Økt areal vil derfor kunne ha betydning i forhold til forskrifter, knyttet til volum og luftutskifting for sove- og oppholdsrom.

I stedet for å regne ut lengden av rommet slik gruppen gjorde, bruker tømreren reduksjonsstav. Denne har minimum seks ulike målestokker inntegnet og den visualiserer forhold mellom flere målestokker. En kan for eksempel se hvor lang en to meter lang seng vil være i målestokk 1:100[77], 1:75, 1:50, 1:25 og 1:20 på samme stav. En må vite eksakt hvilken målestokk en arbeider i for å kunne anvende og nytte verktøyet effektivt. Det holder eksempelvis ikke å si «det doble av 1:100» – en må vite, eller finne ut, at da vil målestokken være 1:50.

Å bruke reduksjonsstav gir hurtig et rimelig nøyaktig svar. Når en har automatisert hvordan reduksjonsstaven skal leses av og brukes, trengs det ikke krevende tankevirksomhet for å finne hvor lang en lengde i en gitt målestokk er i virkeligheten, eller å finne forminskede lengder i en ønsket målestokk. For å kunne bruke redskapet fleksibelt, må en kunne reversere prosesser. En må vite noe om målestokken en arbeider i og kunne forstå og lese av skalaene[78] som er merket av på staven en arbeider med. En må ha kunnskap om arbeid med målestokk for å kunne vurdere resultatene kritisk. Det krever matematiske ferdigheter å bruke en reduksjonsstav fornuftig. Men i daglig virke vil reduksjonsstaven for tømreren være et redskap som kan sammenlignes med å putte data inn i et regneprogram eller bruke kalkulator for utregning. Tømrerens arbeid med målestokk er knyttet til målene for arbeidet hans; effektivitet og nøyaktighet.

Når tømreren snakker om minimumsareal og muligheter for etasjeseng, er tømrerens vurderinger knyttet til regler og forordninger samfunnet har satt. Hans ytringer preges i tillegg av implisitte normer for hvordan en snakker med eventuelle kunder eller lærlinger om muligheter og begrensninger. Samfunnets eksplisitte og tømrerens implisitte normer synliggjøres i kommunikasjonen med elevene, både gjennom at han er mulighetsorientert og «bør»-orientert.

Spillerom ble høylytt diskutert i gruppen i flere omganger (22.02.10 og 24.02.10). Daniel var den som først kom med forslaget om eget spillerom. De bestemte først at det var for lite plass til spillerom, i tillegg til at jentene mente at dataspilling ikke var egnet som «hytteaktivitet». Læreren støttet opp om jentenes protester ved å stille spørsmål til hva hensikten var med å ha en rorbu. Da eleven forstørret plantegningen fra 1:100 til 1:50, gav Jonas, Hilde og Daniel uttrykk for at de etter forstørrelsen av tegningen hadde fått bedre plass. Konsekvensen av dette var et ekstrarom som kunne brukes til spillerom. For elevene virket diskusjonen om spillerom viktig, de brukte mye tid på den i arbeidet med plantegningen (22.02.10). Guttene sa det var nødvendig å ha et rom for

[77] Ikke alle reduksjonstaver (også kalt målestokklinjaler) har 1:100, noe som elevene ble gjort oppmerksomme på. Tømreren forklarte at en kunne bruke linjal med centimetermål i stedet. Reduksjonsstaver selges med ulike serier målestokker inntegnet.

[78] Elevene fikk etter bedriftsbesøk erfaring med reduksjonsstaver fra ulike produsenter som hadde ulik fininndeling på skalaen som elevene måtte lære seg å tolke.

seg selv der de kunne gjøre det de hadde lyst til, og som Jonas sa, der han kunne trekke seg tilbake når han ble lei av å være sammen med familien. Diskusjonen knyttet til spillerom handlet om fordeling av areal, om hva en kan få plass til på 50 m^2. Den handlet også om verdier knyttet til norske tradisjoner om hva som er akseptable aktiviteter i ei hytte[79]. Arbeid med matematikk knyttet til arealbruk ble dermed også en diskusjon om normer og verdier knyttet til fritidsaktiviteter i fritidsbolig. Selv om forslaget om spillerom opprinnelig var Daniels, gir han kameratene, Jonas og Einar ansvaret for at det er blitt tegnet inn. Han viser at han selv ikke vil stå ansvarlig for spillerommet lenger. Dette kan tyde på at Daniel til en viss grad har akseptert at det finnes uskrevne normer knyttet til hyttebruk som læreren og jentene har vært representanter for, og som han underkaster seg i samtale med en voksen fagperson som tømreren er.

Elevene befinner seg i et uryddig landskap av ulike normer som de forholder seg til og tar valg mellom. I utgangspunktet hadde elevene en klar formening om hvordan de burde gjøre arbeidet. Samtidig måtte de forholde seg til tidsfrister og valgte da å skissere opp rom uten å vite hvor store rommene var. Spørsmålet om spillerom var et spørsmål om disponering av tilgjengelig areal, og slik sett et spørsmål knyttet til matematikk. Samtidig var det et spørsmål knyttet til uskrevne normer for hvilke aktiviteter som er akseptable å drive med i ei hytte i Norge. For elevene var diskusjoner og spørsmål knyttet til arealbruk og normer for hytteaktivitet ikke adskilt. De gikk i hverandre og virket på hverandre. Gjennom tømreren møtte elevene også kompleksiteten som finnes i arbeidslivet der matematikk brukes praktisk. Det handler om hvordan en kommuniserer størrelser ved hjelp av tall uten benevning. Det handler om hvordan samfunnets eksplisitte normer og «kundens» ønsker utrykkes i en «kan»- eller «bør/må»-kommunikasjon. Det handler om hvordan redskap anvendes effektivt for å gi hurtig og korrekt svar.

6.1.4 Bevegelse mellom skole og arbeidsliv

Hva kan elevenes bevegelse mellom en skolekultur og bedriftskultur bidra med i forhold til matematikklæring og ny innsikt hos elevene? Skole og arbeidsliv har ulike mål for å bruke matematikk. Før bedriftsbesøket demonstrerer elevene sosiomatematiske normer som blir sett på som vesentlige innenfor matematikklæring. De utfordrer og stiller spørsmål, argumenterer, generaliserer og bruker ulike representasjonsformer (McClain & Cobb, 2001; Yackel & Cobb, 1996). Elevene beveger seg på grensen av hva de klarer og de mister tråden når de kritisk skal vurdere resultatene sine opp mot den praktiske situasjonen. Tømreren demonstrerer en handlingsrettet og

[79] Diskusjonen om spillerom er gjentakende både 22.02.10 og 24.02.10.

løsningsorientert bruk av matematikk der redskap brukes med innsikt om målestokken han arbeider i. Tallene er hele tiden knyttet til det konkrete han måler. Ved å anvende reduksjonsstav får brukeren direkte tilbakemeldinger om mål i målestokken de arbeider i. Samtidig vil bruk av et slikt redskap kunne skjule noe av matematikken som ligger bak. Ved å bevege seg mellom skolens og bedriftens metoder for å løse målestokkproblem, utvikler elevene innsikt i hvordan problemet kan løses generelt i en skolekontekst, samtidig som de ved bruk av reduksjonsstav utvikler en visuell forståelse. I denne bevegelsen er det potensial for å utvikle fleksibilitet og beredskap i forhold til å velge redskap når målestokkproblem skal løses.

6.2 Sosiomatematiske normer i spenningsfelt

I delkapittel 6.2[80] analyserer jeg samtaler som er hentet fra en av de siste øktene i arbeidet med rorbumodellen. Reduksjonsstaven er tatt i bruk i klasserommet. Daniel, Hilde og Jonas bruker den nå med kyndighet. De oppdager når de har valgt feil målestokk på staven. De har fått nye utgaver av bedriftens plantegninger, nå i «riktig» målestokk 1:100, som de bruker aktivt for å finne tekniske mål som de trenger. De opererer i målestokk 1:100 (bedriftstegningene), 1:50 (egen plantegning) og 1:25 (3D-modellen) og de manøvrerer uten store problem mellom disse. Einar og Anne har i liten grad deltatt aktivt i forbindelse med utregning, måling og arbeid med reduksjonsstaven. De har til dels vært tatt ut av klassens undervisning for å delta i et kulturelt skoleprosjekt og til dels valgt bort det som har med matematikk å gjøre når de kunne det. Opptak fra 10.03.10 viser at elevene demonstrerer og hjelper Einar med hvordan han skal bruke reduksjonsstaven. Det blir likevel ikke observert at Einar bruker reduksjonsstaven selvstendig i forkant av samtalene 13.04.10.

De første samtaleutdragene som analyseres nedenfor i delkapittel 6.2.1, foregår mellom elevene Hilde, Daniel, Jonas og Einar. I det siste utdraget er læreren aktiv samtalepartner med Einar, mens resten av gruppen bidrar gjennom lytting og noen innspill.

Einar har tidligere slått fast at han ikke er god i matematikk[81] og han har mottatt mye hjelp fra medelevene i gruppen underveis. Medelevene har fulgt opp lærerens eksplisitt skriftlig og muntlig utrykte norm om at elevene skulle hjelpe hverandre med matematikken i prosjektet (Appendiks 4).

[80] Større deler av delkapitlet har vært publisert i proceedings for NORMA11 (Rangnes, 2012b) og i bok 1 til forskningsprosjektet LIMP (Rangnes, 2012a)

[81] Video 22.02.10: Bånd 1, 35:45, se 5.3.1, tabell 9. Han skal ikke bli tømrer, innforstått i konteksten ligger det at han synes at til det trengs for mye matematikk. Han blir taus når det blir for mye matematikkprat, sier han ikke er flink i matematikk.

6.2.1 Hva kommer først – utføre eller måle?

Gruppen har arbeidet med modellbyggingen i en time før Einar setter seg ned sammen med dem. Dagen før skar han ut en mann og en gutt i arkitektpapp mens de andre i gruppen målte og skar ut vegger til rorbuen. Dagen samtaleutdragene finner sted, fortsetter Hilde, Jonas og Daniel arbeidet med modellen. De lager innvendige vegger og dører. De har lagt ned mye arbeid i å måle nøyaktig med reduksjonsstav for å få rett målestokk. De planla nøye før de skar i den dyre arkitektpappen. Da Einar kommer inn midt i arbeidsøkten, starter han med å skjære på Hildes perm med tapetkniv. Han får klar melding av Hilde at dette skal han ikke gjøre.

Video, 13.04.10, bånd 1, 27:08 – 27:28

Jonas: I dag skal du ikke leke deg, i dag skal du gjøre noe seriøst!
Einar: Jeg skal lage en «dukke» til!
Jonas: Det får du ikke lov til!
(ca. 8 sekunders pause)
Daniel: Einar, hør på Jonas, han er en vis mann!
(Jonas synger på egen melodi: Jeg er en vis mann…)
Under samtalen er Daniel, Jonas og Hilde konsentrert om å lage deler av rorbuen.

Jonas henvender seg direkte til Einar, han sier «du», «ikke leke» og «skal du gjøre noe seriøst». Det ligger en antydning om at det Einar tidligere har gjort, er å leke seg, og at han nå må gjøre noe skikkelig. Han posisjonerer seg gjennom ytringen sin som en som har rett til å bestemme noe over en medelev (Einar). Det er som om han samtidig plasserer medelevens handlinger med å lage dukker i forrige matematikktime som noe uønsket, som noe han ikke har lov til å gjøre. Einar er «jeg»-dominant. Han sier «jeg skal lage en dukke til» og viser tilbake til hva han gjorde i forrige time som Jonas har stemplet som useriøst. Einars svar kan tolkes som i opposisjon til Jonas´ ytring.

Daniel sier at Einar må høre på Jonas som er en «vis mann», og viser på den måten at han støtter opp om Jonas´ sin ytring. Første del er sagt i imperativ form: «Einar, hør på Jonas!» Ved å plassere navnet først, forsterkes inntrykket av at dette er en irettesettelse eller noe en forlanger at Einar følger opp. Det er en direkte henvendelse. Dette er ikke en dialog hvor deltakerne prøver å komme hverandre i møte. Jonas og Daniels ytringer kan oppfattes som monologiske. De er opptatt av eget arbeid og prøver å styre Einar gjennom sine normative ytringer.

Jonas og Daniel språksetter sine meninger om hva som ikke er akseptabelt å arbeide med i matematikktimene, også når de arbeider praktisk med 3D-modeller. Å lage dukker kommer utenom det de ser på som seriøst. Normer for hva som er akseptable handlinger ligger implisitt i deres ytringer. De går ikke inn på vurderingskriterier for hva som er innenfor og utenfor seriøst arbeid i denne konteksten, eller hvorfor disse dukkene ikke har en funksjon i matematikkarbeid. I fortsettelsen er det spor av Einars tolkninger av hva som må gjøres for at det skal være akseptabelt i en matematikktimekontekst; det må måles før det skjæres.

Video, 13.04.10, bånd 1, 28:24 – 28:42

Einar: Kan jeg skjære ut noe viss dere måler da?
Hilde: (Gjør en grimase med munnen før hun svarer.) Måle?
Daniel: Vi vet ikke om vi vil ta den risikoen.
Hilde: Du har jo sånn … Du kan se hvor mange meter han lille «fyren» (dukken) din er.
Einar: OK.
Hilde: Bruk fornuften.
Einar: Fornuft ja, ja.
Jonas: Han vet ikke hva fornuft er en gang.
Einar: Jo! (flirer)

Einar kommer med et forslag til hva han kan gjøre. Men i stedet for å si «jeg kan …» spør han «kan jeg…?» Han ber på denne måten om tillatelse fra medeleven til å skjære. Samtidig uttrykker han et ønske om at andre måler for ham, «dersom dere måler». Han posisjonerer seg som en som trenger hjelp til det matematikkfaglige aspekt ved oppgaven, å måle, men samtidig som en som er i stand til å gjøre det praktiske, å skjære. Ved å ta inn «skjære» i første leddet i setningen, understreker han betydningen av aktiviteten å skjære. Hilde og Daniel gir respons på to ulike deler av Einars ytring. Daniel henger seg opp i at Einar vil skjære, og det vet han ikke om «vi» vil ta risikoen på. Ved å bruke «vi» inkluderer han andre medlemmer i gruppen. Han er i tillegg raskt ute med sin avvisning og har ingen typiske tegn på nøling. Slik viser han ingen tegn på å komme Einar i møte. I dagligtale vil en negativ forventet respons, levert så direkte, bli oppfattet som uhøflig (Femø Nielsen & Beck Nielsen, 2005, s. 72). Hilde gjør først en grimase før hun griper tak i og gjentar ordet «måle», med spørrende tonefall. Hun starter en ny setning, som hun ikke fullfører, starter på nytt igjen og trekker så inn Einar sin «fyr», dukken han hadde skåret ut i forrige arbeidsøkt. Hun sier han kan finne ut hvor mange meter dukken er. Hennes svar er ikke et foretrukket svar ut fra Einars perspektiv. Gjennom grimasen, som kan signalisere at hun trenger tid før hun svarer, og sin gjentakelse og nøling underveis, viser hun en vilje til å komme Einar i møte. Ved å vise til at han kan måle dukken han har laget, gir hun ham mulighet til å matematisere arbeidet sitt. Hun gir «dukken» legitimitet i forhold til matematikken i prosjektet de arbeider med. Einar sier OK, men Hilde fortsetter med et imperativ: «Bruk fornuften». Hilde er svarende på flerstemmigheten i ytringen til Einar. Hun svarer på hva han kan gjøre og gir et oppdrag. Hun er også svarende på ytringen «hvis dere måler» der hun indirekte sier nei. I «bruk fornuften» ligger det også en flerstemmighet – den normative oppfordringen som ofte finnes i oppgavediskursen (Mellin-Olsen, 1996). *Les oppgaven nøye før dere spør om hjelp*, kan anes bak ytringen. Det kan også ligge en indirekte avvisning som støtter opp under medelevenes stemmer, de som implisitt sier vi ikke vil hjelpe deg. Einar gjentar Hildes ytring «bruk fornuften». Usikkerhet i forhold til flerstemmigheten i Hildes ytring kan ligge i denne gjentakelsen. Jonas sin påstand om at Einar ikke vet hva fornuft er, gir lite åpning for Einar til å spørre om hjelp. Einar blir sittende passiv. Han ser på de andre som er travelt opptatt med å sette sammen de ulike delene av bygningen.

Det er flere normer som er i spill i dette korte utdraget. Det kan se ut for at Einar synes det er greit at andre tar seg av matematikken mens han kan utføre praktiske oppgaver. I normer for gruppearbeid er det oftest akseptert at en fordeler arbeid mellom seg. Det kan være denne normen som ligger bak Einars spørsmål om de andre kan måle mens han skjærer. Daniel er avvisende, og i dette tilfellet kritisk evaluerende når han bedømmer Einars bidrag som uønsket. For Daniel ser det ut til at fokuset er på to normer. Den ene er at en skal måle før en skjærer, noe han demonstrerer i egen praksis. Den andre er at produktet skal være bra. Det siste kan skinne igjennom i kommentaren «vi vet ikke om vi vil ta den risikoen». Han trekker inn de andre gjennom «vi», noe som understreker dette som noe han mener er en norm han har felles med resten av gruppen. Når det gjelder Hildes sosiomatematiske norm, kan det tenkes at hun har tatt opp i seg lærerens norm om hvordan en skal hjelpe i matematikk. Å gi svaret eller utføre operasjonene for andre, er ikke nok for at den som spør skal lære og forstå. En må selv utføre operasjoner for å lære. Samtidig avviser hun å hjelpe ved sin ytring «bruk fornuften». Hildes sosiomatematiske normer spriker ved at hun både viser et ønske om å komme Einar i møte og oppfordrer ham til å måle selv, samtidig som hun indirekte avviser å gi ham redskap for at han skal klare å løse oppgaven. Slik kan det se ut som hun delvis følger opp medelevenes avvisning av Einars bidrag.

Læreren kommer bort og setter seg ned sammen med elevene, ved siden av Einar og spør ham hva han har gjort. Einar svarer ærlig: «ingenting». Læreren svarer med et spørsmål om hva han har lyst til å gjøre. I fortsettelsen blir konflikten rundt Einars ønske om å lage en dukke til, kommentert av Daniel. Læreren spør om dukken er i målestokk. Hun tar opp reduksjonsstaven og måler mens hun snakker.

Figur 14. Læreren demonstrer måling av dukken ved bruk av reduksjonsstav.

Video, 13.04.10, bånd 1, 33.10-33.30
Lærer: 1,60 – 70 – 80, 1,80 med håret
Einar: Yes, 1,80 det er …
Lærer: Ja, det er vanlig mannestørrelse det! Han er ikke spesielt stor –
Einar: Yes!
Hilde: Går han gjennom døren?
Lærer: En dør skal i hvert fall være to meter høy.
Hilde: Ja men jeg tenkte på bredden [uklart] skuldrene?
Lærer: Å ja, hvor brei han er, over skuldrene (måler) Han var breiskuldra! Han er 60 cm! (Vendt mot Hilde før hun snur seg mot Einar igjen.) Han har trent litt vekter da, tror du det? Ja ja hva er jeg? (Tar hendene sine på skuldrene og viser bredden på egen skuldre).
Einar: (Tar hendene på sine skuldrer slik som læreren).

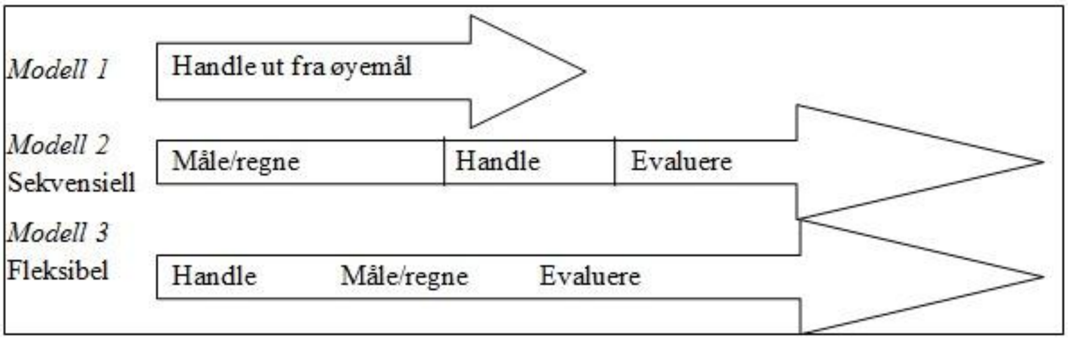
Hilde sitt forslag om matematisering etter at figuren er skåret ut, blir av læreren bekreftet som en framgangsmåte for å gi figuren både matematisk og funksjonell mening. Læreren teller høyt oppover fra 1,60 mens hun bruker reduksjonsstaven slik at Einar kan se hvordan hun finner målene. Einars utbrudd, «yes, 1,80 det er», tyder på at han får en positiv bekreftelse på at dukken har en størrelse i forhold til virkeligheten som er akseptabel for ham. Lærer overtar midt i Einars setning og bekrefter at dette er vanlig mannstørrelse uten å være spesielt stor. Einars positive utbrudd som «yes! 1,80 det er ..» og etterpå «yes!» når lærer bekrefter størrelsen på mannen som akseptabel, indikerer at han ikke var trygg på resultatet. Mens Hilde arbeider med sitt, bryter hun inn med spørsmålet «går han gjennom døren?». Hun viser på denne måten interesse for om dukken er funksjonell i forhold til rorbuen de bygger. Læreren svarer i forhold til dørens høyde, og sier den i hvert fall er to meter høy. Logisk sett skulle det derfor ikke være noe problem. Hilde signaliserer med et «ja, men …» at det ikke var høyden hun tenkte på. Og hun reformulerer deretter spørsmålet til å gjelde bredden og skuldrene. Jeg ser dette som en oppklarende ytring i forhold til lærerens tolkning av spørsmålet om mannen går gjennom døren. Læreren viser med sitt «å ja» at hun ser Hilde sitt poeng, bredden på mannens skuldre må ses i forhold til døråpningens bredde. Hun måler bredden av mannens skuldre til 60 cm og relaterer til reell bredde ved å kommentere at han må ha trent vekter. Hun prøver deretter å relatere målene til egen skulderbredde, noe som etterfølges av at Einar speiler lærers gester. Han viser et engasjement i samtalens innhold både gjennom de positive utbruddene og gjennom gestene.

Etter denne sekvensen, snakker læreren og Einar sammen om ulike lengder på dukken, blant annet at han er 30 cm brei over hoften, at han må ha små bukser som kanskje må sys inn. Læreren kommenterer at buksene ser ut til å henge litt langt ned, hvorpå Einar svarer at fyren «sagger». Målene blir hele tiden relatert til virkeligheten og mulige praktiske tolkninger av målene. De ler mens de arbeider, og Hilde og Jonas iakttar arbeidet deres og flirer sammen med dem.

Læreren demonstrerer sine sosiomatematiske normer i denne samtalen. Det første er at hun stiller seg undersøkende til Einars «dukker» som er litt på siden av oppdraget elevene har fått knyttet til rorbu. Hun bedømmer ikke disse som irrelevante, men prøver å gi dem mening sammen med Einar. Hun leder videre inn til koordinering om mening knyttet til målestokk. Samtalen åpner opp for bidrag også fra Hilde som slik blir med på meningsdanningen. Læreren viser hvordan hun skaper mening i målene gjennom hele tiden å relatere dem til virkelige mål og egne kroppsmål. Dette er en norm som elevene også møtte hos tømreren (se 7.1.2.) (Rangnes, 2011b). Når læreren begynner å undersøke og matematisere «dukken», vet verken Einar eller læreren hva som er svarene. Ingen av dem vet hvor undersøkelsen ender. Å våge å bevege seg i ukjent landskap sammen som lærer og elever, kan også være en sosiomatematisk norm, som både må skapes og næres gjennom å våge å initiere og delta i slike samtaler (Alrø og Skovsmose, 2002). I møte med lærerens matematiske praksis møter elevene her normer som fokuserer mer på undersøkelse enn på å være kritisk evaluerende (Johnsen-Høines, 2009).

6.2.2 Modeller for sosiomatematiske normer i funksjon

En kan stille seg kritisk til om samtaleutdragene som er analysert er spesielle for matematikkundervisning. Handler det virkelig om sosiomatematiske normer? Kunne det for eksempel handle om generell mobbing? I gjennomgang av samtaledataene fra prosjektet finner jeg at Daniel, Jonas og Hilde helt fra start var tydelige på at det var matematikk de arbeidet med. Derfor måtte alt matematiseres og måles før de kunne gjøre de praktiske oppgavene. I tillegg hadde de selv erfart at bare å gjøre noe kunne ende med feil mål, slik som når soverommene ble for små (se 6.1.3). I en tidligere samtale (video, 10.03.10, 1:52), mimret Jonas og Hilde om hvordan de bygde modeller med melkekartonger og doruller i barneskolen. «Det ble jo bare veldig feil, vi tok jo bare melkekartonger og …», sa Hilde. De demonstrerte en bevissthet om at i rorbuprosjektet måtte de tenke og arbeide både i forhold til bedriftens krav om realistiske modeller og i forhold til matematikklæringsfokuset. Også samtalen med læreren i etterkant understreket at det som skjedde i denne episoden, skjedde fordi det var matematikktime. Hadde dette vært en formingstime, ville Einar «vært kongen», hevdet hun ut fra sitt kjennskap til elevene. I fritiden var Jonas og Einar kamerater og da var det Einar som organiserte de kreative prosjektene de hadde sammen, argumenterte hun. Dette støtter antakelsen om at startpunktet i konfrontasjonen mellom Einar og resten av gruppen er et spørsmål om hva en har lov til eller hva en kan tillate seg, og hva som kan verdsettes som aktivitet i matematikk knyttet til en realistisk kontekst. Jeg ser dette i relasjon til de sosiomatematiske normene som er i spill mellom elever og lærer. Dette betyr ikke nødvendigvis at Einar sin forståelse av hva som er akseptabelt å gjøre i matematikktimer, er så veldig annerledes enn medelevenes oppfatning. Ved å bevege seg fra bare å ville skjære en figur, til å spørre om han kan få skjære etter at de andre har målt, viser han at han kjapt «leser» og aksepterer sine klassekameraters vurderinger. Hva som stopper ham fra å gjøre det som ser ut til å være en «korrekt» framgangsmåte, kan se ut til å være hans manglende ferdigheter i måling og bruk av reduksjonsstav. Dette gir han utrykk for eksplisitt kort etter det siste samtaleutdraget. Fra elevers og lærers ytringer ser jeg tre ulike modeller for framgangsmåter som er i spill:



Figur 15. Tre modeller for normer for praktisk arbeid i matematikk

Modell 1 representerer Einars startpunkt hvor det er OK å arbeide ut fra øyemål. Det er en begrensning kun å bruke øyemål både i forhold til modellbygging og matematikklæring. Da elevene var på besøk i byggefirmaet, understreket både læreren og tømreren at tømreren ofte brukte vurderinger basert på sin erfaring i praktiske situasjoner. Tømreren kan gjøre dette på bakgrunn av innsikt i når bruk av øyemål er mest hensiktsmessig.

Modell 2 representerer Jonas og Daniels arbeid og deres evaluerende utsagn om seriøst arbeid. De antyder en sekvensiell modell. En må gjøre beregninger og måle før en handler, og deretter evaluere det en har gjort, og så finne om resultatet er fornuftig.

Modell 3 er en fleksibel modell, som først blir først presentert av Hilde, så av læreren. De refererer til muligheter for å bruke øyemål, matematisere og vurdere resultat i forhold til virkelige mål. Denne modellen er ikke sekvensiell. En kan starte på ulike steder og likevel være innenfor normene for å arbeide med matematikklæring. Da blir Einars start med å bruke øyemål og så skjære, en mulighet for matematikklæring i stedet for en blindvei. Slik fleksibilitet er viktig i praktisk bruk av matematikk i arbeidslivet. En tømrer må for eksempel være fleksibel i forhold til når han kan bruke øyemål, når han må være nøyaktig og når han bør gjøre overslag. Det har betydning for bedriftens produktivitet og kvalitet at en tømrer har en slik fleksibilitet. Jeg antar at en slik fleksibilitet også er nyttig i et matematikklæringsperspektiv. Sosiomatematiske normer som fremmer fleksible framgangsmåter er inkluderende og kan møte elever som tenker utradisjonelt (Gorgorió, et al., 2001). Å akseptere fleksibiliteten som går fram av modell 3, kan virke til læring ved at en lytter og ser på andres framgangsmåter, og også til styrking av argumentasjon for egen fremgangsmåte i møte med andres.

Konfrontasjonen mellom Einars og gruppens sosiomatematiske normer, gjorde Einar til en passiv tilskuer. Det blokkerte for videre læring. Lærerens demonstrasjon av sine sosiomatematiske normer når hun var i interaksjon med Einar og gruppen, åpnet opp for matematikklæring og koordinering av hvilke handlinger og rekkefølge på handlinger som kan være akseptable i matematikklæring. For Einars del åpnet dette for en fortsettelse. Han fikk en ny mulighet til å lære å arbeide med målestokk[82]. Også for resten av gruppen åpnet det for læring ved at de ble presentert for andre fremgangsmåter i matematikk enn sine egne. Normen for hva som var akseptabel framgangsmåte ble utvidet.

Normer utvikles gjennom praksiser og i fellesskap med andre. Når praksisen endres, vil normer for hva som er og ikke er akseptabelt kunne koordineres. Individene bidrar med sine bakgrunner og sin forståelse for hvordan praksisen skal forstås og hvilke normer som gjelder innenfor praksisen. I fellesskap brytes individuelle oppfatninger om normer mot hverandre, før nye kan dannes. Et samarbeid med bedrift for å lære matematikk ser jeg som en endring av matematikklæringspraksis. Denne skaper et koordineringspotensial knyttet til sosiomatematiske normer som åpner for utviding av handlingsrepertoaret i matematikklæringspraksisen.

6.3 Normer i skole og bedrift

Wedeges (2006, s. 217) beskrivelse av matematikk i arbeidslivet (praktiske virksomheter), gjenfinnes i elevenes arbeid med rorbuene. Hun beskriver hvordan tallene brukt i arbeidslivet ofte har måleenheter eller henviser til noe annet enn seg selv. Problemstillingene konstrueres og arbeidstakeren må gjerne selv framskaffe tallene. Når problemene skal løses er det gjerne mye «støy» i form av forstyrrende elementer. Teknologien kan ofte være med på å bestemme arbeidsoppgaver og

[82] Etter samtaleutdragene gav Einar uttrykk for at han ikke kunne regne med målestokk og fikk hjelp av læreren til å lage skisse av en seng i riktig målestokk ved hjelp av reduksjonsstav. Dagen etter laget han møbler selvstendig der han aktivt brukte reduksjonstaven.

strukturere disse. Å løse oppgaver er en felles sak, en samarbeider. Elevenes arbeid med praktisk matematikk vil samtidig bære preg av at de befinner seg i en skolekontekst. Aktiviteten knyttet til rorbuen er konstruert for at elevene skal lære matematikk, et mål elevene viser de er innforstått med. Det er veldokumentert at det Wedege kaller situasjonskonteksten (Wedege, 2006) er med på å prege hvordan oppgavene blir løst i og utenfor matematikktimer (Carraher, et al., 1985; Cooren, 2010; Lave, 1988). Det finnes mange forklaringsmodeller for hvorfor situasjonen preger måten en løser oppgaver på. Forklaringsmodellene er bestemt av de teoretiske perspektivene en baserer studien på (Evans, 1999). Jeg velger her å knytte forklaringene til implisitte og eksplisitte normer. Handlinger (også språkhandlinger) styres av hva en tror forventes av en i den språkbrukssfæren en befinner seg i. Forventingene kan knyttes til «riktige» måter å løse oppgaver på, relatert til målene for virksomheten en er i. Handlingene styres også av reservoaret en har for å løse problemer innen sfæren en er i. Reservoaret kan bestå av både språklige ressurser og andre aktuelle redskaper.

I arbeidet med rorbuene arbeider elevene med størrelser og forholdstall. Størrelsene kan være lengder, areal og kubikk. Hvilken måleenhet en opererer med blir i liten grad uttrykt eksplisitt av deltakerne. Dette gjelder både i samtaler mellom elevene og på skriftlige plantegninger. Dette gjelder både blant elevene og i bedriften. Av tre rorbutegninger fra bedriften er det bare en som har påtegnet lengder i virkelige størrelser med benevning, og det kun på to yttervegger (se Appendiks 5). Elevenes tegning har avtegnet mål på yttervegger. Det er lengder av veggene slik de er tegnet på plantegningen de har skrevet i centimeter. De skriver ikke lengden av veggene i virkelig størrelse. Plantegninger er en sjanger som hører til innen byggefirmaets språkbrukssfære. Det finnes eksplisitte normer for hvordan en markerer lengder på plantegninger. Det er en sjanger ansatte i byggefirma kjenner, kan bruke, og utfordre, uten at det blir misforståelser av det. For elevene er plantegninger en til dels ukjent sjanger. For dem ble det utfordrende å skulle forholde seg til de ulike måleenhetene, til normer for hvilke mål som skrives på plantegningen, og for hvordan målene skrives. At elevene skrev centimetermål på lengdene av veggene slik størrelsen var i målestokk 1:50, kan være medvirkende til at de slet med å holde fast på at arealet av rorbuen i virkelig størrelse var den samme, selv om målestokken ble doblet. En hindring for elevenes tolkning og arbeid med størrelser på plantegningen, var deres manglende erfaring og kjennskap til plantegning som sjanger.

Elevene var i stor grad selv med på å konstruere egne problem, og de fant tallene de skulle regne med underveis slik det er vanlig i arbeidslivet. Underveis i denne prosessen hadde elevene diskusjoner som vil kunne oppfattes som støy i forhold til matematikklæring, eksempelvis debatten de hadde om spillerom. Når elevene lager egne problemstillinger knyttet til prosjekter utenfor skolen, vil også sosiokulturelle normer bli aktualisert og koordinert. Det dreier seg om fordeling av goder, som om hvordan arealet skulle fordeles og hvem som skulle tilgodeses. Skulle guttenes ønske om eget rom til å spille data oppfylles, eller skulle jentenes ønske om felles sosiale aktiviteter i stuen styre planleggingen? Normene for hva som var akseptabel aktivitet i fritidsboliger er som regel underforståtte som del av norske hyttetradisjoner, men dette ble her eksplisitt diskutert. Sosiokulturelle og samfunnsaktuelle normer var også samtaleemne i elevenes samtale med tømreren. Tømreren tok opp problemstillinger som ikke hadde direkte med matematikk å gjøre, som for eksempel ulovlig bygging i strandsonen. Elevene møtte politiske stemmer i tømrerens utlegning og svar. Diskusjonene var aktuelle og hadde potensial for interessante diskusjoner med matematisk argumentasjon. Eksempelvis ble en slik debatt aktualisert av Dagbladet (04.05.10) like etter at elevene hadde arbeidet med rorbuprosjektet. Der hadde avisen laget matematiske modeller som belyste hvor mye strandsone det fantes per person i ulike fylker og hvordan bygging i strandsonen hadde økt særlig i fylket der elevene bodde[83]. Potensialet for å diskutere normer, også sosiokulturelle, med mulighet for å bruke og vurdere matematisk argumentasjon, var til stede, selv om det ikke ble gjennomført i dette elevprosjektet.

På arbeidsplassen er matematikk kun en liten del av arbeidsoppgavene. Noen ganger er det nødvendig å bruke matematikk for å løse arbeidsoppgaver. Andre ganger ligger forholdene til rette for å bruke matematiske ideer og teknikker som Wedege (2006) beskriver det. Sammenhengen bestemmer hvilke teknikker som skal brukes. For tømreren var reduksjonsstaven et selvsagt redskap for å løse målestokkproblem. Det var et redskap han brukte fleksibelt i samtalen med elevene. Før elevene møtte tømreren, løste elevene oppgavene ut fra at de var deltakere i skolens matematikklæring. De valgte å bruke algebra som de nylig hadde lært. De var spørrende og undersøkte hverandres perspektiver og de argumenterte matematisk. Normene innenfor ulike språkbrukssfærer kan være rimelig stabile. Det kan gjøre det vanskelig direkte å overføre en matematikk-«teknikk» fra et bruksområde til et annet. Tar en i bruk et redskap på et nytt sted, vil det skapes noe eget. Det vil mer være snakk om en transformasjon enn en

[83] Dagbladet 4. mai, 2010, bruker matematikk i sin argumentasjon på førstesideoppslaget mot den store utbyggingen som finner sted i strandsonen: Strandsonen minsker – stadig flere får bygge. Inne i avisen blir utbygging av rorbuer i enkelte vestlandskommuner problematisert med bruk av matematiske modeller (Sandli, Johansen, Stang, & Flåthe, 2010) (se også kapittel 9.2.2).

direkte overføring. Arbeidsmåtene elevene møter hos tømreren blir en del av reservoaret elevene kan gjøre seg bruk av i matematikktimene. I slutten av rorbuprosjektet har bruken av reduksjonsstav blitt en del av normen for hvordan arbeide med målestokk i matematikktimene[84]. Redskapet blir en støtte for at Jonas, Daniel og Hilde kan følge sine sosiomatematiske normer som sier at en «ikke bare kan gjøre sånn og sånn», en må måle først og vite hva en holder på med. Det kan sees som en hybridisering av normer fra skolematematikken og arbeidslivsmatematikken (Akkerman & Bakker, 2011). Å bruke reduksjonsstav har blitt del av normen for hvordan en arbeider med målestokk innen matematikklæringskonteksten i gruppen. Det er denne normen som blir utfordret når Einar lager figurer ut fra øyemål og vil skjære ut noe som andre har målt.

Forventing om samarbeid er en norm som Wedege (2006) beskriver at kan være typisk for oppgaveløsing i arbeidslivet. På arbeidsplasser der samarbeid står sterkt, er det gjerne samarbeid på grunn av ulik spesialisering. Flere kompetanser trengs for å gjøre ferdig et produkt. Skal en produsere en rorbu, vil en trenge tømrere, snekkere, rørleggere og elektrikere. De som er «mester» har med lærlinger som også bidrar i produksjonen. Planlegging i forkant er nødvendig og alle blir medansvarlige for produktet. Det er viktig at produktet er funksjonelt, følger kundens ønsker og kan godkjennes av myndighetene. Feil kan være dyre og få til dels store konsekvenser.

I elevprosjektet med rorbuene er samarbeidet knyttet til læring og vurdering. Målet om matematikklæring gjennom den praktiske aktiviteten er blitt innprentet både skriftlig og muntlig. Elevene har fått beskjed av læreren om at de skal lære av hverandre og de skal vurderes ut fra felles produkt og prosessen de har vært med i. For elever som ønsker å gjøre arbeidet skikkelig slik Hilde, Jonas og Daniel gir uttrykk for, blir det viktig å gjøre arbeidet ut fra det de tror er forventet av dem. Daniel og Jonas gir uttrykk for at det er viktig å lage et fint produkt som skal lages ut fra en sekvensiell prosess der en måler og tegner før en skjærer. De aksepterer ikke Einars bruk av øyemål[85] som seriøst og de setter spørsmålstegn ved Einars kompetanse. Daniel og Jonas gir uttrykk for at de ikke ser seg tjent med Einars arbeidskraft. Dette på tross av at Einar viser vilje til å bidra og, som læreren forteller meg senere, ellers er den som leder an når han sammen med Jonas driver med kreative

[84] Det var ikke nok reduksjonsstaver til alle gruppene, derfor måtte de av og til arbeide uten. Fikk de velge valgte elevene å bruke reduksjonsstaven.

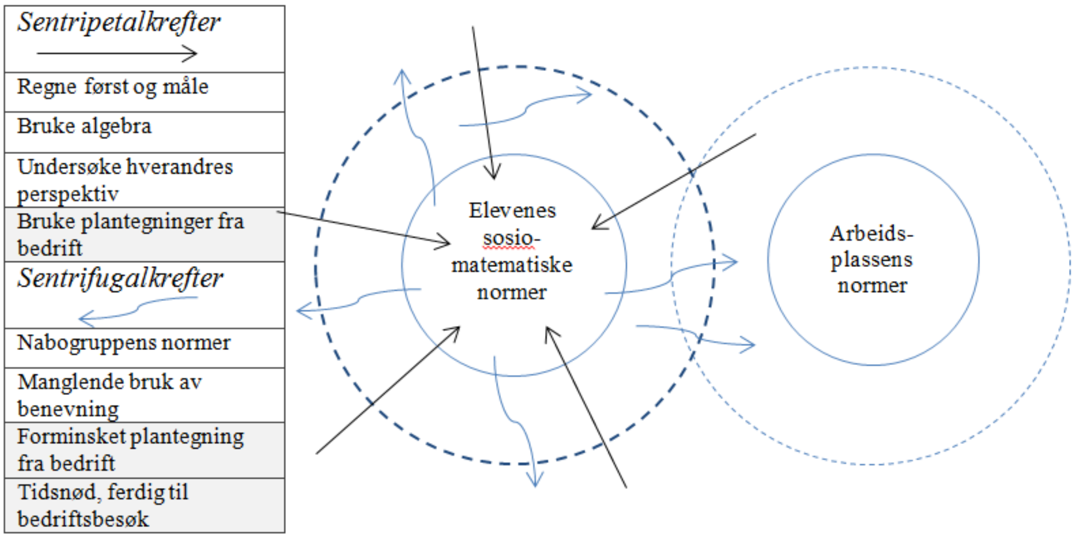
[85] Øyemål eller på slump, er noe Daniel tidligere har sagt at han bruker når han skulle blande vann og såpe (22.02.10), bånd 1 (se 5.3.1. tabell 9.) Han bekrefter i en samtale med meg (17.03.10), bånd 2, at han mener det også er en form for måling, men ikke så «avansert» som han uttrykker det.

prosjekter i fritiden. Normen om å samarbeide står i konflikt med deres normer for hvordan det skal arbeides innen matematikk for å få god vurdering. Hilde og læreren viser vilje til å gå Einar i møte ved å matematisere «dukkene» han hadde laget på øyemål. De undersøker sammen med Einar funksjonaliteten «dukkene» kan ha i forhold til rorbumodellen. De demonstrerer noe av det samme som tømreren møtte elevene med da han tok elevenes plantegninger på alvor. Han bidro til å skape mening i det som var gjort uten at de, som de selv uttrykte det, hadde «peiling». Han gav elevene muligheten for fortsettelse gjennom sine forslag og konkretiseringer slik lærerens samtale med Einar gir Einar støtte til å lære å måle med reduksjonsstav.

6.3.1 Ulike krefter i aksjon

Sentripetalkraft og sentrifugalkraft-modellen til Bakhtin (1981) kan gi en visuell forestilling om hvordan normer virker på hverandre. Å spørre, argumentere og finne matematiske løsninger før en kan tegne noe, var sosiomatematiske normer Hilde, Daniel og Jonas demonstrerte i starten. Setter vi sosiomatematiske normene som de prøver å holde fast ved i sentrum, virket normen om å gjøre arbeid ferdig innen tidsfristen som sentrifugalkraft bort fra sentrum.

I figur 16 har jeg tegnet en modell der jeg prøver å beskrive hvordan sentripetalkrefter og sentrifugalkrefter virker på elevenes arbeid før de er på bedriftsbesøk.



Figur 16. Sentripetal- og sentrifugalkrefter knyttet til elevenes sosiomatematiske normer.

I forkant av bedriftsbesøket virker arbeidsplassens normer, som aksept for manglende benevning, tidsfrist og bruk av plantegninger, både som sentrifugal- og sentripetalkrefter i forhold til elevenes sosiomatematiske normer.

Tømrerens demonstrasjon av å måle i etterkant for så å justere tegningen, går bort fra en tenkning om en rett måte å løse oppgaven på.

Samtidig, når tømreren gav dem et hjelpemiddel for å kunne løse oppgaven gjennom måling med reduksjonsstav, virker bruken av reduksjonsstav som sentripetalkraft knyttet til normen om å finne målene før en tegner. Einars øyemål utfordrer denne normen. Hilde og lærerens møte med Einars tilnærming, virker igjen som motkraft i forhold til Jonas og Daniels sekvensielle tenkning. Gjennom prosessen skjer en bevegelse, normen for hvordan en skal løse praktiske problem med matematikk forflytter seg grunnet krefter som virker i ulike retninger. Det er i slutten ikke selvsagt at en må tenke sekvensielt.

6.4 Oppsummering

Gjennom samarbeidet med bedriften ble undervisningen i matematikk knyttet til praktiske matematikkaktiviteter. Dette representerer et brudd i undervisningsform som åpnet muligheter for å koordinere både sosiomatematiske og sosiokulturelle normer. Ved å synliggjøre og være eksplisitt om normer i og utenfor skolen, gis muligheter til å koordinere og kritisk reflektere over normene i bruk. Matematikk blir en aktivitet knyttet til andre aktiviteter. Rammene får konsekvenser for hvordan elevene arbeider med matematikk og hva som kan aksepteres som matematikkaktiviteter. Koordinering av normer gir innsikt i hvordan ulike målsetninger for arbeidet virker inn. Dette kan åpne for en mer fleksibel arbeidsprosess i arbeid med matematikk. Det foregår en kritisk refleksjon over resultater. Størrelser blir eksempelvis hele tiden relaterte til virkelige størrelser. Planlegging og tallene de opererer med har betydning – de kan få konsekvenser. Jeg finner at elevene utvikler beredskap for å utføre adekvate handlinger for å finne svar, og de utvikler beredskap til kritisk å vurdere resultat.

7 Flerstemmighet og dialogisitet

Samtalene i dette kapittelet analyseres i forhold til flerstemmighet og til hvordan elevene posisjonerer ytringene i forhold til skole og bedrift (7.1). Elevene får motstridende forslag til hvordan modellen skal bygges, og havner i en valgsituasjon.

Delkapittel 7.2 er syntese av analysene. Jeg ser etter potensial for kritisk læring i elevenes læringsløype mellom skole og bedrift. Jeg knytter dette til mulige kvaliteter ved læring når elevene befinner seg i et spenningsfelt. Dette ses i sammenheng med Alrø og Skovsmose sin (2002) beskrivelse av læring mellom dialog, intensjon, refleksjon og kritikk.[86]

7.1 Rorbuens form, realistisk eller forenklet?

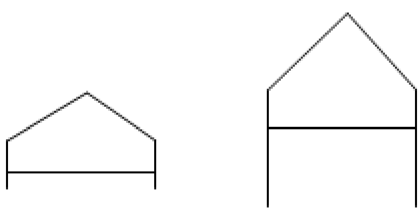
Kapittelet inneholder samtalesekvenser fra tre situasjoner. Det er elever fra samme gruppe som er involvert, men hvilke elever som deltar varierer. Før samtalen gruppen har med tømreren er det Anne og Hilde som snakker om hvordan rorbumodellen skal se ut i 3D. De tenker ulikt om hvordan modellens form skal være. Like etter har hele gruppen en samtale med tømreren der formen elevene har planlagt blir problematisert. I siste sekvens i 7.1.3 er det Daniel og Jonas som vurderer om de skal bygge tømrerens realistiske modell, eller lage en enklere versjon som læreren foreslo da de startet opp. De må selv vurdere mulighetene og bestemme seg for hvilken løsning de skal gå for.

7.1.1 Rorbuens form

Anne trenger informasjonen om plantegningen av rorbuen da hun ikke har vært til stede under gruppens arbeid med skissen. Hun spør Hilde om underetasjen og får høre at de ikke skal ha to etasjer, de skal kun lage øverste etasje.

Dato: 24.02.10: Video, bånd 1, 38:05-38:15.

Anne: Blir det ikke slik med bare en etasje da? (Former først en etasje med hendene) og ikke sånn (for deretter å forme en rorbu med to etasjer med skråtak):



Figur 17 Silhuetten av rorbuen slik Anne viser den vil se ut med en og to etasjer.

[86] Kapittelet bygger på paper på CERME7 (Rangnes, 2011a) og store deler av kapitlet er publisert i forskningsprosjektet LIMP sin bok nr 2 (Rangnes, under utgivelse)

Hilde: Vi skulle visst ikke lage tak på sa «lærer». Vi skulle bare … Tenkt deg en skoeske, sa hun (viser til lærer). (Former en imaginær skoeske med hendene.)
Anne: Ok. Jeg ser for meg en skoeske. (Former skoeske med hendene)

Samtalen mellom Hilde og Anne må sees i lys av samtalen med tømrer som er nært forestående og som de forbereder seg til. Spørsmålet Anne stiller er knyttet til hennes erfaringer med rorbuer. Hennes spørsmål, «blir det ikke slik med bare en etasje da?», der hun simultant tegner rorbu fra sideperspektiv, kan sees som ett innlegg til diskusjon. Hennes realistiske modell med to etasjer og tak som bygger på hennes erfaringer blir et motargument mot en kunstig lav modell med kun en etasje uten hensyn til skråtak som gruppen har tegnet. Kroppsspråket tydeliggjør argumentasjonen hennes når hun former de to ulike modellene for å vise hvordan det ser ut med en og to etasjer med tak. Hilde responderer med å formidle forenklingen læreren har gjort, det skal ikke være tak på, de kan se for seg en skoeske. Valget mellom de to modellene har betydning i forhold til arealbruk. En etasje med skråtak vil ha mindre bruksareal enn en som kun har rette vegger. Valget får betydning for fortsettelsen.

Hilde har vært aktivt med på å lage plantegningen til rorbuen. Hun har vært i diskusjon med læreren og medelever om hvordan modellen skal være og har eierforhold til plantegningen. Læreren har tidligere gitt uttrykk for at de skal lage en forenklet modell. Når Hilde sier «Vi skulle visst ikke lage tak på sa «læreren». Vi skulle bare … Tenk deg en skoeske, sa hun (viser til læreren)», så låner hun lærerens ord. Hun posisjonerer seg i skolen der læreren har myndighet til å bestemme hvordan elevene skal gjøre arbeidet. Hildes ytring inneholder flerstemmighet. Hun tydeliggjør lærerens stemme ved å si «sa læreren». Bak den forenklede skolebaserte skoeskemodellen som læreren blir stående som representant for, kan en igjen skimte foreldres, kollegers og politikeres stemmer om effektivisering: matematikktimer skal brukes til å regne, ikke til masse praktisk aktivitet. En kan til og med få et glimt av en liten avstand mellom lærerens og Hildes stemmer siden Hilde tar et lite forbehold, «vi skulle visst ikke ... vi skulle bare...». Ved å trekke inn «vi» er også de andre i gruppen eller klassen inkludert. Slik kan en skimte diskusjonen mellom læreren og elevene som har vært forut for lærerens og elevenes avgjørelse. Flerstemmigheten gjenspeiler i dette tilfellet dialogisiteten mellom tidligere ytringer. Men Hildes ytring må også sees i lys av nåtid og framtid. Anne og Hilde befinner seg på bedriften og samtidig er de i en matematikklæringssammenheng. Det er like før de skal snakke med tømreren. En kan tenke seg at Hilde vurderte mulige svar Anne kunne kommet med, før hun trakk inn lærerens ytring som argument. Hilde vet at Annes familie har en rorbu. Det kan tenkes at Anne kunne ha gode argument for å protestere mot en forenklet modell.

Hildes svar, der hun bruker læreren som autoritet, kan derfor være påvirket av Annes mulige realistiske motargumenter. Anne og Hilde er også i en situasjon der de må forberede seg på møtet med tømreren. Læreren har tidligere beskrevet ham som eksperten som de skal søke råd hos og få vurdert tegningene av. De kjenner ham ikke, så de står foran et møte med det ukjente. Samtalen mellom Hilde og Anne kan ha blitt preget av det kommende møtet. Før møtet med tømreren kan de ha sett det som lurt å bli enige og stå sammen om en modell.

7.1.2 Realistisk modell

Samtaleutdragene i dette delkapittelet er fra Daniel, Einar, Jonas, Hilde, og Anne sin samtale med tømreren. Elvene har lagt fram plantegningen sin og står rundt et bord der tegningen studeres. Tømreren innleder samtalen.

Dato 24.02.10, Video, redigert bånd, 00:00-00:30
Tømrer: Hva har dere?

Tømreren ser på tegningen og leser høyt de forskjellige rommene elevene har tegnet. Blant disse rommene er det et spillerom for dataspill. Elevene har en opphetet diskusjon om hvorvidt et slikt rom hører til i en rorbu. Bruk av gulvareal, arealbegrensninger og spesielle interesser som dataspill er elementer som er med i diskusjonen. Tømreren lytter til elevene mens de diskuterer, snakker høylytt og viser at de er svært uenige seg imellom. Tømreren går ikke inn i konflikten, men leder oppmerksomheten over på kjøkkenet:

Tømr: Dere har plassert kjøkkeninnredningen hovedsakelig ut under kneveggen. Der kan dere få underskap, men ikke overskap.

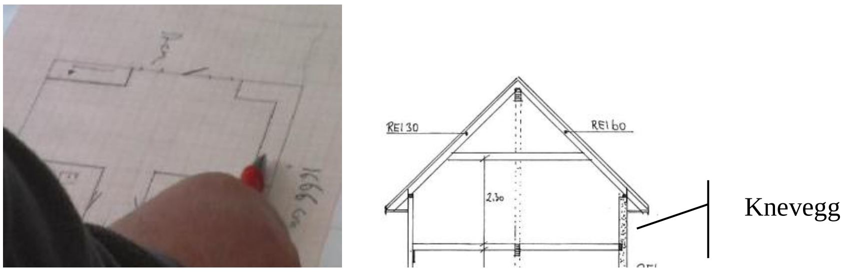


Fig 3: Tømrer peker på underskap ut fra kneveggen.

Daniel: Det var litt sånn … (peker på plantegning fra bedrift)
Anne: … vi så på den (viser til del av en arbeidsskisse som lå på bordet)
Tømr: 60 cm kommer underskapene ut. (Tar tommestokken og måler 60 cm ut fra kneveggen, merker av på tegnebordet.) Så du kan stå og vaske opp der ei stund til (henvendt til Anne som står nærmest kneveggen under skråtaket i rommet vi er i)… Men ikke så lenge. Slik at kjøkkeninnredningen bør helst være plasseres litt mer, så hvis dere hadde vridd det
Jonas: Kan vi ikke heller tegne det litt mer sånn da (peker)
Tømr.: Jo, der (tar blyanten). Jeg tror jeg ville tatt, sette kjøkkeninnredningen bortover sånn (samme plass som Jonas foreslo).

Tømreren starter med å spørre eleven hva de har å vise ham. Dette spørsmålet er åpent og fokuserer på elevenes bidrag. Så ser han raskt over tegningen, før han fokuserer på kjøkkenet. Kommunikasjonen er både muntlig og skriftlig. Tømreren leser og gjentar høyt elevenes skriftlige bidrag. På denne måten viser han interesse for og forsterker elevenes bidrag til dialogen. Han påpeker at elevene ikke har tenkt over konsekvensene av skråtaket og kneveggene. Tømreren fokuserer på en problemstilling han har lagt merke til, heller enn å argumentere for hvem som er ansvarlig for et kontroversielt rom elevene har inkludert i tegningen. Fokuset synliggjør tømrerens realistiske tilnærming til modellen; den må være såpass funksjonell at det må være mulig å bygge en reell rorbu i full størrelse ut fra tegningen. Dette støtter den realistiske tankegangen til Anne. Som en respons til tømrerens ytring, refererer Daniel og Anne til en arbeidstegning de har fått fra bedriften. Kanskje de prøver å gi bedriften litt av ansvaret for hva de har gjort gjennom denne referansen? De forsvarer hva de har tegnet som om de har oppfattet tømrerens tilbakemelding evaluerende. De posisjonerer ytringene bakover i tid, til det som er tenkt og gjort. Tømreren lar seg ikke merke med hva det er de sier. Han fortsetter med å kommunisere gjennom en kombinasjon av ord og handlinger. Kjøkkenbenken vil komme 60 cm ut fra kneveggen. Han bruker en meterstokk for å demonstrere fysisk hvor langt ut benken vil komme, og hvor lavt under taket det vil være der. En voksen person vil ikke være i stand til å stå oppreist. Han snakker her med faglig autoritet og konkretiserer til noen som skal lære. Dette kan ses som en mester–lærling-situasjon. Samtidig peker han på konsekvenser av valg, noe han ville gjort som kundeveileder for noen som skal bygge et hus eller en rorbu. Han viser framover mot mulig løsning, en kan vri på kjøkkenbenken. Tømrerens ytringer er også fremtidsrettet, han viser hvordan han ville gjøre det. Han viser til muligheter og til hva som ikke er mulig i elevenes plantegning. I tillegg bruker han språklige dempere som «bør helst være plassert litt mer» og «hvis dere» (Lindfors, 1999, s. 119). Slik gjør han plass for flere stemmer enn sin egen. Når tømreren forteller dem at de kan snu benken litt, er Jonas raskt ute med å foreslå en konkret plassering som involverer å snu kjøkkenbenken 90 grader. Tømreren sier seg enig i dette med et enkelt «Jo, der» og legger til «Jeg tror jeg ville …». Slik viser han at dette er hans mening, men at han åpner for at andre kan mene noe annet.

Elevene valgte i dette utdraget å posisjonere ytringene sine på ulike måter. Ytringene til Daniel og Anne, «det var litt sånn..» og «vi så på den» mens de pekte på arbeidstegningene fra bedriften, er defensive. De bruker tegningen fra bedriften for å forsvare valgene som er tatt. De posisjonerer seg som elever som blir evaluert i møtet med tømreren. Det er spor både fra skole og bedrift i elevenes forsvar. «Hvis dere hadde vridd på det», svarer tømreren. Svaret hans peker framover. Jonas sitt svar, «kan vi ikke heller tegne det litt mer sånn da (peker)» viser at han gjør som tømreren; han velger å se fremover mot mulige løsninger. Spenningen finner sted i møte mellom ulike måter å se plantegningen på. Elevene har forholdt seg til plantegningen uten å ta hensyn til romlige konsekvenser av skråtak. Under planleggingen i forkant plasserte de kjøkkenbenken et sted hvor de hadde tilgjengelig gulvplass. Det er ikke uvanlig at kjøkkenbenker plasseres langs en yttervegg i «vanlige» hus uten knevegger. Tømreren med sin erfaring med å planlegge innredninger i rorbuer, møter elevene med sin romlige og realistiske forståelse av tegningen. Gjennom argumentasjon knyttet til overskap og eksemplifisering ved å bruke Annes høyde, blir det tydelig at han ikke ser for seg noen skoeske. Han tar tegningen deres på alvor, og den skal være realistisk.

7.1.3 Dialogisitet i samtale om valg av modell

Dette siste utdraget finner sted omtrent en måned etter besøket hos bedriften. Imellomtiden har elevene øvd på å konstruere vinkler på 90 grader ved hjelp av passer og linjal, samt måle og tegne vinkler ved hjelp av vinkelmåler.

Før utdraget oppdager Jonas at de må velge om innerveggene skal skrå oppover inn mot midten eller om de skal ha en skoeskemodell der alle innerveggene er like høye som kneveggen. Daniel synker sammen i skuldrene og slipper blyanten mens han sier «nei».

Dato: 17.03.10, Video, bånd 1, 27:40 – 29:30

Jonas: Skal den bli høgere og høgere?

Daniel: Jaa… han går jo på skrå opp igjennom. Men sa ikke læreren at vi ikke skulle ha det da?

Jonas: (…) At det bare går liksom her til? (Peker på toppen av kneveggen).

Daniel: Det blir jo lettest å lage da. Vi spør læreren!

Deretter setter de sammen ytterveggene mens de diskuterer og demonstrerer med hendene hvordan de ser for seg modellen.

Daniel: Ja men da er det hvis du har et skap her sant, så kan jo det være høyere enn veggene? Og det vil se litt dumt ut. Det går skrå …

Figur 18. a) «Viss du har et skap der sant»

Figur 18. b) «Skrå»

De snakker om hvordan veggene skrår og hvordan de må kappes horisontalt i toppen for å få en liten hems. Daniel har argumenter for begge modellene. Han påpeker at et skap mot veggen vil se ganske dumt ut, som vist i figur 18 a).

Daniel: Ja men da er det hvis du har et skap her, sant, så kan jo det være høyere enn veggene? Og det vil se litt dumt ut. Det går skrå …

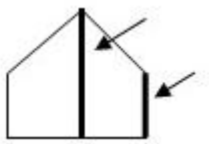
Så modererer han seg litt ved å legge til at det er enklere å lage modellen som læreren har fortalt dem om, altså skoeskemodellen. Likevel går Daniel tilbake til argumentet med skapet (Figur 18 b):

Daniel: Men da må de jo skrå, da må vi lage rett (riktig) vinkel på alle, det er jo et helseslit.

Jonas spør forskeren om hva de må gjøre. Forskeren svarer med at hun ikke vet hva læreren har sagt. Daniel kommenterer: «Nei for hun sier litt forskjellig, hun» [87].

Læreren kommer inn:

Jonas: Hvordan skal innerveggene være?
Daniel: Skal vi ha skråtak på de (innerveggene)?
Jonas: Skal det være skråtak her oppe eller skal det gå rett bortover?
Daniel: Det blir litt dumt for hvis du skulle ha et skap sant, som skal passe i forhold til skråtaket.
Læreren: Hva har dere lyst til?
Daniel: Det er jo lettest hvis … men det er jo bedre med skråtak.
Jonas: Nei, det er vanskelig (Daniel bekrefter).
Læreren: Er det vanskelig?
Daniel: Du må jo vite vinkelen på …
Læreren: Ja, eller høyden her og her så vil jo den skrå automatisk.



Figur 19. Læreren peker på høydene elevene trenger.

Jonas og Daniel oppdager selv valget de må ta, de klargjør hva de synes ser lettest ut (skoeskemodellen) og hva de synes ser best ut (kneveggmodell). Læreren er ikke til stede fysisk i starten, men stemmen hennes er til stede i guttenes ytringer. De to guttene gir uttrykk for at de ikke helt vet hva læreren mener – hun har sagt de skulle lage skoeskemodell, samtidig gir de uttrykk for at hun sier litt forskjellig. Lærerens mening har betydning. Selv om hun startet med rådet om å lage en skoeskemodell, har læreren også vært i bedriften og hørt tømrerens kommentarer om å ta hensyn til skråtak i planleggingen. Elevene kan ha oppfattet at også læreren beveger seg mellom de ulike tenkningene i skole og bedrift. Det kan se ut for at hun nå ikke har en bestemt mening om hvordan modellen skal se ut. Jeg finner støtte for dette i en tidligere

[87] Det er ikke første gang Daniel diskuterer med gruppen og læreren om valg av modell. Dette temaet var gjentatte ganger oppe til diskusjon etter bedriftsbesøket. Læreren har ikke gitt dem et svar om hva de må gjøre, hun har latt spørsmålet stå åpent.

samtale. Like etter bedriftsbesøket (10.03.10, lydopptak: TM, 38,45), luftet Daniel problemet med møbler og skap i relasjon til skråtak med læreren. Han fikk ikke noe bastant svar om hvilken modell de skulle velge.

Daniel: Vi gjør det vanskeligste! (Den realistiske modellen)
Læreren: Det er mest avansert, og mest læring i det.
Daniel: Og da får vi bedre karakter!
Læreren: Nei det sa ikke jeg.

Læreren kobler å velge vanskeligste løsning til læring. Daniel viderekobler dette til sammenheng med vurdering og karakter. Læreren benekter at hun har sagt noe om sammenheng mellom valg av løsning og karakter. Gjennom lærerens svar, kan elevene velge modell uten å tenke på at valget vil ha en direkte sammenheng med karaktervurdering. Elevene har fått et reelt valg, men det kan se ut for at de ikke har mot til å ta valget uten å vite at læreren aksepterer det.

Samtalen med læreren blir innledet med fire spørsmål før læreren slipper til. Den starter med et åpent spørsmål om hvordan innerveggene skal være, det fortsetter med presisering av om det skal være skråtak eller om det skal gå rett bortover. De synliggjør for læreren hvilke valg de står overfor, en skoeskemodell eller kneveggmodell. Daniel trekker så inn skapet. Dersom innerveggene er i knehøyde, og skapet er tilpasset skråtak, vil det se dumt ut. De demonstrerer innsikt i problemstillingen. Daniel tenker konsekvenser i forhold til et romlig perspektiv. Daniel og Jonas posisjonerer seg som elever og spør læreren som en autoritet, samtidig som Daniel argumenterer mot lærerens skoeskemodell. I Daniels argumentasjon kan en finne igjen bruddstykker av tømrerens argument for flytting av kjøkkenbenken. Tømreren sier «der kan dere få underskap, men ikke overskap» mens han viser hvor lavt det ville blitt under skråtaket der underskapet stakk fram. Daniel argumenterer da «hvis du har et skap her sant, så kan jo det være høyere». Begge bruker skap, tømreren problematiserer at de ikke kan ha overskap over kneveggen i tillegg til at det ble lavt under taket for den som skulle vaske opp ved kjøkkenbenken. Daniel bruker skap som argument for at innerveggene skal skrå og ikke være i knevegghøyde. Det kan være et golvskap han ser for seg når han sier «ja men (…) hvis du har et skap her sant, så kan jo det være høyere enn veggene? Og det vil se litt dumt ut». Like etter sier han til læreren «det blir litt dumt for hvis du skulle ha et skap sant, som skal passe i forhold til skråtaket». Det kan være han ser for seg at en kan komme til å plassere et skap som går høyere enn det forestilte taket, om en ikke lager realistiske, skrånende innervegger. Eller det kan være at han synes et høyt skap ved siden av lave innervegger i knehøyde vil se dumt ut. Selv om en kan identifisere tømrerens stemme i

Daniels argumentasjon, har Daniel integrert denne med sin egen stemme, preget av sin forestilling knyttet til rorbuen de lager.

Lærerens oppfølgingsspørsmål, «hva har dere lyst til å gjøre» rommer flerstemmighet. Læreren får fram elevenes stemmer når hun ber dem forklare hva de foretrekker. Daniel argumenterer både for og imot skoeskemodellen, det vil være lettere med skoeskemodellen – men samtidig bedre med skråtak. Han strever med å finne ut hva han vil – lage en enkel eller en realistisk modell.

Læreren gjentar Jonas sin kommentar om at det er vanskelig å lage den realistiske modellen og får dermed vite hva elevene ser på som vanskelig: – å lage vinklene. Når hun responderer på elevenes problem med vinkler, gir hun dem en alternativ måte å lage de skrå veggene på. De trenger ikke konstruere med passer eller bruke gradskive. Når de vet to høyder kan de lage vinkelen de trenger. Læreren gir en praktisk løsning for å lage vinkler. Samtidig kan forslaget om å bruke to høyder for å lage vinkel, tolkes fra et skolematematikkperspektiv, hvor hun åpner opp for et nytt læringsfelt. Hun er inne på egenskaper ved likeformede trekanter, noe som også kan knyttes til trigonometri. Hennes forslag til løsning kan sees som framtidsrettet.
Argumentene elevene har for og imot skoeskemodellen og kneveggmodellen, kan deles inn i kategoriene vist til under:

Tabell 10. Elevenes argumenter for og imot de to modellene

Argument-kategorier:	Ytre autoritet	Visuelt/3D	Arbeids-mengde/ vanskegrad	Problematisering av matematikken involvert
Skoeske-modellen	Læreren sa	Dumt med skap tilpasset skråtak	Lettest	
Knevegg-Modellen	Vi spør læreren	Bedre med skråtak – skap som skal passe til skråtak	helseslit vanskelig	Du må jo vite vinkelen på …

Ved å henvise til hva en mener læreren har sagt, låner en stemmen til autoriteten. Ved å foreslå å spørre læreren, posisjoneres læreren som autoriteten som kan hjelpe dem i å ta valg. Den første kategorien «ytre autoritet» har liten sammenheng med matematisk argumentasjon.

I argumentene knyttet til hvordan «det vil se ut», er det gjenklang fra tømrerens argumentasjon om plassering av kjøkkenbenk under skråtak. Fra tømrerens ståsted har realismen i modeller stor betydning siden modellene skal brukes som utgangspunkt for å bygge reelle bygg. Da kan ikke overskap tegnes slik at de vil stikke ut gjennom taket. For elevene er det skolebestemte målet med å lage modellen å lære matematikk. Om de velger den ene eller den andre modellen, har det ikke konsekvenser for andre. Det ser ut til at Daniel er opptatt av hvordan det visuelt vil komme til å se ut om en plasserer et forestilt skap ved en innervegg. Det kan også tenkes at han engasjerer seg i hvilke konsekvenser det ville fått om det var en reell rorbu som skulle virkeliggjøres.

Når elevene snakker om «lettest» og «helseslit» må dette sees i lys av deres tidligere erfaringer med å konstruere eller tegne vinkler i matematikktimer. Det er strevsomt å konstruere vinkler på alle innervegger når en nylig har lært konstruksjon. De har også lært å bruke gradskive – men bruk av små gradskiver kan også oppfattes som tungvint når alt skal være nøyaktig. Å kopiere vinkler har de og lite erfaring med. Her står de overfor et praktisk og matematisk problem som de ikke har løsningen på.

Dialogen mellom læreren og elevene gir læreren innsikt i elevens vurderinger. Elevene får tilgang til hennes kunnskap om nye måter å tegne vinkler på når de selv ser behov for kunnskapen. Elevenes argumentasjoner, som er en blanding av hvordan skoeskemodellen vil se ut med skap tilpasset skråtak, hva som er den enkleste og vanskeligste modellen å lage og spørsmål om hvordan læreren (som leder) ønsker de skal gjøre, er alle avveininger en vil kunne finne på arbeidsplasser knyttet til prosjekt. I den åpne dialogen mellom læreren og elevene får flere forestillinger plass, en finner gjenklang av stemmer både fra skole og bedrift. Det er ikke matematikken i seg selv som har fokus. Elevene er opptatt av å lage et produkt, en rorbu som skal se bra ut og være realistisk. Matematikk er ett av flere redskap som anvendes for å produsere. Matematikk inngår i avveiinger en må foreta.

7.2 Flerstemmighet og dialog – mulighet for læring

Hilde og Anne sin samtale starter som en balansert samtale mellom to elever som posisjonerer seg ulikt. Anne har erfaringer med rorbuer siden familien hennes eier en rorbu, mens Hildes kunnskap har referanse fra diskusjoner med gruppen og med læreren. Balansepunktet flytter seg i det Hilde posisjonerer seg selv i en skolesammenheng og refererer til læreren som ekstern autoritet. Det ville være vanskelig for Anne å argumentere både mot lærerens autoritet i Hildes utsagn og gruppen som var representert i Hildes «vi». Dette gir lite rom for fortsettende undersøkelser av muligheter.

I samtalen mellom tømreren og elevene, blir samtalen dominert av tømreren. Han viser samtidig stor interesse for tegningene elevene har laget. Elevene er på tømrerens hjemmebane, og de diskuterer tegningen sin med en ekspert. På mange måter snakker tømreren til elevene slik han ville gjort med kunder, ved å påpeke problem og vise til mulige løsninger. Men elevene har ikke den makten en kunde eller en kjøper ville ha hatt, derfor finnes ikke en balanse som ville vært mellom ekspert og kunde. Likevel er elevenes stemme tydelig til stede gjennom tegningen som er utgangspunktet. Samtalen kan beskrives best som en mester/lærlingssamtale der mesteren er undersøkende i forhold til lærlingenes produkt og gir gode råd for fortsettelsen.

I samtalen mellom Jonas, Daniel og læreren, er elevene engasjerte i å finne en løsning på et problem. Jonas og Daniel spør etter lærerens mening samtidig som de er argumenterende i forhold til løsningene de må velge mellom. Skap, som først ble introdusert som overskap og underskap av tømreren, blir brukt som argument mot skoeskemodellen. Skoeskemodellen blir sett på som enklere. I Daniels argumentasjon finner vi gjenklang av både tømrerens og lærerens stemme. Læreren er i samtalen med Jonas og Daniel utforskende i forhold til deres perspektiv. Hun holder ikke fast på sin opprinnelige skoeskemodell. Hun har også vært i bedriften og hørt tømreren gi tilbakemeldinger på tegningene der elevene fikk beskjed om å ta hensyn til skråtak. Ikke bare spør hun hva elevene vil, hun er også utforskende til hva elevene synes er vanskelig. Samtalen utvikles som en undersøkende dialog hvor deltakerne utforsker hverandres perspektiver, der det er likeverdighet mellom deltakerne.

De ulike samtaleutdragene har ulike formål og kvaliteter. Første samtale mellom Anne og Hilde, fungerer som en avklarings- og informasjonssamtale. Samtalen med tømreren demonstrerer aspekter som elevene ikke hadde tenkt over før – de møter nye tanker om å tenke tredimensjonalt i planleggingen og får råd som de tar med seg videre. Plantegningen deres blir rettet opp ut fra rådene de får. Formålet med elevenes samtale med læreren, er avklaring om hvilket valg de skal ta. Denne samtalen utvikler seg til å bli en reell dialog der læreren er undersøkende til elevenes perspektiv.

Samtalene fant sted i et spenningsfelt hvor deltakerne ble konfrontert med ulike mål for bruk av modeller. Elevene måtte dermed gjøre valg. Å lage rorbuer kunne ha vært et prosjekt i matematikktimer uten at andre utenfor skolen ble involvert. Det hadde vært enklere. Læreren, sammen med elevene, kunne hatt styring med hva som skulle gjøres og hvordan. Tømrerens stemme skapte uro da hans realistiske konsekvenstilnærming ikke passet med forenklingene som var foretatt. Flerstemmigheten fikk rom. Forskjellene mellom skolen og bedriften gav deltakerne mulighet til å se en gang til på valg. Det som fungerte i en skolesammenheng fikk et kritisk blikk utenfra. I møte med andre kan en se seg selv, og ved å møte andres tanker og kjempe med dem, kan en få innspill som er med på å forme egen tenkning, som Bakhtin (1981; 2005, s. 36) utrykker det. Dette åpner for flerstemmighet, men gjør samtidig verden mer kompleks.

Som lærer mister en noe av kontrollen over hva elevene skal gjøre og lære. Som elev får en innsyn i kompleksiteten. En får innsikt i alle hensyn en må ta i arbeidslivet, der matematikk brukes som redskap og ikke er i sentrum for matematikklæring som i skolen. «Støyen» kan gi potensial for refleksjon om forskjeller og likheter mellom å arbeide med matematikk i skolen og i arbeidslivet. Det er ikke slik at matematikk en lærer i skolen, nødvendigvis er den samme matematikken som brukes i arbeidslivet. Skole og bedrift har ulike kulturer og ulike målsettinger som har betydning for hvordan en bruker matematikk. Dersom en mener at utdanning skal engasjere elever i ulike kulturelle, tradisjonelle og sosiale diskurser for å lære ulike stemmer (Matusov, 2011), vil møter med tradisjoner utenfor skolen og deltakelse i disse, ha betydning. Det ligger et potensial for å utvikle fleksibilitet med hensyn til å velge løsninger og redskap, argumentere for det og vurdere bruk, når en møter alternative måter å tenke på.

I tilfellet som er analysert i dette kapittelet, er lærerens stemme tydelig til stede i flerstemmigheten. Det er viktig for at situasjonen skal ha læringspotensial knyttet til matematikklæring. Læreren sitter med matematikkunnskap som elevene skal møte, forholde seg svarende til, og selv ta i bruk. Spenningsfelt mellom lærerens og tømrerens stemmer, der elevene erfarte motsigelser og inkonsekvenser, dannet muligheter for læring (Alrø & Skovsmose, 2006a). I spenningsfelt må en ta stilling, gjøre valg, vurdere mulighetene, og se dem i forhold til sammenhenger en arbeider inn under. Dersom målet er å lære en spesiell kunnskap, som for eksempel å konstruere vinkler, kan et spenningsfelt som elevene opplevde å være i, for noen oppfattes som forstyrrende. Men dersom målet er at elevene skal utvikle selvstendighet og lære å vurdere ulike muligheter for løsning, kan flerstemmighet i et spenningsfelt oppfattes positivt. Når en lærer matematikk, lærer en også noe om sammenhenger matematikk brukes i, enten det er i skolen eller på en arbeidsplass. Det må være en målsetning at elevene lærer å kritisk vurdere argumentasjon i virksomheter der matematikk brukes, ut fra virksomhetens mål. Elevenes deltakelse i flerstemmige dialoger knyttet til ulike språkbrukssfærer, kan danne spenningsfelt som grunnlag for kritisk refleksjon om hvordan matematikk praktiseres i og utenfor skolen. En tro på at elevene skal lære matematikk i praksiser utenfor skolen som direkteoverføring til skolematematikken, kan være forenklende. Det kan tåkelegge faglige forskjeller mellom skolefaget og yrkeslivsfaget. Det kan føre til at både elever og læreren blir skuffet over læringsutbyttet.

Bevisstgjøring på forskjeller og likheter mellom matematikkpraksiser, og på spenninger som kan finnes mellom dem, kan bidra til refleksjon over hva som kan læres og hvilke begrensninger som finnes i samarbeid med andre virksomheter. Dette kan fremme kritisk refleksjon der sammenhengen matematikken står i, blir tydeliggjort i matematikklæringen både for elever og lærere.

8 «Praktisk» matematikk i skolekontekst

Dette kapittelet er analyser av samtaler siste dag elevene arbeidet med rorbuprosjektet. Utdragene er hentet fra 20 minutters opptak fra en tre timers økt i arbeid med sluttføringen av rorbumodellen. For å få fram konteksten og hovedtrekkene for hva som skjer, velger jeg å gi en oversikt over hendelsesforløpet i innledningen.

Elevene arbeidet med å ferdigstille modellen av rorbuen. Gruppen hadde funnet ut underveis at rorbuen så urealistisk ut med bare øvre etasje, de ville ha en realistisk modell med underetasje. Hilde laget underetasjen som et åpent rom for en båt. Daniel og Anne malte rorbuen for å få bort alle hjelpestrekene etter konstruksjonene. Einar laget seng og nattbord med skuff som inventar tilpasset figurene av mann og gutt som han tidligere hadde laget. Jonas satt en stund og bare så på mens de andre arbeidet. Samtalesekvensene som er valgt ut, starter der læreren og Jonas sammen med resten av gruppen koordinerer hva Jonas skal lage. De blir enige om at han skal lage en flatskjerm, noe som i utgangspunktet ser ut til å være en enkel oppgave. Elevene gjør læreren oppmerksom på at det er diagonalen av TV-skjermen som oppgis som størrelsen av en TV. Dermed oppstår det et matematisk problem: Hvordan skal de finne lengden og høyden på en TV når en vet diagonalen? Daniel foreslår at det må finnes en formel for dette. Læreren introduserer Pytagoras læresetning som redskap for å løse problemet. Det oppstår en situasjon der læreren vet hvor elevene skal, mens elevene, som ikke har hørt om Pytagoras før, følger lærerens instruks og veiledning. Et spørsmål som aktualiseres når læreren besitter kunnskap som elevene skal få innsikt i, er om elevene har mulighet til å ta eierskap til prosess og resultat. For å studere dette vil jeg også undersøke hvilke kvaliteter i samtaler som eventuelt bidrar til å fremme elevenes eierskap.

Jeg søker innsikt i hvilke samtaler elevene inviterer og inviteres til, hvordan de posisjonerer seg i forhold til språkbrukssfærer, og hvordan matematiske tema kommuniseres og realiseres i matematikk knyttet til praktisk arbeid. På bakgrunn av analysene i syntesen, svarer jeg også på om det er potensial for kritisk matematikklæring i samtalene elevene deltar i. Det knyttes til eierskap og refleksjon, til utvikling av beredskap til å bruke matematikk, men også til kritisk å kunne vurdere matematikk som redskap.

Empirien er i 8.1 delt i fem deler og består av transkripsjoner og referat av samtaler som har betydning for tolkning og helhet. Transkripsjonene blir fortløpende kort gjenfortalt og sees i lys av tidligere samtaler og konteksten elevene er i. Deretter analyserer jeg samtalesekvensene med hensyn til invitasjonens betydning for samtalen i 8.2. Det vil si at jeg studerer hvilke samtaler elevene inviterer til og inviteres inn i og hvilke potensial det er for kritisk matematikklæring i samtalene som studeres. Videre analyserer jeg samtalene i forhold til hvordan deltakerne posisjonerer ytringene i ulike språkbrukssfærer i 8.3. Til sist, i 8.4, er utdragene analysert med hensyn til hvordan det matematiske temaet kommuniseres og realiseres.

Analysene knyttes til dialogisitet men vektlegger ulike perspektiv ved begrepet. Analysen i 8.2, knyttes til maktfordeling og kritisk tenkning, i 8.3 vektlegges forhold mellom kontekst og ytringer og i 8.4 vektlegges det å få innsikt i potensialet i forhold til matematikklæring knyttet til hvordan matematiske temaer kommuniseres. Analysedelene er ikke disjunkte. De vil ha sammenheng med hverandre og må derfor sees i sammenheng, noe som sammenfattes i en syntese i 8.5. På grunn av kapittelets noe kompliserte struktur, presenterer jeg en oversikt i en tabell:

Tabell 11: Oversikt over kapittel 8

Kapittel 8: «Praktisk» matematikk i skolekontekst Innledning		
8.1 Presentasjon av data		
8.2 Invitasjonens betydning for samtalen	8.3 Posisjonering i forhold til språkbrukssfærer	8.4 Hvordan matematikk kommuniseres og realiseres
8.2.1-8.2.5 Analyser	8.3.1-8.3.4 Analyser	8.4.1-8.4.5 Analyser
8.2.6 Oppsummering	8.3.5 Oppsummering	8.4.6 Oppsummering
8.5 Eierskap (Syntese av analysene)		

8.1 Presentasjon av data

Dato for opptak: 14.04.2010.
(Hele transkripsjonen kan leses i appendiks 6.)
Deltakere i samtalene er læreren (som kalles Linn når elevene bruker navnet hennes), Jonas, Daniel, Anne og Hilde. Som forsker er jeg til stede og er deltaker i noen av samtalene som foregår.

8.1.1 Sekvens 1: Lage TV, en matematikkaktivitet?

Video (V) (del 1): 29:50-30:45
Lyd, Transcription module (TM): 23:05 – 22:10[88]

[88] (TM): 23:05 angir at det er 23:05 min igjen av opptaket. Avsluttes 22:10 (22:10 min igjen), opptaket er da 55 sek langt.

Elevene sitter i et grupperom. Det er trangt om plassen. Daniel og Jonas sitter på ene langsiden av bordet, Hilde og Einar på andre og Anne på kortsiden. Læreren står bak Einar og har slik mest direkte øyekontakt med Daniel og Jonas.

Jonas kommer med en kommentar om manglende fotballinteresse hos medelevene på gruppen. Læreren spør hva han sa før hun fortsetter.

Video: 14.04.10, 29:50-30:45

Lærer: Hva sa du Jonas.- har du tatt pause du Jonas?
Jonas: Eh Jeg vet ikke hva jeg skal gjøre?
(10 sek. pause med parallellsamtale i gruppen om hva fotball er)
Lærer: Du kunne jo finne deg noe du vil lage til å ha inni huset.
Einar: Ja sant!
Jonas: Det er jeg så dårlig på. (Snakker samtidig som Einar)
Lærer: Da får du øve på det (starter å snakke samtidig som Daniel)
Daniel: Det finnes ikke tre[89] Jonas! Det finnes ikke tre og TV. Lag TV. (Flirer).
Jonas: Jaha (oppadstigende tonefall, flirer)
Lærer: Du, [uklart]
Einar: Lag TV Jonas, det er bare Kan du ikke lage sånn flatskjerm sånn bein (tegner rett vinkel med fingeren på bordet)
Jonas: Hæ?
Einar: Det er bare bein firkant. Du kan lage <u>sånn plasmaTV</u>.
Lærer: <u>Kan du ikke lage sånn flatskjerm</u> som kan henge på veggene da? (oppadstigende tonefall, starter like før Einar avslutter ytringen sin.)
Jonas: Ja men den er jo flat.
Einar: Ja, sant.
Daniel: Nei skal stå på sånt rullebord så skal du lage sånne små hjul han kan rulle på.
Jonas: Neii (flirer)
Lærer: Hmm
(etter ca 4 sekunder)
Jonas: Kan jeg få kni- Nei eh, jeg må jeg tegne (starter på å si ordet kni- som jeg tolker som «kniven»)
Lærer: Du må tegne og måle først (..) Og da er det 32 tommer
Jonas: Hæ?
Lærer: skal du ha 32 tommers?
Jonas: [uklart, overdøvet av Daniel]:
Daniel: Nei, 60, 60! Det har fetteren min! (mens han snur seg til Jonas)

Referat fra fortsettelsen:

Læreren spør om hvor lang en tomme er. Elevene roper ut svar, Daniel og Jonas tipper antall cm, mens Anne sammenligner en tomme med tommelen sin. Læreren svarer nei flere ganger med ulik styrke og ekspressivitet alt etter hvor langt elevene er fra svaret 2,54 cm. Forsker sår tvil om det finnes bare ett svar. Læreren henter lærebok som hun gir til Jonas. Han sier høyt svaret og regnestykket 32 ganger 2,54 før han gjør seg klar til å regne ut. (Transkripsjon, se Appendiks 6 ….)

[89] Kan det være stueplante Daniel mener? Å lage TV ble første gang nevnt i gruppen i bedriften 24.02.10, der de sammelignet det med å lage maleri slik som Rangnes sr. hadde i stuen i sin modell.

Læreren venter ikke på svar fra Jonas på spørsmålet om hva han sa, hun går direkte videre og introduserer nytt tema, om Jonas har tatt pause. Slik setter hun fokus på hans manglende aktivitet. Lærer og elever har stresset at modellene skal være ferdig i løpet av dagen og det er godt synlig at det gjenstår en del arbeid. I lys av dette kan spørsmålet oppfattes som en implisitt kritikk for at Jonas ikke deltar i arbeidet som gjenstår. Jonas svarer ut fra en elevposisjon når han sier «jeg vet ikke hva jeg skal gjøre?». Slik gir han uttrykk for å oppfatte en oppfordring til å gjøre noe i lærerens spørsmål. Læreren responderer med «du kan jo finne på noe du vil lage til å ha inni huset» på Jonas svar. Lærerens respons åpner for mulige valg. Hun gir slik ansvaret tilbake til Jonas.

Jonas´ svar på lærerens åpne oppfordring er at «det er jeg så dårlig på». Han har tidligere vist evne til å lage kompliserte vegger med dører, men da har han hatt klare tegninger å arbeide ut fra. Å lage inventar, krever å starte fra bunn av, både når det gjelder valg av hva en skal lage, hvordan det skal se ut i virkeligheten og hvordan en kan lage den forminska modellen. Lærerens svar «da får du øve deg» kan minne om utrykket «øving gjør mester», et munnhell med lang tradisjon i norsk skole[90]. Det som en er dårlig i kan en øve på. Medelevene kommer med forslag til Jonas. Det de sier mangler er tre og TV. Einar[91] sier det er bare en «bein firkant» og foreslår at Jonas lager en plasmaskjerm. Ytringen er løsningsorientert, og læreren støtter Einars forslag. De sier nesten samtidig flatskjerm og plasmaskjerm som i realiteten er formet som et rektangel. Jonas svarer «ja men den er jo flat», og Einar sier seg enig med «ja, sant». Daniel svarer med å introdusere et bord med hjul under, noe som kan bli vanskeligere å lage enn bare en flat, «bein firkant». Læreren svarer «hmm» og signaliserer at hun tenker før hun svarer. Jonas ber om kniv og ser ut til å ville starte med å skjære, men tar seg i det. Han stopper midt i ordet kniv og sier han må tegne først. Framgangsmåten bekreftes av læreren når hun sier han må tegne og måle først, underforstått før han skjærer i pappen.

Når læreren fortsetter, dreier hun fokuset fra hvilken type TV, til hvilken størrelse TVen skal ha. Skal TVen være 32 tommer? Daniel foreslår 60, ikke henvendt til lærer, men til Jonas. Hans begrunnelse er at fetteren har et 60 tommers TV.

I den direkte fortsettelsen av samtalen i transkripsjonen, spør læreren elevene om hvor lang en tomme er. Elevene roper ut svar. Daniel og Jonas tipper i antall cm, mens Anne sammenligner en tomme med

[90] En bok fra folkeskolen med lang tradisjon i norsk skole het *Øving gjør mester* (Knappen, 1962). Svært mange lærere i norsk skole har vokst opp med denne.

[91] Einars ytring er her posisjonert annerledes (løsningsorientert) enn det en kan se i episoden dagen før, knyttet til dukkefigurene. Der var det han som ikke kunne, og ba om hjelp. Rollene har snudd.

tommelen sin. Når Daniel svarer ti centimeter, svarer hun høyt «Nei!» med først nedstigende og så oppadstigende tonefall, slik at en hører at svaret er langt fra det forventede svaret. Læreren svarer nei flere ganger med ulik styrke og ekspressivitet alt etter hvor langt elevene er fra svaret 2,54 cm. Når Jonas svarer «to komma noe», svarer hun med «Ja». Elevene fortsetter deretter gjette hvilke desimaler som kommer etter to. Forskeren sår tvil om det finnes bare ett svar. Læreren henter læreboken som hun gir til Jonas. Han sier høyt 2,54 og deretter regnestykket 32 ganger 2,54 før han gjør seg klar til å regne ut. (Appendiks 6, transkripsjon, utdrag B).

8.1.2 Sekvens 2. Hvordan måles en TV?

V: 31:45 – 33:05
TM: 21:08 – 19:50
Like etter at elevene har fått oppklart hvor lang en tomme er, spør læreren om hvordan en TV blir målt.

Lærer: Vet dere hvordan TVen (…) blir målt? Hva er de 32 tommene – er det lengden?
Daniel: Nei det er skrått! (avbryter malingsaktiviteten og viser det med høyre armen, den tas opp og ned gjentatte ganger på skrå opp til høyre)
Lærer: det er skrått ja
Jonas: Diagonalt!
Lærer: Diagonalen? Jeg visste ikke det! Jeg spør dere jeg!
Jonas og Daniel: Det er diagonalen (rolig svarende)
Lærer: Min tekniske … Aaaah! Hvordan skal du finne det ut Jonas? (Overdrevent fallende tonefall) Nå har du fått en oppgave. Nå må du tegne deg en modell. (liten pause, 4 s.)
Daniel: det *er* jo en eller annen formel for å finne diagonalen. (Han har stoppet med malingen før han sier noe, legger trykk på «*er*» og ser på læreren mens han snakker. Noen elever stikker hodet inn døren og spør læreren om noe. Daniel får ikke svar.)
Einar: Du vet hvordan modeller ser ut – sant?
Daniel: Du, Linn, det er vel en eller annen formel når en får diagonalen?
Lærer: Hm? (Forstyrrelse utenfra.)
Når læreren går ut, fortsetter Jonas og Daniel samtalen.

(V32:40, TM 20:13):
Jonas: Fy fader hvordan skal jeg klare å finne det ut da
Daniel: Ja men det er sikkert en formel for det en eller annen vei
Jonas: Ja men da trenger jeg en eller annen eh linjal og her er kalkulator

Når læreren stiller spørsmål om hvordan en TV blir målt, foreslår hun selv at den måles ved lengden i spørrende tonefall. Daniel svarer momentant og høylytt: «nei, det er skrått!», og forsterker svaret med en gest der høyre armen gjentatte ganger peker opp på skrå mot høyre. Læreren parafraserer Daniels svar «det er skrått ja». Jonas bruker det matematiske begrepet «diagonalt». Læreren gir uttrykk for at dette visste hun ikke. «Jeg visste ikke det, jeg spør dere jeg» kan sees som hennes forklaring på hvorfor hun spurte dem om hvordan en TV blir målt. Det var ikke ment som et kontrollspørsmål, det var et reelt spørsmål.

Jonas og Daniel svarer da igjen at det er diagonalen, men da i rolig tempo og lavere tonefall. Ikke som i sted da Daniel svarte høylytt «på skrått» med gjentakende gester.

I fortsettelsen viser læreren gjennom sitt «Aaaah!» at hun oppdager et problem eller kanskje heller en mulighet, som hun gir videre til Jonas «hvordan skal du finne ut det Jonas?». Med overdrevet tonefall understreker hun at her har hun en utfordring til ham. Ved å si han kan tegne en modell, gir hun Jonas et sted å starte.

Daniel svarer på utfordringen Jonas har fått med å si, «det *er* jo en eller annen formel for å finne diagonalen». Ved å legge trykk på «er» kan utsagnet oppfattes som en konstatering av at det må finnes en formel for å finne diagonalen. Han vet lengden av diagonalen. Det er sidelengdene på TVen som mangler. Like etter omformulerer han ytringen sin til et spørrende utsagn: «du Linn, det er vel en eller annen formel når en får diagonalen?» At ideen om en formel gjentas og omformuleres, forsterker inntrykket av at formel er noe han vil diskutere med læreren og få hennes hjelp til å undersøke.

Einars ytring: «du vet hvordan en modell ser ut sant?», er svarende på lærers innspill om å lage modell. Dagen før trengte Einar hjelp av læreren til å tegne en modell av en seng. Det kan være at han ser på det å lage modell som utfordringen læreren har i tankene og at det er noe han kan hjelpe Jonas med[92]. Læreren blir snakket til og hentet ut av grupperommet av elever fra andre grupper. Verken Daniel eller Einar får svar av læreren på sine innspill.

Når læreren har gått ut viser Jonas følelser og engasjement gjennom utbruddet «fy fader». Han fortsetter med et spørsmål til Daniel om hvordan han skal klare å finne ut av «det». Hva «det» er, er uklart. Daniel svarer «ja, men» et uttrykk som forbereder en på at det kommer et motargument. Svaret hans «det er sikkert en formel en eller annen vei» kan være en støtte til Jonas kommende prosjekt med å lage TVen og viser en tro på at det innen matematikk finnes en løsning.

8.1.3 Sekvens 3, «Da kan du bruke Pytagoras»[93]

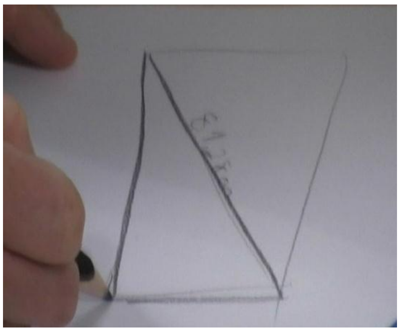
V: 33:05 – 34:51
TM: 19:50 – 18:00

[92] Dagen før posisjonerte Einar seg som den som trengte hjelp og Jonas som den som hadde kontroll, kap. 6.2.

[93] Pytagoras innføres etter planene på denne skolen på 10. trinn, for dem to år fram i tid.

Når lærer kommer inn i grupperommet igjen, forteller Jonas at diagonalen skal være 81,28 cm. Læreren og Jonas bekrefter at det er lengden på en 32 tommers skjerm, og at 32 tommer er lengden som er valgt på TVen som skal lages.

Lærer: 81,28 cm. Så (..) skal han, han skal ikke være helt (…) eh kvadratisk sant?
Jonas: Nei.
Lærer: Nei. Da vet du den ene her, sant. (Trolig tegner eller peker hun, men det sees ikke på videoen p.g.a. kameravinkel)
Daniel: Skal ha widescreen!
Lærer: (Tegner opp et rektangel og trekker diagonalen slik at det i rektangelet er to rettvinklede trekanter.) Og så vet vi noe om den vinkelen der og den vinkelen der – Sant? Hvilken geometrisk figur blir dette her (Tegner omrisset av den ene trekanten i rektangelet, se fig. 20)
Daniel: (hvisker til Jonas) Trekant.
Jonas: Trekant.
Lærer: Ja, hvilken trekant?
Jonas: en en sånn der rettvinkla!
Lærer: en rettvinkla trekant: (tegner symbol i hjørnet.) Men da kan du bruke Pytagoras (…). Men (…) (Daniel henger over arket som læreren og Jonas arbeider på).
Daniel: He he – vi står bare her og ser dumt på hverandre.
Lærer: Men du kan bestemme den ene lengden selv (Peker på lengste katet). Og så kommer den (peker) av seg selv.
Jonas: åja (nedstigende tonefall, litt utydelig)
Lærer: For det som er at den den katet (stopper midt i ordet) dette er hypotenusen sant og dette er en katet og dette er katet (peker). Pytagoras sier at katet i andre pluss katet i andre er lik hypotenus i andre (skriver $K^2 + K^2 = H^2$). Så åttien komma tjueåtte (lengden av hypotenusen) i andre er lik den (peker på katet$_1$) i andre pluss den (peker på katet$_2$) i andre. (Skriver på ny linje = $81{,}28^2$). Når du bestemmer den ene så kommer den andre automatisk. (Hun finner fram kalkulatoren, ser deretter ned på tegningen og står i 24 sekunder uten å si noe. Jonas ser vekselvis på arket og på læreren.)
Daniel setter seg på stolen sin og går i gang med sitt eget arbeid underveis i lærerens forklaring. Forskeren spør om Daniel vet noe om forhold mellom sidene når det er widescreen[94]. Han svarer at han ikke vet.


Figur 20 Skisse TV med diagonal

[94] Widescreen har ikke et bestemt forholdstall. Format større enn 4:3, blir kalt widescreen og på TV-skjermer er en vanlig standard 16:9.

I starten av samtaleutdraget gjentar læreren lengden av diagonalen i cm og starter på et spørsmål. Hun omformulerer spørsmålet underveis, fra i begynnelsen å være en konstaterende ytring «så skal han» til en spørrende ytring med negasjon, «han skal ikke være helt … eh kvadratisk sant?» Når Jonas svarer «nei», gjentar læreren «nei» og sier at «du vet den ene her, sant» og går videre med å presentere resonnementet sitt. Daniel referer til widescreen etter at læreren har tatt opp TVens form som «ikke helt kvadratisk». Dette blir ikke fulgt opp av læreren og Jonas.

Læreren fortsetter samtalen med Jonas og tegner skisse av et rektangel med diagonal (figur 20). Hun påpeker at en vet noe om vinklene i et rektangel og spør Jonas om hvilken geometrisk figur det blir (halve rektangelet delt av diagonalen).

Daniel hvisker «trekant» til Jonas. Han viser i mange samtaler at han ser på Jonas som en likeverdig, en som kan mye og som er en sparringspartner når de arbeider med problem (se kap. 6.1). Det er derfor lite sannsynlig at han ser på Jonas som en som trenger hjelp av ham for å svare på dette spørsmålet. Læreren viser ved neste spørsmål «hvilken trekant» at hun vil fram til et mer spesifikt svar og får til svar at trekanten er rettvinklet. Læreren responderer positivt ved å parafrasere svaret. Hun går videre til en konsekvens dette har: «Da kan du bruke Pytagoras». Daniel har tatt pause fra aktiviteten han egentlig holder på med. Han henger over arket som læreren og Jonas arbeider på. Det virker som om Daniel og Jonas leser signaler som læreren har gitt gjennom spørsmål – svar – og responssekvenser og at de oppfatter at læreren vil fortelle noe viktig. Læreren introduserer Pytagoras. Hun formidler at en kan bestemme den ene lengden selv og «så kommer den andre automatisk». Hun presenterer ikke en formel, hun forteller heller ikke hva Pytagoras´ læresetning er. Hun formidler bruksområdet til Pytagoras læresetning, hvordan den kan være til hjelp i problemet de står overfor. Først etter å ha presentert hva Pytagoras kan bidra med i forhold til problemet de prøver å løse, presenterer hun formelen og skriver starten på en ligning ved å skrive opp $81{,}28^2$ på høyre side av likhetstegnet. Daniel fortsetter med arbeidet han tidligere tok pause fra etter at læreren har presentert formelen. Det kan være at han opplever å ha fått svar på sitt tidligere spørsmål, det finnes en formel. Daniel deltar ikke lenger i samtalen. Det medfører at Jonas får enda større oppmerksomhet fra læreren i fortsettelsen.

I den etterfølgende samtalen (se appendiks 6, transkripsjon linje 968-1016), spør læreren Jonas om hvilken lengde TVen kan ha. Hun peker på relasjoner mellom sidelengde, høyde og diagonal. Lengden og høyden på TVen må være kortere enn diagonalen. Da må lengden være større enn 0 og mindre enn 81,28 cm. Læreren spør også etter om Jonas kan huske kvadrattall og kvadratrot, noe de har arbeidet med før. Deretter fortsetter hun å spørre etter lengden på TVen. Jonas prøver å svare på lærerens spørsmål om lengde, uten at han klarer å komme med et tilfredsstillende svar. Han nøler, trekker pusten, stønner og sier «Oij» og han gjentar noe av det læreren sier. Anne går inn i samtalen og sier: «Jeg er sikker på at Jonas er litt sånn (..) Han er litt redd for å gjøre feil nå». Jonas svarer nei og fortsetter med «jeg har ikke peiling» og «skjønner ikke». Han sier etter hvert at han ikke vet hvor lang en 32″ TV er, han har ikke et slikt TV, de har 37 tommers. Læreren går ut for å hente meterstokken mens hun sier at Hilde kan hjelpe ham siden de har 32″ TV. Mens hun er ute av rommet, spør Jonas: «Hvor lang er en 32 tommers skjerm Daniel?». Daniel svarer at lengden kanskje er dobbel så lang som høyden. Når læreren kommer inn igjen, sier hun at de skal tegne TV på veggen. Daniel og Jonas svarer «Å heftig!» og viser på denne måten begeistring for lærerens forslag. Jonas gjentar at han ikke har 32 tommers «så jeg vet ikke egentlig hvor stor den er». Læreren svarer at de nå skal finne ut av det og gjør seg klar til at de kan tegne på veggen.

8.1.4 Sekvens 4, Tegne TV på veggen

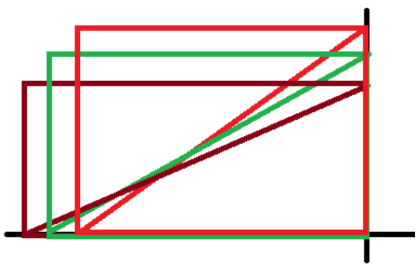
V: 39:19 -41:55

TM: 13:34 – 10:56

Læreren har tavlelinjal i hånden og gjør seg klar til at de skal tegne TVen på veggen. Hun bruker den naturlige kanten nederst (kanal til strømførende ledninger) og lar Daniel tegne en linje normalt på denne (til høyre). Læreren og Jonas finner så diagonalens lengde lik 81 cm på tavlelinjalen og hun setter linjalen diagonalt fra en tenkt høyde og spør Jonas om han synes det ser smalt ut. Læreren regulerer høyden mens hun holder fast diagonalen lik 81 centimeter (se figur 9). Jonas bestemmer når han synes det ser bra ut og merker høyden og tegner diagonalen.

Lærer: Ikke et ord til rektor om dette her! (Hun smiler ikke når hun sier det.)

(De tegner høyden på venstre side.)



Figur 21 Å bruke diagonalen som mål

Lærer: Dette er en modell, for vi er jo ikke så nøye. Sant? (Jonas tegner øverste lengde i rektangelet.)

Lærer: Det er ingen som kan nekte for at dette er 32″ TV!

Jonas: Nei!

Lærer: Nei, For det er den som bestemmer det. (Peker på diagonalen, se figur 10).

Jonas: (Ser på Hilde) Ligne denne på deres? (…) Har dere 32″, Har dere ikke større?

Lærer: 42″ kanskje?

(Einar spør lærer om han kan la være å ta friminutt. De får lov til å fortsette uten å ta friminutt)

Figur 22. Tv tegnet på veggen.

Mens de tegner på veggen sier læreren til elevene at de ikke må si et ord til rektor om «dette her». «Dette her» viser til at de tegner rett på veggen med blyant. Tegningen på veggen gjøres i fellesskap mellom læreren, Daniel og Jonas. Prosessen med å velge lengden på TV blir visualisert ved at læreren beveger diagonalen opp og ned langs høyden, noe som medfører at også lengden av TVen forandrer seg. Hun understreker at tegningen på veggen er en modell. Det blir omtrentlige lengder og læreren gir uttrykk for at det er greit. Samtidig understreker hun at ingen kan nekte for at TVen er «en 32 tommers». Utgangspunktet var å måle opp diagonalen lik 32″. Så om lengdene og høydene ikke er helt parallelle, så vet en med rimelig nøyaktighet at lengden av diagonalen den ene veien er riktig.

Når resultatet av modellen er klart, henvender Jonas seg til Hilde og spør henne om modellen av 32 tommers TVen ligner på deres TV. Det kan være han synes at 32 tommer er lite siden han spør om de ikke har større. Læreren støtter opp om Jonas tvil ved å foreslå at de kanskje har et 42″ TV, noe Hilde benekter.

I fortsettelsen (se appendiks 6, utdrag F, linje 1030) spør læreren om alle 32 tommers TV-er har samme fasong, om de er formlike. Jonas svarer at han tror noen er, men ikke alle. Læreren peker på diagonalen mens hun sier at siden bare diagonalen er bestemt, og ikke noen av sidelengdene, betyr det at rektangelet kan forandre fasong. Læreren lar Jonas bestemme hvilken av sidene som skal måles og hvilken som skal regnes ut ved hjelp av Pytagoras. Jonas spør hvordan det skal regnes ut og læreren og Jonas setter seg sammen og regner ut lengden av TVen (den siden de ikke målte). Dette er en lang samtale (ca 7,5 minutt) der lærer instruerer Jonas om hvordan han skal regne ut en ligning der Pytagoras´ læresetning er i bruk. Jonas viser at han prøver å skape mening med det han gjør ved å stille kritisk spørsmål om lengden han får, om denne er for liten (ser ut til å bli mindre enn høyden på TVen). Spørsmålet retter han til Daniel når læreren har oppmerksomhet på andre elever. Jonas får hjelp av læreren til å regne ut lengden og han kontrollmåler på TV-tegningen på veggen at de har regnet riktig. Sekvensen avsluttes med at Jonas spør om de skal fortsette arbeidet i neste time. Når læreren bekrefter sier han at da kan han «fikse det i neste time» (lage TVen i målestokk 1:25).

8.1.5 Sekvens 5. Humor og refleksjon

Rett etter at utregningene er gjort og Jonas og læreren er ferdig med kontrollmåling, skal læreren til å gå ut av grupperommet.

TM (kun lyd[95]): 2:55-2:24

Lærer: Da har du målene? (Vendt til Jonas)
Jonas: Ja
Lærer: Bare husk å viske vekk av veggen før vi går ut i dag.
Daniel: Kommer inn: Hva er det du har gjort på her da? (hermestemme). De har matte. (Daniel inntar selv fortellerstemme og tar rollen både som den som kommer inn og den som svarer.)
Lærer: med Linn. Bare si det er Linn.
Einar: latter. (….)
Einar: Vi har hatt matte med Linn.
Lærer: Hm?
Einar: Vi har hatt matte med Linn
Daniel: Det er Linn sin måte å læra på.

Læreren kommer med et avklaringsspørsmål der hun forsikrer seg om at Jonas vet målene som han skal arbeide videre med for å lage en modell i målestokk 1:25. Deretter kommer hun med en påminning til elevene om å viske ut det som er tegnet på veggen. Daniel svarer med å lage et lite miniskuespill. Først sier han «Kommer inn». Det er ingen som fysisk kommer inn, det er en imaginær person, det kan være en lærer eller elev. Så stiller han spørsmål «Hva er det du har gjort på her da?» som er et spørsmål som ligner det både lærere og elever fra andre klasser har stilt når de har stukket innom under elevprosjektet. Daniel svarer selv på spørsmålet til den fiktive gjesten med «De har matte». Lærer er kjapt ute med å fortsette på Daniels ytring «de har matte» … «med Linn, bare si det er Linn». Ved å si dette, viser hun solidaritet med elevene, det er hun som er ansvarlig om noen skulle komme til å sette spørsmålstegn ved det de har gjort. Einar gjentar «vi har hatt matte med Linn» som et svar til den fiktive personen som stikker innom. Deretter kommer Daniel med en kommentar som også ser ut til å være et svar til den fiktive personen som stikker innom: «Det er Linn sin måte å lære på!» Daniel posisjoner slik læreren som en som lærer, ikke bare lærer fra seg, i tillegg til at han sier noe om måten Linn lærer på.

En time senere, etter at TVen var laget og gruppen ryddet og pakket sammen, hadde Jonas og Daniel en kort replikkutveksling. Jonas kommenterer spontant alt arbeidet han har hatt for å lage den lille TVen. Jonas viser fram arket med skisse av TV og utregning med hjelp av Pytagoras.

[95] Videoopptaket hadde stoppet opp så jeg har kun lydopptak på dette utdraget.

Figur 23 Jonas viser fram plantegning og utregning av TV

Opptak: Video 14.03.2010, bånd 2: 44:40:

Jonas: Alt dette måtte jeg skrive for å lage den lille TVen som henger på veggen der! (Vifter med arket med utregninger til TVen, se fig. 14. Trykk på «alt» og «lille». Tonefall starter høyt og er fallende)

Daniel: Ja du er helt sinnssjuk

Jonas er «jeg» orientert. Han viser alt han har måttet skrive for å lage den lille TVen. Det er ikke mer enn en side og ikke så mye som står på arket, men for Jonas kan arket representere både det som er skrevet og alt tankearbeidet som ligger bak for å lage «den lille TVen» som ser så enkel ut – «bare en bein firkant» som Einar sa i starten. Jonas viser arket fram, altså er det verdt å vise. Det kan ligge en stolthet i at dette har han gjort. Samtidig kommer det også en annen betydning fram i tonefallet og i betoningen av «*alt dette måtte* jeg skrive for å lage den *lille* TVen …». «Alt» og «lille» er ord som er beskrivende for kontrasten der «alt» er det omfattende arbeidet i forkant og ordet «lille» forteller om resultatet. Daniels svar «Ja du er helt sinnssjuk» kan være svar på tvetydigheten. At noe er sinnssjukt er et moteord blant unge for å forsterke en opplevelse eller følelse, ofte i positiv betydning. Når Daniel sier at Jonas er sinnssyk, kan det være en beundring for hva han har gjennomført sammen med læreren knyttet til Pytagoras, og samtidig en bekreftelse på at det er galskap å lage en slik liten TV så tungvint.

Figur 24 Ferdig modell av TV med 32 tommers skjerm pluss ramme rundt i målestokk 1:25.

8.2 Invitasjonens betydning for samtalen

Med å invitere mener jeg å åpne opp for samtale, nytt tema, eller nytt samtalemønster. En samtalesekvens kan ha flere invitasjoner. En ytring som innebærer et skifte av fokus eller form, som innebærer overraskelser og får konsekvenser for fortsettelsen, ser jeg som en invitasjon. Ytringer som har potensial for å endre samtalens form eller innhold, ser jeg også som en invitasjon. Invitasjonen kan være åpen, slik at en inviterer samtalepartnerne til deltakelse og undersøkende virksomhet. Da knytter jeg invitasjon til et eksklusivt dialogbegrep, der dialog står i motsetning til monolog (Morson & Emerson, 1990; Skaftun, 2009). Slike samtaler er uforutsigbare, deltakerne bidrar med noe nytt og de kan overraske hverandre. Samtalene involverer koordinering mellom deltakerne om mål og agenda (Johnsen-Høines & Alrø, 2010). Samtalene kjennetegnes ved at deltakerne retter oppmerksomhet inn mot hverandres spørsmål, interesser og behov (Johnsen-Høines & Alrø, 2010, s. 115).

En invitasjon kan også være overtalende, påståelig, ledende og instruerende, der de lyttende inviteres til å følge etter og til å la seg overtale. Om deltakerne aksepterer å bli invitert inn i en slik samtale, karakteriserer jeg den som en monologisk samtale. Ifølge et inkluderende dialogbegrep, vil også de monologiske ytringer stå i sammenheng med tidligere og fremtidige ytringer (Morson & Emerson, 1990; Skaftun, 2009). Jeg kan slik studere dialogisiteten både i dialogiske og monologiske samtaler.

Gjennom invitasjon aktualiseres taleplan og talevilje (Bakhtin, 2005, s. 20). Taleplanen har både en subjektiv og en objektiv side. Den subjektive siden av taleplanen er den subjektive oppfatningen den lyttende har av den talendes taleplan. En elev kan eksempelvis tolke subjektivt lærerens intensjon og responderer ut fra sin tolkning. Den objektive siden av taleplanen er den som kan observeres og som bestemmes gjennom talerens valg av tema, sjanger og ekspressivitet. Hvordan elevene forstår lærerens eller hverandres taleplan har betydning for koordineringspotensialet i fortsettelsen. Om deltakerne ikke oppfatter talerens taleplan, kan det føre til at de snakker forbi hverandre. Et brudd kan imidlertid også føre til at deltakerne undersøker hverandres taleplan. Å studere invitasjon og taleplanen og hvordan deltakerne posisjonerer seg i forhold til disse, gir meg innsikt i potensial for koordinering i et læringsperspektiv. Lukkede invitasjoner eller avvising av åpne invitasjoner, kan lukke noen mulige veier for fortsettelse. Åpne invitasjoner der deltakerne viser interesse for hver andres perspektiv, vil kunne åpne veier som ingen har tenkt ut i forkant. Når jeg betegner potensial for koordinering omtaler jeg hvilke muligheter/åpninger det er for deltakerne til å aktivt bidra og få innflytelse i samtalen.

8.2.1 Introduksjon av tema

Analyse av sekvens 1, fra kapitteldel 8.1.1.

Det er læreren som introduserer nytt tema når hun henvender seg til Jonas om hans manglende aktivitet. Spørsmålet om Jonas har tatt pause, er lukket. Det er et ja eller nei-spørsmål. Jonas svarer ikke ja eller nei, han sier «jeg vet ikke hva jeg skal gjøre» og viser at han posisjonerer seg som elev med behov for å bli fortalt hva han skal gjøre. Samtidig posisjonerer han henne som lærer, som håndhever av hva som er akseptabelt å gjøre i timen når gruppen har mye å gjøre på kort tid. Lærerens innledende ytring er invitasjon til samtale der posisjonene er klare, der deltakernes utsagn kan sies å være forventet ut fra lærer- og elevposisjon. Cooren (2010) beskriver fenomenet som buktalerisme og sammenligner det med dukker som sier det buktaleren har lagt i munnen på dem. Læreren tar pause før hun svarer på Jonas sitt passive utsagn om at han ikke vet hva han skal gjøre. Hun gir ikke et konkret forslag, men en antydning om at inventar kan være aktuelt. Slik inviterer hun Jonas til en mulig koordineringssamtale om hva han kan lage. Jonas svarer defensivt at det er han dårlig på. Han tar ikke i mot invitasjonen til koordinering om mulig aktivitet. Svaret han får fra lærer «det en er dårlig på, må en øve på» bygger opp under en elev/lærer-relasjon der læreren formidler det en kan se på som norm i skolevirksomhet.

Daniel kommer fram med to ting som mangler – et tre (kanskje er det stueplante han mener?) og TV. Slik blir det Daniel som inviterer til videre samtale. Daniel fortsetter i imperativ-form: «Lag TV» og gjør slik klart hva han ønsker at Jonas skal lage. Hans uttrykte ønske bidrar til å lukke mulighetene for andre ideer om hva Jonas kunne laget. Einar støtter forslaget om TV: «Det er bare sånn bein-…». Gjennom å bruke «bare» understreker han at han ser dette som et lett oppdrag. Einar og læreren kommer med nesten like forslag, plasma- eller flatskjerms-TV, men de konstruerer setningen ulikt. Einar sier «du kan» og læreren «kan du ikke …?». Begge åpner for at Jonas kan gjøre sine vurderinger. Særlig lærerens ytring som er spørrende, inviterer til reaksjon. Jonas svarer «men den er jo flat». Å starte med «men» signaliserer at det etterpå kommer en innvending. Relaterer en Einars kommentar «det er bare» og Jonas´ svar til læreren om at «den er jo flat», kan Jonas ytring forståes som at han ser oppgaven som litt for enkel. Det er bare å skjære ut en firkant. Tolkningen understøttes av ytringen litt etter når han spør etter kniven, han er klar til å skjære, før han tar seg i det og sier han må tegne først.

Etter at læreren har sett at Jonas er klar til å gå i gang med å lage TVen, sier hun at TVen er 32 tommer, men omformulerer ytringen til et spørsmål etter at Jonas med spørrende tonefall har svart «Hæ». Ved å omformulere til spørsmål, gis Jonas mulighet for medbestemmelse igjen. Daniel foreslår 60 tommers som han sier han vet fetteren har, men vender seg til Jonas for å få respons på forslaget. Dette tyder på at Daniel oppfatter at lærer har gitt Jonas myndighet til å bestemme størrelsen på TVen.

Når en lærer inviterer til samtale er det lett å styre samtalen inn i etablerte mønstre der læreren fremstår som den som har myndighet. Den som inviteres kan likevel protestere eller vise motstand. I samtalen i utdraget posisjonerer Jonas seg som elev og han posisjonerer lærer som den som skal ta avgjørelser. Jonas tar ikke i mot lærerens åpne invitasjon knyttet til å lage inventar. Det gjør derimot Daniel og Einar som tar medansvar og gir forslag til hva som kan lages. Både den som inviterer og den som inviteres har mulighet til å påvirke og bidra til en åpen dialog med potensial for koordinering. Å åpne for medbestemmelse betyr å åpne opp for at lytter kan ha flere valgmuligheter i forhold til respons. Åpne samtaler innebærer at ingen har helt kontroll over hvilken retning samtalen tar. I denne samtalen er det elevenes forslag om hva som skal lages som blir bestemmende for hva som skal lages og hvilken matematikk som kan være mulig å arbeide med. Denne innledningssamtalen preges av både lukkede og åpne invitasjoner. Den preges både av lærerens innspill (lage inventar, 32 tommers TV) og elevenes innspill (lage TV, plasma-TV, 60 tommers). Slik blir samtalen en reell koordineringssamtale etter at Daniel og Einar introduserer TVen.

8.2.2 Autentiske spørsmål

Analyse av sekvens 2, fra delkapittel 8.1.2

I samtalen der læreren lurer på hvordan et TV måles, om det er lengden, er det vanskelig å forutsi hvilken samtale elevene inviteres inn i. Elevenes protesterende ytring der læreren tydelig får melding om at en TV måles diagonalt, for deretter rolig å bekrefte at det er diagonalen som måles, kan tyde på at elevene endrer syn på hvilken samtale de deltar i underveis. Starten på denne samtalen må sees i lys av samtalen som var i forkant, der læreren hadde spurt om hvor lang en tomme kunne være. Det er et spørsmål om konvensjon som har ett riktig svar (Appendiks 6, utdrag B, linje 927.-942.). I den samtalen ble det identifisert et IRF mønster (Coulthard, 1992):

Tabell 12 IRF-mønster

Lærer: Hvor lang er en tomme?	I
Jonas: en komma ett eller annet	R_1
Anne: Han er litt større (viser fram tommelen)	R_2
Lærer: Nei. (Ser på Jonas)	F_1

Slik det er vanlig i IRF- mønster, tok læreren initiativ til å spørre om noe det finnes ett svar på. Elevene svarte og læreren gav et evaluerende svar tilbake. Elevene viste engasjement i lærerens spørsmål ved å rope svarene høyt. Det virket som elevene gjettet. Elevenes svar hadde stor spredning, fra «en komma noe» til «ti cm». Læreren gav respons med en ekspressivitet som uttrykte hvor nært eller fjernt svaret elevene gav var fra 2,54 cm. Det kunne høres et høyt «nei» med oppadstigende tonefall når svaret var langt fra 2,54 og rolig «nei» når svaret nærmet seg 2,54. Annes svar, der hun brukte tommelens lengde, ble oversett. Det kan være at hennes ytring ikke passet til lærerens fokus, at hun ikke hadde forstått lærerens taleplan. Etter gjentatte gjettinger og forskerens innspill som sådde tvil om det bare var ett rett svar, hentet læreren læreboken slik at Jonas kunne lese svaret. Ut fra fortsettelsen kan det se ut for at læreren ønsket svaret gitt i cm for at Jonas skulle kunne regne ut hvor mange centimeter 32 tommer var. Denne samtalen var lukket og monologisk ved at det var lærerens eller lærebokens svar som gjaldt.

Trolig var erfaringene fra IRF-samtalen med på å prege elevenes tolkning av lærerens spørsmål om hvordan en TV måles. Lærerens eksplisitte utsagn om at hun ikke visste, at det var derfor hun spurte, så ut til å endre elevenes stemmebruk. De gjentok rolig med vanlig stemme at det er diagonalen som måles. Dette kan sees som tegn på aksept for at læreren ikke visste dette, og at de oppfattet at de ble invitert inn i en for henne, reell undersøkende samtale.

Da læreren oppdaget et problem som kunne være utfordrende å løse for Jonas, var det Daniel som videre inviterte til samtale om formel. Daniel fikk ikke respons av læreren som blir hentet ut av rommet av andre elever mens han snakket.

Både lærerens spørsmål om det er lengden som måles på TV, og Daniels spørsmål om det finnes en formel, er autentiske spørsmål. De innleder til undersøkelse om noe de ikke vet svaret på. Lærerens spørsmål får svaret «diagonalen» av elevene når hun spør om det er lengden som måles. Det er ikke et forventet svar. Grunnlaget for ny undersøkende virksomhet blir lagt i dette svaret. Hvordan skal de nå bestemme sidene, når de bare vet diagonalen? Daniel kommer med forslag om formel. Ved å omformulere fra påstand om at det finnes en formel, til å rette spørsmål direkte til læreren, åpner han opp for at læreren kan gi ulike svar. Hun kan velge å gå videre inn i undersøkende virksomhet sammen med elevene, eller hun kan formidle sine kunnskaper om formel i denne situasjonen.

Først når læreren går ut, gir Jonas utrykk for sitt engasjement. Utbruddet «fy fader» med etterfølgende spørsmål om hvordan han skal klare «å finne det ut», viser at Jonas går inn i problemet med stor usikkerhet. Når Daniel sier det sikkert er en formel «en eller annen vei», er han svarende på Jonas sin usikkerhet. Jonas sier at han trenger linjal og kalkulator og tar fatt på å regne ut det mest nærliggende problemet – hva 32 tommer er i centimeter.

Samtalen endrer karakter når deltakerne velger å stille autentiske spørsmål (Johnsen-Høines & Alrø, 2010; Lindfors, 1999). Elevenes svar åpner for nye utfordringer som ingen av deltakerne hadde muligheter til å se på forhånd. Dette viser også risikoen det innebærer å gå inn i åpne og undersøkende samtaler. Det som i utgangspunktet så ut til være en enkel oppgave, å skjære ut et rektangel, har nå utviklet seg til å bli et reelt matematisk problem. Retningen videre er usikker. Dette samtaleutdraget karakteriseres av åpenhet og dialog der elevene og læreren møtes og der elevene reelt bidrar med sine kunnskaper. Samtalen står i kontrast til IRF-samtalen de nettopp hadde vært igjennom, der læreren spurte om noe hun visste svaret på.

8.2.3 Når læreren vet hvor en skal

Analyse av sekvens 3, fra kapitteldel 8.1.3

Læreren gjentar først Jonas sitt svar på hvor lang 32 tommer er i centimeter før hun fortsetter med «så skal han -,». Dette er starten på en formidlende ytring. Hun endrer ytringen underveis til et spørsmål med negasjon – «han skal ikke være … eh helt kvadratisk». Læreren kommer Jonas i møte når hun parafraserer svaret, «81,25 cm», som han nettopp har regnet ut. Hun signaliserer gjennom fortsettelsen: «så skal han», at hun har svaret på spørsmålet hun etterpå stiller til Jonas. Gjennom nølingen og omformulering til spørsmål, gjenspeiles et ønske om at Jonas skal være deltaker og ikke bare tilskuer. Det blir et spørsmål som Jonas responderer med det forventede svaret «nei», noe som gir rom for at læreren kan fortsette tankerekken sin og trekke Jonas inn i denne.

Etter å ha tegnet opp en TV og trukket diagonalen, spør læreren mens hun tegner oppå trekanten som halve TVen danner: «Hvilken geometrisk figur er denne her?» (fig. 18). Da Jonas svarer rettvinklet trekant, bekreftes svaret. Fortsettelsen der hun trekker inn Pytagoras, viser at hun har en taleplan. Ved å innføre Pytagoras viser læreren at hun har tro på Daniel og Jonas sine muligheter for å lære ny matematikk gjennom elevprosjektet. Når hun spør lette spørsmål som «hvilken geometrisk figur er dette» og tegner omrisset av en trekant, ser jeg dette som ledd i hennes taleplan, ikke som mistillit til om Daniel og Jonas sitter med kunnskapen som etterspørres. Jonas og Daniel har ikke forutsetning for å vite hvilken retning hun har for taleplanen. Hun har noe hun vil fram til der kunnskapen hun spør etter trengs. På det lette spørsmålet «hvilken geometrisk figur er dette», «hjelper» Daniel Jonas ved å hviske trekant inn i øret hans. Dette kan sees på som en form for motstand, et humoristisk svar på lærerens lukkede spørsmål, hun vet svaret, hva hun vil, mens elevene «lydig» deltar i en institusjonalisert kommunikasjonsform der både læreren og elevene har antagelser om hva den andre vet.

Daniels ytring «vi bare står og ser dumt på hverandre» er et brudd i samtalen med læreren der hun avslutter sine resonnement med å si «da kan du bruke pytagoras». Gjennom Daniels kommentar om at de (Jonas og Daniel) bare står og ser dumt på hverandre, kommer Daniel inn med en metareplikk. Daniel ler før han sier kommentaren høyt. Latter foran en metareplikk som bryter lærerens tankerekke, kan virke avvæpnende. Uten latter kunne kommentaren blitt oppfattet som en kritikk mot lærerens introduksjon av noe de ikke forstår. Gjennom å starte med latter og et budskap som setter fokus på «vi» istedenfor et anklagende du, unngår han dette. Latteren kan også oppfattes som at han prøver å dempe det at de ikke forstår. Han avviser ikke lærers introduksjon av begrepet Pytagoras, han åpner heller opp for at læreren skal fortelle mer fordi slik det er nå, forstår de ikke hva hun vil fortelle dem. Uansett tolkning virker ytringen til at lærer fortsetter sin forklaring. Lærerens introduksjon av Pytagoras kan sees på som et svar på Daniels spørsmål om at det vel finnes en formel for å løse problemet. Om læreren har oppfattet at Daniel tidligere har introdusert formel som løsning, er usikkert, for ham kan det likevel mottas som et svar.

Samtalen kan sees som monologisk, men med dialogiske trekk. Det er lærerens plan for introduksjon av Pytagoras som styrer samtalen. Den første delen kan sees som traktsamtale der læreren steg for steg leder Jonas fram mot et mål, der hun har helheten og strategien framover mens eleven bare har mulighet til å se de enkelte bitene som legges fram underveis (Bauersfeld, 1988). Elevene er svarende på hennes innspill ut fra sitt ståsted og gir tydelig beskjed om sin tilstedeværelse gjennom hvisking («trekant»), latter og metakommentaren til Daniel om at de står og ser dumt på hverandre. Daniels kommentar «He he – vi står bare her og ser dumt på hverandre.» kan tolkes som motstand. Denne motstanden trenger ikke være negativ. Den kan tolkes som aktiv deltaking og påvirkning. Om en tolker motstanden i lys av Bakhtins dialogisitet der en må kjempe med andres stemmer før en kan gjøre dem til sine egne eller kunne ta stilling til dem, kan det sees som ledd i en læringsprosess (Taylor, 2003).

Det var ikke bare Daniel som kom med metareplikk underveis i arbeidet med Pytagoras. I samtalen som finner sted like etter (referert etter transkripsjonen i 9.1.3), griper Anne inn. Hun sitter og lytter til lærerens og Jonas´ samtale. Læreren leder Jonas inn mot Pytagoras ved å forbinde det nye med noe han tidligere har lært, som kvadrattall og kvadratrot. Hun oppfordrer ham til å bruke logisk resonnement om sidelengder i relasjon til diagonalen for å anslå hvor lang TVen kan være. Sidelengden må være mindre enn diagonalen og diagonalen må være mindre enn summen av lengden og høyden på TVen, finner de ut. Jonas oier og stønner når han skal prøve å komme med et logisk forslag til hvor lang en 32″ TV kan være. Han gjetter, og når læreren sier noe, sier han seg enig (for transkripsjon se appendiks 6, Utdrag C, 968-1005.) Anne blander seg inn. Hennes kommentar er ikke rettet inn mot

matematikken læreren og Jonas snakker om, men mot hvordan hun tror Jonas føler det.
(Appendiks 6, Utdrag D, 998-1003)

Anne: Jeg er sikker på at Jonas er litt sånn .. Han er litt redd for å gjøre feil nå
Jonas: Nei, men jeg har ikke peiling! (Mens han ser på Anne)
Lærer: Nei! (oppadstigende tonefall, snur seg mot Anne før hun snur seg til Jonas igjen), men vi skal jo regne på det. (Trykk på regne)
Jonas: Jeg skjønner ikke det
Lærer: Men viss du bestemmer (Henvendt til Jonas)
Anne: Men viss du hadde snakket med meg om det hadde jeg vært usikker på alt altså (sier det med rolig og vanlig stemme).

Annes prosjekt er risikabelt. Hun er nølende før hun sier at Jonas er litt redd for å gjøre feil. Hun viser slik at hun ønsker å komme Jonas og læreren i møte selv om det kanskje ikke er en ønsket kommentar hun kommer med (Femø Nielsen & Beck Nielsen, 2005). Hun vet ikke hvordan læreren eller Jonas kan komme til å reagere på avbrytelsen. Jonas sier «nei» med trykk og deretter «jeg har ikke peiling». «Nei» kan være rettet både til lærerens forsøk på å få han med i sin tenkning, men det kan også være et nei til Annes tolkning av hans situasjon. Samtidig bekrefter han at han ikke forstår. Det er mulig han ønsker å skille mellom Annes påstand om hva han føler, noe som kan være vanskelig å innrømme, samtidig som han våger å si med klare ord at han ikke skjønner. Læreren viser følelser når hun sier «nei» med oppadstigende intonasjon. Hun vender straks tilbake til Jonas og sier «vi skal jo regne på det». Jonas sier han ikke skjønner det og viser igjen at han ikke er med i det som her kan sees som lærerens prosjekt. Anne kommer med et nytt innspill. Hun har ikke gitt seg, selv om hennes første innspill til dels ble avvist. Hun snakker i munnen på læreren, henvender seg direkte til henne og sier at «viss du hadde snakket med meg om det, hadde jeg vært usikker på alt altså». Hun setter seg selv inn i Jonas sted og beskriver hvordan hun ville reagert. Samtidig er hun tydelig på budskapet til læreren. Hun kommenterer ikke hvordan samtaleformen er, men det som det snakkes om. Kanskje rommer Annes reaksjon hele situasjonen. Følelser hun har sanset mellom læreren og Jonas, hvordan samtalen blir styrt og at det er et vanskelig tema læreren og Jonas snakker om. I tillegg kan hun muligens også inkludere det hun kan oppfatte som ekstra stress i situasjonen. Hele sekvensen blir filmet og forskeren har fokuset på læreren og Jonas. Jeg oppfatter Annes kommentar: «jeg er sikker på at Jonas er litt sånn .. han er litt redd for å gjøre feil nå», som en metarefleksjon på hele situasjonen læreren og Jonas er i. Kommentaren bryter fullstendig med samtalen Jonas og læreren har, både tematisk og i form.

Det som skiller Annes og Daniels invitasjoner, er at Daniel til dels er part i matematikken knyttet til TVen. Han taler på vegne av seg selv og Jonas. Ytringen hans kan også forstås som en invitasjon til læreren om at hun må forklare mer det de ikke forstår. Annes utsagn er fra en som ikke deltar i matematikksamtalen. Hun kommenterer noe hun har observert og følt. Hennes utsagn er tydeligere på en motstand mot situasjonen som Jonas og læreren befinner seg i, enn Daniels metareplikk. Både Daniels og Annes replikker tyder på at de er trygge i situasjonen siden de våger å kommentere lærerens samtale.

De andre samtaleutdragene som jeg har presentert i denne avhandlingen der læreren er deltaker, viser at elevene er vant til å bli tatt på alvor av læreren (se kapittel 6 og 7). De blir hørt og de får gjøre valg. Dette kan ha gjort dem «motstandsdyktige» i situasjoner der samtalen lukkes og virker låst. De har erfart åpne samtaleformer med rom for koordinering og kan sette ord på det når de opplever samtaler der de ikke forstår eller der de oppfatter at en selv eller andre blir presset inn i lukkede matematikksamtaler.

Når bare den ene vet hvor en skal, det er en situasjon lærere og elever ofte står i, vil dette ofte føre til ulike typer lukkede samtalemønster. Etter at læreren, Jonas og Daniel har tegnet ferdig på veggen, og Jonas har valgt hvilken side han skal måle og hvilken side han skal regne ut med Pytagoras, følger en lengre sekvens der læreren instruerer Jonas om hva han skal gjøre (Appendiks 6, Utdrag G, 1033-1040):

Lærer: Mhm, så må du samle x-ene på ei side og tallene på andre siden, slik som du gjør når du løser ligninger – (intonasjon opp)
Jonas: X her sa du
Lærer: Husker du .. nå skal vi finne ut hva x er for noe, ikke sant?
Jonas: Ja
Lærer: Og da var løsningsstrategien slik, 50 i andre pluss noe i andre skal bli (81,28 cm) i andre.
Jonas: Ja.
Lærer: Nå har du ikke skrevet i andre her (skriver så i andre bak cm).
Jonas: Ja

Læreren forteller hva Jonas skal gjøre på arket for å løse ligningen og Jonas svarer ja. Når Jonas svarer ja, kan det være fordi han uttrykker at han lytter. Men det kan og være at han vil opptre høflig og derfor sier seg enig. Underveis i samtalen snur læreren seg bort for å snakke med andre elever og da snur Jonas seg straks til Daniel (Appendiks 6, Utdrag G, 1043-1045):

Jonas: Da blir jo den mindre enn den, blir den ikke det? (Jonas peker først på lengden og så på høyden på TVen.)
Daniel: (Står bak Jonas og leser på arket 50^2): 50 gange 50 er jo hundre –
Jonas: Ja og da blir det jo 31 (Trolig har Jonas ikke regnet med potensene da 81,28 – 50 = 31)

Når læreren snur seg bort, velger Jonas å trekke Daniel inn i sine funderinger. Han viser at han har et engasjement i det som læreren og han arbeider med. Han prøver å skape mening i resultatet han får. Jonas har fått et svar som er for lavt fordi han ikke har anvendt konvensjonen om å prioritere å regne ut potenser før addisjon eller subtraksjon. Når læreren vender seg til ham igjen, går hun inn og hjelper ham med det regnetekniske som han ikke har kontroll på, og det jeg ser på som instruksjonssamtale, fortsetter.

Analyse av samtaleutdragene i dette delkapittelet, viser hvilke samtalemønster en lett føres inn i når bare den ene vet hvor en skal. IRF-samtaler, instruksjonssamtaler og traktsamtaler er eksempel på samtaler som finner sted. Elevene viser gjennom deltakelse at de prøver å skape mening, og de viser i tillegg motstand når samtalene oppleves for lukket. De er selv med på å skape åpninger for dialog gjennom sine replikker, som når Daniel foreslår formel, eller sier de står og ser dumt på hverandre når læreren introduserer pytagoras som mulig løsning.

8.2.4 Å skape allianse

Analyse av sekvens 4, fra kapitteldel 8.1.4

I lærerens ytring «ikke et ord til rektor om dette her» kan en ane flere stemmer. Det å tegne på panelt vegg er ikke noe en gjør til vanlig – det er på grensen til det ulovlige. Situasjonen kan sees som spill mellom sentripetalkrefter representert ved rektor som håndhever av normer og regler på skolen, og sentrifugalkrefter, her representert ved lærer og elever som sammen gjør noe på tvers av normer i skolen. Læreren, som vanligvis representerer institusjonelle regler, flytter seg her inn i en allianse med elevene. «Ikke et ord til rektor om dette her» antyder at dette er noe verken hun eller elevene skal si noe om, det er deres felles hemmelighet. Gjennom slik å skape allianse med elevene, bidrar læreren til å snu stemningen som oppstod etter Annes metareplikk «Jeg er sikker på at Jonas er litt sånn .. Han er litt redd for å gjøre feil nå» knyttet til Jonas og lærerens samtale. Lærerens kommentar står i dialogisitet med Anne og Jonas sine ytringer i og om den spente situasjonen som oppstod når Jonas ikke fikk til det de oppfattet at læreren ville fram til.

«Det er ingen som kan nekte for at dette er 32″ TV!» er også et utsagn som bygger opp under en allianse mellom læreren og elevene. Det de har fått til sammen er å tegne en 32 tommers TV. Ingen kan protestere på dette. Hun svarer selv med «for det er den (diagonalen) som bestemmer det». Hun bygger på elevenes bidrag om diagonalen som måles når fjernsynets størrelse blir oppgitt, det er diagonalen som bestemmer størrelsen.

Det foregår en alliansebygging i samtaleutdraget. Lærerens ytringer bygger opp om en vi-følelse i forhold til verden utenfor klasserommet.

Replikkene om at det ikke skal sies noe til rektor og at ingen kan komme og si at dette ikke er et 32″ TV, er med på å styrke alliansen.

I samtaleutdraget kommer elevenes bidrag fram. Jonas bidrar til å bestemme hvordan formen på TVen skal være. Elevene erfarer at læreren løfter fram deres bidrag med diagonalen som betydningsfull som den som bestemmer at TVen er 32 tommer. Når hun sier at ingen må si noe til rektor, posisjonerer hun seg som en som trenger elevenes støtte for det hun gjør. Slik gjenskapes det en balanse mellom elevene og læreren etter de klart monologiske samtalene som ble beskrevet i 8.2.3. Det kan diskuteres om en slik samtaleform er dialogisk eller monologisk. En alliansebyggende samtale kan være forførerisk der målet er at de lyttende skal følge etter mer «frivillig». Men samtidig er gjensidig tillit mellom deltakere, her mellom lærer og elever, nødvendig for å kunne etablere dialogiske klasserom (Matusov, 2007, s. 234). En kan se allianseskapende samtaler i lys av dette. Disse kan skape grunnlag for framtidig engasjement og reelle dialoger der både lærerens og elevenes stemmer har sin rettmessige plass.

8.2.5 Karnevalistiske trekk i samtaler

Analyse av sekvens 5, fra kapitteldel 8.1.5

I slutten av episoden gir læreren elevene beskjed om å viske vekk fra veggen før de går. Det er en naturlig fortsettelse av hennes tidligere beskjed om at ingen må si noe til rektor. Sporene etter den ulovlige handlingen må fjernes. Det kan være det er lærerens erkjennelse om at hun har gjort noe som er på kanten av hva som er akseptabelt (ikke si noe til rektor), og hennes utsagn om å slette spor, som tenner ekspressiviteten hos Daniel når han svarer med å lage et miniskuespill. Gjennom skuespillet får han uttrykt både hvordan han ser at andre utenfor elevprosjektet ser spørrende på arbeidet deres «hva er det du har gjort på her da?» og noens svar «de har matte». Læreren tar på seg ansvaret og er med i skuespillet når hun sier «med Linn. Bare si det er Linn» noe Einar parafraserer med latter to ganger «vi har matte med Linn». Deretter konkluderer Daniel med at «det er Linn sin måte å lære på». Både læreren, Einar og Daniel viser at de er i rolle ved å si navnet på læreren i stedet for å bruke deg eller meg, selv om hun er til stede.

«Det er Linn sin måte å lære på» reflekterer hvordan Daniel ser på læreren. Første dagen vi observerte og brukte video i klassen, snakket læreren om hvordan hun selv hadde måttet prøve og feile for å lage kuber av papir. Hun kunne lese og studere oppskrift for å lære, men også prøve ut og lære av feilene hun gjorde. Læreren var også åpen på at noen ganger kan elevene noe hun ikke kan, slik som når hun gav uttrykk for at hun ikke visste at det var diagonalen av TVen som ble målt. Ved å si at det er slik Linn lærer, posisjonerer Daniel læreren som en som også lærer og ikke bare en som lærer fra seg. Kommentaren «det er Linn sin måte å lære på», kan forstås som at lærer blir en som lærer sammen med dem, slik at de har et felles eierskap til TVen på veggen. Men ytringen kan også forståes som at Daniel gjør prosjektet med å tegne TV på veggen om til lærerens prosjekt, og ikke sitt eget eller Jonas´ prosjekt. Han kan vise til at det er hennes måte å lære på, ikke nødvendigvis Jonas og Daniel sin måte. Dette reiser spørsmål om eierskapet til matematiseringen av TVen.

I karnevalisme låner en andres stemmer for å si noe om en situasjon (Bakhtin, 2008). Det ligger flere lag i det som sies. Ordene som blir sagt og meningene som skinner igjennom, finnes i lys av kontekst og ekspressivitet. Et typisk eksempel er når en parodierer andre. I gruppens «skuespill», finner en humor. «Vi har matte med Linn» kan forstås på ulikt vis. Det er en saksopplysning som er sann. Samtidig ligger det humor bak kommentaren, å ha matematikk med Linn kan inneholde en innforstått hentydning til at det er annerledes enn å ha matematikk med andre lærere. I hennes timer gjør en noe som er uventet ut fra det som er sjangeren en er vant til i skolematematikken. Det kan hende andre lærere ville være skeptisk til om det er matematikk Linn arbeider med. Daniel snur også opp ned på vanlige forestillinger om relasjon mellom lærer og elev når han identifiserer læreren som den lærende. Jeg ser ikke på «skuespillet» som en direkte parodi, men det har karnevalistiske trekk ved at det som blir sagt har flere lag og at det blir framført med humor som er til stede i karnevalisme. Du må være innenfor eller ha innsikt i sjangeren elevene og læreren bor i og konteksten de er i, for å forstå flerstemmigheten i det som blir sagt.

Å forstå sjangeren og konteksten er vesentlig når en skal forstå Jonas og Daniels replikkveksling om alt Jonas måtte gjøre for å lage «den lille TVen». Både Jonas sin samtaleinvitasjon til Daniel om forarbeidet med å lage TVen og Daniels svar «ja du er helt sinnssjuk», er tvetydige. Replikkene kan forstås som stolthet fra Jonas sin side og beundring for det Jonas har laget fra Daniel sin side. Samtidig kan replikkvekslingen også forstås som en beklagelse over å ha brukt så mye tid og lagt ned så mye arbeid for så lite.

Disse to korte samtaleutdragene karakteriserer jeg som samtaler med karnevalistiske trekk. At Daniel snur opp ned på forventet karakteristikk av læreren ved å gjøre henne til en lærende og si at Jonas er sinnssyk, er del av dette. Samtalene kjennetegnes av humor, felles forståelsesramme, flertydighet og er samtidig metakommentarer på hva de er med på og hvordan de ser på læreren og faget.

8.2.6 Oppsummering

Elevene og læreren inviterte hverandre til ulike typer samtaler. De innledende samtalene om hva som skal lages, hvordan en TV måles og hvordan en skal finne sidelengdene på TVen, var samtaler der alle kunne delta. Der var det rom for undring og forslag. Når samtalemønsteret ble for lærerstyrt og endte i lukkede samtaler, kom det motkrefter på banen. Elevene formidlet følelser som at de sto og så dumt på hverandre eller at en var redd for å svare feil. At elevene kjenner ulike samtalemønster, kan gjøre at de også kan løfte seg ut av det som skjer og sette ord på sin opplevelse av situasjonen. Når elevene spilte «skuespill» der de besatte ulike roller og kommenterte hva de drev på med, viste elevene hvordan de oppfattet bruddet de opplever arbeidet med rorbu og modellering av et TV var. Et brudd på det som kan sees på som en tidligere erfart matematikktimediskurs og normene innenfor denne.

Samtalene i sekvensen ble identifisert som

- åpent koordinerende og dialogiske knyttet til
  - hva som skulle lages
  - hva som kunne være matematisk utfordring i aktiviteten å lage et TV
  - hvordan problemet med sidelengder kunne løses
- monologiske
  - preget av IRF-mønster knyttet til spørsmål om konvensjon
  - der lærer førte elevene fram mot Pytagoras´ læresetning (traktsamtaler)
  - der lærer instruerte hvordan en skal gjøre det regneteknisk (instruksjonssamtale)
- alliansebyggende og/eller hadde karnevalistiske trekk
  - knyttet til å tegne TV på veggen
  - «skuespill»
  - om alt arbeidet for så lite, «sinnsykt»

Alliansebyggende samtaler og samtaler med karnevalistiske trekk har jeg satt i en egen kategori fordi de ikke klart kan plasseres som dialogisk eller monologisk samtale. Samtalene følger heller ikke et mønster styrt av lærerens og elevenes forventinger til hverandre. Samtaler preget av allianse og/eller karnevalistiske trekk, hadde ulike funksjoner alt etter hvor de oppstod og hvem som deltok. Ironi innebar karnevalisme, noe som kunne hatt en sterk monologisk funksjon for personer som den rammet. Samtidig var disse samtalene alliansebyggende og morsomme for dem som var «innenfor» og oppfattet humoren. I de analyserte situasjonene der alliansebygging og karnevalistiske trekk var framtredende, fungerte samtalene som noe gruppen var felles om, som de eide i lag. De som ble hermet etter, var ikke reelle identifiserbare personer. Henvisning til rektor var en henvisning til hans funksjon som håndhever av skolens regler, mer enn til han som person[96]. Samtalene

[96] Det er vanlig å bruke fornavn på personalet i norske skoler, det gjør læreren ikke i dette tilfellet.

var preget av intersubjektivitet mellom deltakerne til stede og hadde her ikke en realisert monologisk funksjon overfor dem som ble definert som «utenfor».

Alliansesamtalen læreren inviterer til knyttet til å tegne på veggen, hadde blant annet en viktig funksjon for å få Jonas til å delta i den videre matematiseringen av TVen. Samtalene med karnevalistiske trekk med skuespill hadde en form for oppsummering i seg – de forteller om hvordan elevene har opplevd økten med matematikk knyttet til TV. Samtaleutdragene passer ikke inn i en ren monologisk eller dialogisk kategori om noe slikt finnes, og er derfor satt utenfor som egen kategori, her med en samlende funksjon mellom elever og mellom lærer og elever.

Jeg ser at helheten, som inkluderer samtaler med dialogiske trekk, monologiske trekk og samtaler preget av allianse og karnevalistiske trekk, sammen fungerer dialogisk, når jeg ser hele sekvensen om TV og Pytagoras i ett. Elevene tok eget initiativ. De svarte på lærerens initiativ, de meldte seg ikke ut. Læreren hadde en retning, hun visste at hun ville noe med samtalene hun hadde med elevene. Likevel posisjonerte elevene ikke ytringene sine kun som passivt svarende i lærerens regi. De posisjonerte seg som spesialister på hvordan de oppfatter situasjonen og sin rolle eller opplevelse i denne. Samtidig ble elevenes svar også rettet inn i forhold til det de tolket som lærerens taleplan knyttet til matematikklæring. De forsterket monologiske samtalemønstre ved å svare som forventet, enten gjennom bekreftende ja, eller ved å gjette et svar forventet at læreren ville ha. Noen av elevenes kommentarer, fungerte som sentrifugalkrefter i forhold til lærerens plan. Det kunne være de ikke var klar over lærerens taleplan eller de metakommuniserte med læreren i forhold til lærerens samtaleinnhold eller form. Læreren brøt også selv med eget mønster og inviterte til overraskende samtaler og situasjoner. Disse bruddene kan sees i sammenheng med at hun så elevenes innspill og prøvde å gjøre noe for å møte dem.

Når elevene plasserte læreren som en lærende (siste sekvens) er det med bakgrunn i lærerens egen posisjonering som en som ikke vet alt, men også har noe å lære av elevene. Hun en altså en medlærende til elevene samtidig som hun posisjonerer seg som en som har løsninger og kunnskap om matematikk. Jeg presiserer forskjellen mellom å være medlærende og være medelev. Det kommer aldri fram noen tvil fra elevene om hvem som er lærer. At læreren posisjonerte seg som lærende (lærer også av elevene) og samtidig som en som har kunnskap, gir elevene en rollemodell som også gir dem rom for å innta ulike posisjoner, som noen som kan, som tar stilling og samtidig som noen som trenger kunnskap.

8.3 Posisjonering i forhold til språkbrukssfærer

Analysene av ytringens posisjonering i forhold til språkbrukssfærer skal gi innsikt i deltakernes språklige bevegelse. Det innebærer å se på hvordan tema, ekspressivitet og sjangre fra ulike språkbrukssfærer brukes. Det innebærer også å undersøke hvordan dette virker til framdrift i matematikksamtalen i en matematikklæringskontekst.

Sjangre og vokabular identifiseres til å ha ulike tradisjoner i ulike språkbrukssfærer. Språkbukssfæren en henter repertoar fra, har betydning for innhold og forståelsen en bringer inn i samtalen. I analysene ser jeg etter deltakernes bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer, mellom ulike betydninger og tenkemåter og hvordan disse brukes i samtalene.

8.3.1 Hverdagslivet utenfor skolen som utgangspunkt

Elevene er i klasserommet der de ferdiggjør oppdraget fra skole og bedrift. De er kommet så langt i prosjektet at det er aktuelt å lage inventar. De snakker om TV, plasma-tv, flatskjerm som kan henge på veggen og rullebord til å ha TV på. Læreren trekker inn 32 tommer. Tommer er en måleenhet som i Norge i stor grad brukes i hverdagen knyttet til importerte klær, sportsutstyr og som mål på TV-/PC-/mobiltelefonskjermer. Daniel refererer til sin fetters TV som er 60 tommer. Både tema og vokabular hentes fra hverdagssfæren. Når læreren referer til 32 tommer, kan en se det som referanse til en kjent TV-størrelse fra hverdagssfæren. Det kan og ses som et matematisk begrep tatt i bruk for å matematisere gjenstanden som skal lages. Størrelsen på TV-skjermen kan slik fungere som et fokus som læreren bruker for å ivareta matematikklæring. Lærerens ytring «skal det være 32 tommers?» kan sies å ha gjenklang både i skole- og hjemmesfæren.

Einar trekker fram egenskapen ved en TV, det er en «bein firkant». «Bein firkant» sammen med tegning av en rett vinkel på pulten er preget av Einars ekspressivitet. Jeg har ikke hørt uttrykket blitt brukt før. I starten av prosjektet, før de dro ut til bedriften, snakket lærer og elever sammen om at når noe var «beint på» betydde det at det dannet en rett vinkel, eller 90° vinkel. Elevene spurte tømrer om hva han sa når han skulle beskrive rett vinkel – om han sa «beint på». Tømrer bekreftet flere måter å si det på, rett vinkel, 90 grader og «beint på». Når Einar sier «bein firkant» ser jeg det i lys av denne bakgrunnen, altså en firkant med bare rette vinkler. Det ser ut for at alle aksepterer og er innforstått med hva han mener med bein firkant da alle «vet» hvordan formen på en TV er. «Bein firkant» kan være Einars forsøk på å beskrive en matematisk egenskap ved formen til en TV, og at han slik posisjonerer uttrykksmåten i språkbrukssfæren matematikktime.

Når Jonas sier han vil ha kniven og begynne med å skjære, for så å si at han må tegne først, kan det sees som at han posisjonerer seg utenfor språkbrukssfæren knyttet til matematikklæring. Utenfor matematikktimekonteksten ville det kunne vært akseptabelt å lage et TV som var omtrentlig rett størrelse, der han bare kunne skjære ut et rektangel. I matematikktimer forventes en matematisering. Fra starten av prosjektet har det vært fremhevet at det er viktig å finne lengder og tegne skisse, før en skjærer. Han sier han må tegne, underforstått tegne en modell med riktige lengder i forhold til målestokk 1:25 først. Hans norm for hvordan en skal arbeide med rorbumodellen i en matematikktime-sammenheng, kommer også her fram (se kap. 6). Det er en sekvensiell framgangsmåte, en må tegne/måle før en skjærer.

I analysene av innledningssamtalen knyttet til TVen, kan jeg ikke identifisere sjanger eller ekspressivitet som jeg klart kan plassere innenfor byggevirksomhet. I samtalen der læreren spør om hvor lang en tomme er, kunne dette vært knyttet til bedrift. Lenge ble enheten tomme brukt innenfor virksomhet med tømmer, som mål på tykkelse og lengder av plank og spikerlengde. Offisielt har næringen gått over til metriske mål med lengder gitt i millimeter som standard, slik at planketykkelse nå angis i nærmeste millimeter. Standardtykkelse på plank blir da 25mm. Likevel brukes tomme fremdeles i hverdagstale og uoffisielt i virksomheter knyttet til bygg- og tømmervirksomhet. Byggefirma som Moelven[97] har eksempelvis beskrivelse av panelbredde både i tomme og i millimeter og hjelp til oversettelse mellom disse måleenhetene liggende ute på nett. Begrepet tommestokk er et eksempel på måleredskap som de fleste nordmenn kjenner til. Der angis mål både i centimeter og tommer[98]. Elevene har ut fra det jeg har observert, ikke møtt tomme som begrep i møte med bedriften. Ut fra viten om tradisjoner innen byggevirksomhet, vil jeg anta at ansatte i bedriften like gjerne hadde forholdt seg til tomme som centimeter. Vet en tykkelsen av plank og spikerlengde har en et begrep som er forankret i erfaring. Målene tommer og centimeter ville dermed kunne være parallelle begreper som ikke trengte oversettelsesledd i byggevirksomhet (Høines, 1998). Som det kommer fram gjennom elevenes gjettelek når de skal svare på lærerens spørsmål, har de i liten grad kunnskap og erfaring med begrepet tomme (Appendiks 6, utdrag B, 927.-942.). Lærerens spørsmål om hvor lang en tomme er, kan ses posisjonert i både skolesfære og hjemmesfære. I skolesfæren, der lærerens hensikt er at elevene skal få en forståelse av hvor langt 32 tommer er relatert til centimeter. Men også forankret i

[97] http://www.moelven.com/Documents/Norge/Produkter%20og%20tjenester/Byggevarer/Wood/Brosjyrer%20Wood/Dekningsm%C3%A5l-kort.pdf

[98] Tommestokk er et begrep som i hverdagstale fremdeles brukes om meterstokk uten måleenheten tomme.

hjemmesfæren der tomme brukes om TV-størrelse. Ulike spåkbrukssfærer møtes slik i lærerens ytring.

Det er skole- og hjemmesfæren som dominerer. Elevene og lærer ser ut til å bevege seg mellom disse. Det er grunn til å stille spørsmål om å trekke bedriftssfæren inn i skolematematikken, også åpner og gir mer rom for tema og ekspressivitet fra andre sfærer utenfor skole.

8.3.2 Matematisering av en TVskjerm

Daniels og Jonas svar om hvordan en TV måles, er en kunnskap fra hverdagslivet utenfor skolen. Daniel bruker ordet skrå som er klart plassert i hverdagsspråket. Jonas tar i bruk begrepet diagonal og plasserer dermed hverdagskunnskapen sin inn i matematikktime-diskursen. Dette er et begrep de har arbeidet med i matematikktimene og som blir referert til litt senere i en metasamtale Anne og læreren hadde. Læreren kommenterte at for en tid tilbake husket ikke elevene diagonal, med unntak av Anne som brukte ordet i turning. Hun lærte medelevene diagonal knyttet til sin aktivitet utenfor skolen. Læreren uttrykte overfor gruppen at det var derfor Jonas og Daniel nå husket matematikkbegrepet i situasjonen knyttet til TV.

Når læreren får vite at det er diagonalen som måles, sier hun «aaaah!» med etterfølgende «hvordan skal du finne det ut Jonas? Nå har du fått en oppgave». Hun signaliserer med dette at hun har identifisert et oppdrag til Jonas. Ytringen peker framover – når hun gir et oppdrag til Jonas kan det være fordi hun øyner en mulig matematisk løsning. Det kan være dette som trigger Daniels forslag om at det må finnes en formel for å finne diagonalen. Finnes en slik formel vil det kunne hjelpe dem med å regne ut lengden på TVen. Om det er formel han mener eller om det er en ligning han ser for seg, kan være vanskelig å vite. Da de var på bedriften fortalte tømreren at han brukt «x og y og sånn» for å finne ukjente lengder. I arbeid med målestokk der tømrer hadde et mål på en lengde i virkeligheten og brukte et forminsket bilde som utgangspunkt, brukte han x og y for å regne ut ukjente lengder, sa han. Elevene hadde dermed fått vite at algebra var noe også en tømrer brukte[99]. Men Daniel viste også før han var på bedriftsbesøk at han spontant kunne lage en formel for å løse problem knyttet til målestokk (se kapittel 6.1). Derfor ser jeg hans introduksjon av formel først og fremst som en posisjonering innenfor språkbrukssfæren skolematematikk. Ytringen hans står i dialogisitet med lærerens «oppgave» til Jonas. Det kan se ut for at han «leser» at det må finnes en matematikkløsning i lærerens ekspressivitet når hun med overdrevet tonefall sier til Joans «Hvordan skal du finne det ut Jonas?».

[99] En av elevene ropte ut «bruker du algebra?». Tømrer svarte at algebra var et ord han ikke brukte.

I denne samtalen posisjonerer både elever og læreren seg klart i skolesfæren der målet er matematikklæring. Hverdagskunnskap trekkes inn som del av repertoaret elevene har med seg inn i klasserommet, med et tydelig mål, at TVen skal lages riktig ut fra et matematisk ståsted. I en annen aktivitetssfære, for eksempel i en formingstime eller i en hjemmeaktivitet, ville et matematisk fokus der eksempelvis formel trekkes inn, være lite aktuelt.

8.3.3 Matematikk knyttet til ulike språkbrukssfærer

Pytagoras er en læresetning som anvendes i og utenfor skolen. I tømreryrket brukes den blant annet til å lage rette vinkler, men da brukes som regel en kjent pytagoreisk trippel ved at sidene settes til 3, 4 og 5. Pytagoras´ læresetning blir også brukt til å sjekke om vinkler er 90 grader. Da brukes veggenes lengde (katetene) som kjente størrelser, og diagonalen (hypotenusen) sjekkes for å kontrollere om vinkelen er rett ut fra kunnskapen om sammenhengen $k_1^2+k_2^2=h^2$. Dette er praktisk bruk der måling og kalkulator brukes. Metoden kan en finne beskrevet på et nettsted for selvbyggere[100].

I TVen Jonas arbeider med, er det kun diagonalen som er kjent og en har dermed to ukjente størrelser. Hadde en anvendt kjente format (4:3 eller widescreen-TV med forhold 16:9), kunne det blitt anvendt en ligning med en ukjent (f.eks. $(16\ x)^2 + (9\ x)^2 = \text{diagonalen}^2$ for widescreen). Siden læreren og Jonas velger å bestemme den ene lengden for å få en ukjent, mener jeg at innføring av Pytagoras´ læresetning er posisjonert i en skolesetting der det ikke nødvendigvis må være en helt realistisk modell av TV-format som brukes[101]. I TV-oppgaven er det det matematiske problemet og læring knyttet til dette, som er i fokus, ikke at TVen skal være mest mulig korrekt ut fra virkeligheten. Daniels kommentar om at de skulle lage widescreen, svarer på lærers ytring om TVens form – som «ikke kvadratisk». Ut fra begrepet Daniel bruker, widescreen, som han sier til forskeren at han ikke vet forholdene mellom sidene på, ser jeg ytringen posisjonert i hverdagssfæren.

Samtalen er preget av skolens mål for matematikklæring. Bedriftens realistiske modelltenkning og vektlegging av korrekthet, er slik i mindre grad til stede i lærerens og elevenes bevissthet når de velger å bestemme den ene lengden uten å sjekke forhold mellom sidene på en TV. Selv om tømrere og snekkere anvender Pytagoras, ville de hatt en mer praktisk anvendelse. Behovet for Pytagoras knyttet til TVen, oppstod spontant da læreren og elevene oppdaget et felles problem: de hadde et rektangel med ukjente sider, men de visste diagonalen. De er i en

[100] http://www.maxbo.no/Trinn-for-trinn/Oppsetting-av-bindingsverk/

[101] TV eller PC med internett var ikke umiddelbart tilgjengelig der elevene var. Dermed kunne de ikke så lett undersøke ved å måle TV-en eller søke etter «widescreen» på nett.

matematikktimekontekst. I en annen kontekst ville problemet sannsynligvis blitt løst på en annen måte.

Forbindelse mellom hverdagskunnskap og skolematematikk kommer fram når Daniel kommuniserer sin kunnskap fra hverdagssfæren – widescreen – som han relaterer til lærerens spørsmål om form. Slik kan en si at det er en realistisk orientering i samtalen. Dette strekker likevel ikke til i matematikktimesfæren, fordi han ikke har kunnskap om hvordan denne formen beskrives matematisk som forholdstall.

8.3.4 Betydningen av fleksibel posisjonering

Lærerens ord «ikke et ord til rektor …» posisjoneres i skolesfæren samtidig som de også er en opposisjon til rammene skolen setter. Ved å tegne på veggen, gjør læreren TVen mye mer konkret. Både læreren og elever får erfare hvor stor en 32″ TV kan være. Hadde det vært tavle i rommet, kunne den blitt brukt, men i mangel av det, var veggen det mest tilgjengelige. Implisitt kan det ligge en holdning styrt av skolens mål – tjener det til elevenes læring, kan en gjøre det meste. Læring skal styre aktiviteten, ikke skolens rammer.

Før utdraget «ikke et ord til rektor» (8.1.4), når lærer prøvde å lede Jonas til å logisk resonnere seg fram til en fornuftig lengde på en 32″ TV, finner denne replikkvekslingen sted (Appendiks 6, Utdrag D, 1007-1009):

(Video, 17.03. del 1, 37.50)

Jonas: Nei jeg vet ikke. Vi har ikke 32″ TV, vi har 37″.

Hilde: Vi har 32″.

Lærer: Da kan kanskje Hilde hjelpe til da med å bestemme hvor lang den er? (Sier det på vei ut av rommet for å hente tavlelinjal)

Jonas bruker manglende erfaring med 32″ TV som argumentasjon for ikke å vite hvor langt et TV i denne størrelsen er. Hilde nevner at et TV i denne størrelsen har de hjemme i hennes familie. Læreren aksepterer Jonas sitt argument og ber Hilde om å hjelpe. Når læreren så går ut av rommet, henvender Jonas seg til Daniel, og ikke til Hilde (Appendiks 6, Utdrag E, 1010-1013):

Jonas: Hvor lang er en 32″ skjerm Daniel?

Daniel: Vet ikke jeg. Lengda er dobbelt så bredden?

Jonas: Høyden er den der (regner med han peker på kortsiden på rektangelet, men dette er ikke filmet.)

Daniel: Ja. Den er dobbelt så lang som den. Vet ikke jeg.

Spørsmålet Jonas stiller om lengden på en 32 tommers skjerm, er ikke lett å plassere i skole- eller hjemmesfære. Hadde han rettet spørsmålet til Hilde, kunne han fått et omtrentlig anslag, gjerne vist med hendene, ut fra hennes erfaring med TV på denne størrelsen. Når han stiller Daniel spørsmålet, kan det være fordi han vil ha en annen type svar, noe han også får. Daniel svarer ikke helt på det Jonas spør om. I stedet for å si hvor lang han tror TVen er, beskriver han forhold mellom to lengder, lengde og bredde. Siden Daniel tidligere var tydelig på at de skulle lage en widescreen-TV, kan Daniels svar reflektere hans erfaring med widescreen. Denne har som regel forholdet 16:9≈1,8. Det kan være at Daniels svar også reflekterer at forskeren tidligere spurte ham om han visste hva forholdet mellom sidene var i en widescreen. En vet ikke hvordan Daniel hadde svart om Jonas hadde spurt et slikt spørsmål utenfor matematikktimekonteksten. «Dobbelt som» er begrep som brukes både i språkbrukssfærer knyttet til matematikktimer og hverdagsliv hjemme, men med litt ulik betydning alt etter om en er i skole- eller hjemmesfære. I hjemmesfæren er «dobbelt som» et ca begrep, i skolen er utrykket en eksakt beskrivelse av relasjoner mellom størrelser. Når Daniel sier flere ganger «vet ikke», kan det være et uttrykk for at han ikke vet om det er det dobbelte i en matematikktimekontekst. Jeg ser for meg at Daniels svar reflekterer stemmer både fra hjemme- og skolesfære og at han knytter dem sammen i arbeidet med TVen.

Etter at TVen var tegnet ferdig og læreren konstaterte at ingen kunne nekte for at dette var et 32″ TV, spør Jonas Hilde om deres TV ikke var «større», innforstått større enn TVen tegnet på veggen. Han viser en intensjon om å knytte sammen det han gjør i skolen med en vurdering av realismen i hjemmesfæren. Han sier seg enig i lærerens ytring om at ingen kan protestere på at TVen på veggen er «en 32 tommers», og utrykker så tvil ved om Hilde har 32 tommers TV. Når han spør om de ikke har større, gir han uttrykk for at han synes modellen ser liten ut på veggen.

I lærerens forsøk på å få Jonas til å tenke logisk ut fra relasjoner mellom sidelengder og diagonal, og hans begrunnelse for ikke å vite fordi han mangler erfaring med formatet, ligger det to ulike tenkemåter til grunn. Den første er logisk argumenterende og den andre har en erfaringsbasert begrunnelse. Når Jonas henvender seg til Daniel, møter han argumentasjon knyttet til det Daniel har erfaring med (widescreen). Daniel prøver å utrykke widescreenformatet matematisk som relasjon mellom lengder.

Det er en fleksibilitet mellom deltakerne i hvordan de bruker diskurser fra ulike sfærer i sin argumentasjon. Dette underbygges av lærerens logisk-matematiske tilnærming, Jonas sin henvisning til manglende erfaring i virkeligheten og Daniels svar til Jonas som reflekterer både skole- og hjemmesfære. Når læreren henviser Jonas til Hilde, gir hun aksept for å gå utenfor matematikktimediskursen. Å akseptere bevegelse mellom ulike språkbrukssfærer og matematikklogisk og erfaringsbasert tenkesett, åpner for deltakelse og læring ved at elevene drar nytte av ulike språklige og logiske ressurser.

8.3.5 Oppsummering

Utgangspunktet for rorbumodellen som elevene lager er samarbeidet med bedrift. Den skal lages ferdig og stilles ut i byggefirmaet. Elevene og læreren har felles bakgrunn knyttet til bedriften når de snakker med hverandre. Jeg finner det likevel vanskelig å se tydelige spor knyttet til bedriftens språkbruk. I begreper som tomme og Pytagoras læresetning ligger det potensial til å knytte sammen skole- og bedriftssfære. Dette er begreper som anvendes både i skole og tømrerens praksis. I observasjonene finner jeg ikke spor av at noen gir uttrykk for å se en slik sammenheng. Dette betyr ikke at bedriften er fraværende. Bedriftssamarbeidet har betydning når Jonas spør om de skal fortsette arbeidet neste time, da kan han fikse resten. Resten består av å anvende reduksjonsstaven for å finne TVens mål i målestokk 1:25. Å bruke reduksjonsstaven har nå blitt automatisert. Den er et redskap integrert i elevenes virksomhet med rorbuen.

Språklige ressurser fra hverdags- og matematikktimesfæren er tydelig til stede i samtalene knyttet til TV-e. Lærer og elever henter tema, begreper og argument både fra skole- og hjemmesfære. Å hente vokabular og argumentasjon for ulike sfærer kan også bety å veksle mellom ulike tenkemåter (Johnsen-Høines, 2002). Å logisk tenke seg til en lengde på en TV ut fra opplysninger en kjenner, krever noe annet enn å bruke erfaring med 32 tommers TV til å anta en lengde. Jonas, Daniel og læreren beveger seg mellom disse sfærene.

Elever og lærer er i skolesfæren og ytringene må forstås ut fra det. De tolker også hverandres ytringer ut fra denne forutsetningen. Erfaringer og vokabular fra aktiviteter og erfaringer utenfor skolen tas slik inn i skolesfæren som en ressurs og er del av flerstemmigheten. I samtalene møtes ulike diskurser og ulike tankesett som er til stede samtidig, gjerne i samme ytring. Da blir det også vanskelig systematisk å kategorisere ytringene i skole- eller hjemmesfære. I oversikten som følger, har jeg likevel forsøkt, for å framskaffe oversikt over bevegelse mellom sfærer. Flere tema/begrep/handlinger kunne vært plassert flere steder. Kategoriseringen er gjort ut fra posisjonering i ulike sfærer slik jeg gjennom analysene har funnet det sannsynliggjort. Posisjoneringene i ulike sfærer kan være bevisste eller ubevisste. Når lærer og elever posisjonerer ytringene sine i hjemmesfæren, som når Daniel roper ut widescreen, ser jeg dette som spontan handling. Det er en kobling han gjør til lærers invitasjon om å snakke om TVens form. Ytringen er intensjonell i forhold til hans taleplan men hans posisjonering i hjemmesfæren er ikke nødvendigvis gjort bevisst. For læreren kan det være en bevisst handling å trekke inn vokabular og tema utenfor språkbrukssfære skole, for å lede elevene til å koble det de arbeider med i skolen til erfaringer elevene har utenfor skolen. Elever og lærer bruker fleksibelt de språklige redskap de rår over.

Noen ytringer er plassert imellom skole og hjem. Når læreren eksempelvis sier «32 tommer», bruker hun et vokabular knyttet til hjem og kjøp av TV. Men den er også posisjonert i skolesfæren. Jeg tolker at lærerens intensjon med ytringen er å matematisere TVen for å møte målet matematikklæring. Når Daniel sier 60 tommer og begrunner det med at det har fetteren, ser jeg det som utsagn posisjonert i hjemmesfæren. Der jeg finner grunner for å plassere elevenes eller lærers ytringer i begge sfærer, plasserer jeg dem i snittet mellom skole og hjemmesfære (midterste kolonne).
Forkortinger i tabellen: E: elev-/er, L: lærer.

Tabell 13. Tabell med repertoar fra skole og hjemmesfære.

Skolesfære	Snitt skole/hjem	Hjemmesfære
		E og L: Lage TV/flatskjerm
E: Bein firkant	E: bein	
E og L: Tegne, regne, måle, skjære		E: Få kniven, skjære
	Lærer: 32 tommer Matematisere Vokabular	E: 60 tommer (fetter har)
E: diagonalen		E: På skrå
L: Hvor lang er en tomme? E: to komma ett eller annet L:Tomme i læreboken	E: Litt lenger enn tommeltotten	E: Vet ikke hvor lang 32 tommer er da vi ikke har det hjemme, har 37 tommer. L: Spør Hilde (som har 32 tommers TV)
E: formel – diagonal		
L: Kvadratisk? Eller alle likeformet?	E: Lengden dobbelt så lang som bred	E: Widescreen[102]
	L og E: Modell av TV	
L: Pytagoras		
L: kvadrat/kvadratrot		
L: forhold mellom sidene og diagonalen	L: Tenk logisk ut fra det du vet	

Som tabellen viser, beveger både elever og lærer seg mellom hjemme- og skolesfære. Elever og lærer startet med å hente tema fra

[102] Buen er tegnet mellom lærers ytring om kvadratisk eller likeformet og widescreen da Daniel så tydelig knyttet sammen disse da han ropte ut widescreen.

hjemmesfære, men beveger seg mer og mer over i matematikklæringsdiskurs.

Det ligger ulike grunner for at diskurs fra hjemmesfæren er så klart til stede i skolesituasjonen deltakerne befinner seg i. Jeg har identifisert disse:

- Læreren og elever: Henter tema, inspirasjon til aktivitet (lage TV) (8.3.1)
- Daniel: Formidle forbindelse mellom erfaringer fra ulike sfærer som når Daniel roper widescreen når lærer snakker om form, og når han snakker om 60 tommer som fetteren har når lærer spør om de skal lage 32 tommers. (8.3.2)
- Jonas: Begrunnelse for at han ikke vet (Jonas: har ikke 32 tommers) (8.3.4)
- Læreren: Et sted en kan hente opplysninger fra (spør Hilde, hun har 32 tommers TV) (8.3.4).
- Jonas: Kontrollere om valgt lengde er rimelig, spør Hilde i etterkant (8.3.4).

Særlig elevenes stemmer blir tydelige når de posisjonerer seg i hverdagssfæren. De har kunnskaper fra erfaringer i hverdagssfæren som de deler med hverandre. De knytter samtidig begreper fra hverdagssfæren til begreper i skolematematikksfæren som begrepene «på skrå» og «diagonal», «ikke kvadratisk» og «widescreen», tegnet modell av 32 tommers TV og Hildes 32 tommers TV.

Det er særlig læreren som inviterer elevene inn i matematiseringsprosesser. Men elevene deltar også, slik de gjør når Jonas kommer med diagonal og Daniel introduserer formel. Å posisjonere seg i skolesfæren (matematikktimekontekst) kan knyttes til ulike formål:

- Bidra til å fokusere på matematisering for matematikklæring, (læreren og elevene)
- Utvikle normer for hvordan en arbeider praktisk i matematikk, (læreren og elevene)
- Undring: Lærer – hvordan måles en TV? Daniel: - Det må finnes en formel …,
- Bidra med sine kunnskaper: Elever:– bein firkant, diagonal, formel. Læreren: Pytagoras, potenser, kvadrat og kvadratrot.

Sammen skapte lærer og elever mulighet for å matematisere TVen. Å bringe tema og begrep fra hverdagssfæren inn i samtalen i klasserom, der det var en forventing om at her skulle det læres matematikk, skapte noe som deltakerne ikke kunne forutse i forkant. At det ble gitt rom for ytringer fra flere språkbrukssfærer åpnet for å koordinere perspektiv og mening på måter som ikke ville vært til stede dersom en bare tok hensyn til perspektiv innenfor en av språkbrukssfærene. Det identifiseres en dialogisitet mellom kunnskapene som elevene og læreren bidrog med.

Å samarbeide med et firma utenfor skolen for å lære matematikk, har åpnet for måter å gjøre matematikk på som ellers ikke ville blitt presentert i matematikkundervisning. Dette kan for eksempel være å bruke reduksjonsstaven i arbeid med målestokk (se kap. 6). En kan spørre seg om samarbeidet med bedrift bidrar til også å åpne opp for å trekke inn andre språkbrukssfærer og sjangre utenfor klasserommet inn i matematikklæringssamtalene. I samtalene det refereres til i dette kapittelet blir ytringer som er knyttet til hjemmesfæren, verdsatt og brukt både av elever og læreren. Samtidig rettes samtalene inn mot matematikklæring. Samtalene er preget av fleksibelt språkrom (Johnsen-Høines, 2002, s. 200) der læreren og elevene spiller inn kommunikativt for å få innsikt i relasjonene som finnes mellom innspill fra de ulike språkbrukssfærene, der det initieres undersøkende matematikkfaglige innspill som læreren og elevene undersøker sammen.

8.4 Hvordan matematikk kommuniseres og realiseres

I dette delkapittelet analyserer jeg hver tekstsekvens med hensyn til å undersøke hvordan matematiske temaer kommuniseres og realiseres. Det dreier seg om å studere meningskoordinering som skjer, både mellom ytringer til enkeltelever og mellom elevene og læreren. Det handler om hvordan ytringer ses på som posisjonering ut fra forforståelse. Den er evaluerende i forhold til andres og egne tidligere ytringer. Den krever svar og posisjonering fra andre. I dette delkapittelet setter jeg et særlig fokus på matematiske tema som diskuteres og undersøker hvordan elevene skaper meninger i matematikksamtalene og hvordan elevene reflekterer i og om matematikk. Jeg knytter analysene opp mot refleksjon knyttet til matematikk som redskap (Gellert, et al., 2001), noe jeg i kapittel 2 relaterer til myndiggjøring og eierskap. Gellert et al. (2001) beskriver det første nivået som å reflektere over eller vurdere om en har regnet ut og brukt algoritmer riktig. På et andre nivå foregår refleksjon om det er riktig metode for å regne ut som blir brukt, og om det finnes andre tilgjengelige metoder for å løse samme problem. På et tredje nivå reflekterer en over om resultatet er hensiktsmessig for å løse problemet eller om det finnes andre mer hensiktsmessige innfallsvinkler. Fokuset, skriver Gellert et al. (2001, s. 71), er på det teknologiske aspektet ved kontekstualisering av matematikk og ikke på matematikk som redskap i seg selv. Hvor hensiktsmessig formuleringen av problemet er for løsningen, er det fjerde nivået. Kunne en for eksempel løse problemet uten matematikk? Er den matematiske løsningen mer til å stole på enn mer intuitive teknikker eller allmenne vurderinger? På siste og femte nivå er fokuset på et videre perspektiv på bruk av teknikker i problemløsning, om hva generelle implikasjoner med å prøve å løse problem formelt kan innebære, om hvordan bruk av algoritmer influerer på vår persepsjon av virkeligheten. En kan reflektere over hva en tenker om matematiske redskap når en bruker dem universelt og hva den generelle rollen til matematikk er, i samfunnet vårt, skriver Gellert et al. (2001).

Refleksjon handler også om å kunne ta andres perspektiv og danne sitt eget i møte med ulike stemmer (Akkerman & Bakker, 2011). Dette kan foregå for eksempel i møtet mellom lærerperspektiv og elevperspektiv, der elever og læreren henter ressurser fra ulike språkbrukssfærer, knyttet til skole og hjem.

8.4.1 På let etter matematisk utfordring

Einars ytring om at det *bare* er en «bein firkant», viser at han anser det å lage en TV som en enkel utfordring. Læreren kommer med forslaget om å lage flatskjerm, noe som da vil innebære å skjære ut et flatt rektangel. Jonas ytring «ja men den er jo flat», støtter opp under at dette blir enkelt, kanskje for enkelt. Han vil ha kniv for å skjære med en gang. Når Daniel foreslår å lage et TV som står på bord, trekker han inn en romlig dimensjon, noe som kunne være en ekstra utfordring for Jonas. Når lærer spør om TVen skal være 32" setter hun fokus på måling og størrelsen på TVen, 32 tommer.

Jeg ser denne delen av samtalen først og fremst som en idemyldrings-sekvens. Intensjonen for samtalesekvensen er å finne noe som Jonas skal lage som også kan få en mening i forhold til matematikklæring. Det er ikke vanskelig å skjære ut et rektangel ut fra øyemål som ville fungert utmerket inne i modellen av rorbuen. I lys av matematikklæring er imidlertid ikke det tilfredsstillende. Samtalen viser et engasjement i å finne noe fra hverdagen som også kan knyttes til matematikk. Dette er TVens størrelse et eksempel på. De er også på leting etter hva som er den matematiske utfordringen i aktiviteten det innebærer å lage en flatskjerms-TV. Finnes denne faktisk, eller bør det lages noe annet (TV på rullebord)? Den kritiske refleksjonen er her knyttet til om de kan gjøre bruk av matematikk for å gjøre en så enkel oppgave som å lage en flatskjerms-TV. For Jonas ser det ut til å være åpenbart at det ikke er direkte nødvendig, siden han spontant ser ut til å ville skjære ut TVen med en gang. Samtidig er hans etterfølgende forslag om å tegne først, et signal på hans vilje til å matematisere ved først å lage en tegnet modell. Elevene reflekterer ikke over om det er nødvendig å bruke matematikk. De reflekterer over om det er mulig å bruke matematikk i aktiviteten.

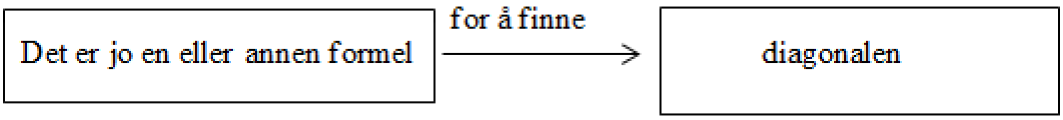
8.4.2 Ideen om en formel

Ideen om at det må finnes en formel når en vet lengden av diagonalen, oppstod da læreren og elever sammen oppdaget at de ikke visste noe om lengden eller høyden på en 32 tommers TV. Daniels hadde tre ulike ytringer om formel som han aldri fikk eksplisitt svar på i utdraget der læreren og elevene samtalte om hvordan en TV måles, og hvordan de skulle finne sidene når TVen måles diagonalt (8.1.2):

Ytring 1: Det er jo en eller annen formel for å finne diagonalen.
Ytring 2: Du, Linn, det er vel en eller annen formel når en får diagonalen?
Ytring 3: Ja men det er sikkert en formel for det en eller annen vei. (Som svar til Jonas som lurer på om han vil klare oppgaven med TVen.)

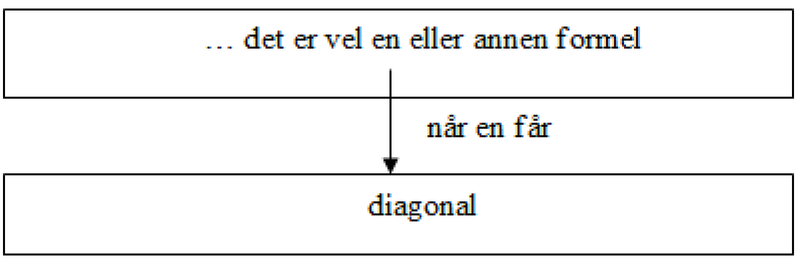
I første ytring viser Daniel en tilsynelatende skråsikkerhet om at det må finnes en formel for å finne diagonalen. Deretter kan en spore noe mer usikkerhet i spørsmålet til læreren om at det finnes vel en eller annen formel når en får diagonalen. Denne usikkerheten er ikke mindre i siste ytring som ser ut til å skulle bidra til støtte for Jona:; «det er sikkert en formel for det en eller annen vei». Ytringene er rettet til andre (læreren og Jonas). Daniel får ikke respons på det første innspillet om formel. De etterfølgende ytringene gjenspeiler at han også er i en indre dialog med seg selv.

I Daniels første ytring om formel og diagonal handlet det om at det finnes en eller annen formel for å finne diagonal. Deretter kommer et spørsmål om det finnes en eller annen formel når en har diagonalen. I siste ytring knyttet til formel sier Daniel at det er «sikkert en formel for det en eller annen vei», og der nevner han ikke diagonalen. Jeg har visualisert utsagna for å bedre forstå hva han kommuniserer gjennom de ulike ytringene.



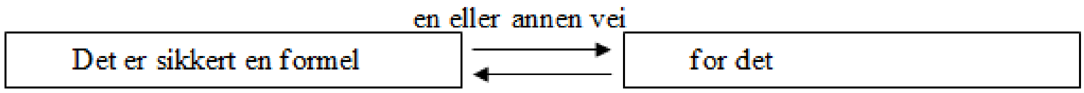
Figur 25: Ytring 1

Daniel konstaterer nærmest at det finne en formel som innebærer å finne diagonalen. Han starter med formel med hensikt i å finne diagonalen. Samtidig vet Daniel at det ikke er diagonalen som skal finnes. Han vet det er sidene de trenger for å kunne lage TVen. At Daniel vet hvor målet er, hva de trenger for å komme videre, gir retning for ytringene som del av hans taleplan. Altså kan det antas at han skimter en sammenheng mellom en formel og diagonal og det å finne løsningen for å regne ut de manglende lengdene.



Figur 26: Ytring 2

«Det er *vel* en eller annen formel *når en får* diagonal», sier Daniel med spørrende intonasjon henvendt til læreren. De uthevede ordene viser usikkerhet. Daniel er mindre skråsikker i Y2 enn i Y1. Fra ytring 1 til ytring 2 er setningen forandret fra det aktive: «for å finne» – til passive: «når en får» diagonalen. I Y 2 kommer det klarere fram at han ikke spør om formel i hensikten å finne en diagonal, men at det *vel* er en eller annen formel i betydning av at det eksisterer vel en eller annen formel, når en får diagonalen. Underforstått kan en tenke at denne sammenhengen mellom formel som ligger bak når en får diagonalen, må kunne hjelpe en med å finne de manglende sidene. Mens Y 1 viser en formel som gir diagonalen, beveger Daniel seg litt mot en ligningstenkning i Y 2. Kan en sette opp sammenhengen ved formel, der diagonalen er gitt og de manglende sidene settes som ukjente, vil en kunne finne de ukjente.
Ytring 3 innebærer enda mindre skråsikkerhet enn både Y1 og Y2:



Figur 27: Ytring 3

I Y3 bruker Daniel ord som «sikkert», «en eller annen vei», «for det». Alle disse ordene inneholder usikkerhet. At det «er sikkert», er en unødvendig erklæring om en virkelig er helt sikker. Dermed ligger det en liten usikkerhet innforstått i erklæringen. Når Daniel sier at det sikkert er en formel «en eller annen vei» er dette siste også svært ubestemt. Det er ikke lenger en retning som peker mot diagonalen. Om han tenker at en formel skal kunne hjelpe ham til å sette opp en ligning for å finne lengde eller bredde på TVen, har det betydning at diagonalen kan brukes. Samtidig trenger ikke diagonalen nødvendigvis være svar i en formel. Han trenger en formel som involverer diagonalen og som kan settes opp som en ligning der en av de ukjente lengdene er med, uansett på hvilken side av likhetstegnet diagonalen er plassert. Det kan se ut for at han fra begynnelsen startet med en formel for å finne diagonalen. Men siden det ikke var diagonalen han skulle finne, spør han i neste ytring om det finnes «en eller annen formel når en får diagonalen». Vektleggingen blir flyttet fra å finne diagonalen til at det finnes en eller annen formel. I siste ytringen, «det finnes sikkert en formel for det en eller annen vei», bestemmes ikke hva en vet eller hva en ikke vet (hva «det» er) og hvordan en skal bruke formelen for å regne ut det en ikke vet. Ytringen gjenspeiler en teknikk der en setter opp en ligning, manipulerer utrykket ved å flytte den ukjente på den ene siden av likhetstegnet, for så å løse ligningen. Han kommuniserer en forventning om at det finnes et redskap han ikke er sikker på eksisterer. Hvis det eksisterer, forventer han at det kan bidra til å løse problemet som de står overfor. Problemet er i seg selv en konstruksjon på bakgrunn av at deltakerne er i en matematikktime. Daniels refleksjon om en formel som løsning kan knyttes til hans kjennskap om sjanger innenfor språkbrukssfæren han befinner seg i.

Gellert, et al. (2001) beskriver refleksjon når en arbeider med matematikk som en aktivitet der en ser tilbake på hva som er gjort, reflekterer over svar, over algoritme som er brukt, over problemstilling som er stilt osv. Daniels refleksjon er i de analyserte ytringene både i forkant av en løsning og fortløpende i en prosess der han prøver å klargjøre en mulig løsning. Han har ikke noe svar som han kan vurdere og reflektere over. Men han reflekterer over muligheten til å få et svar gjennom å bruke formel. Og han reformulerer problemstillingen fra å finne formel for å finne diagonalen til at det sikkert finnes en formel for det «en eller annen vei». Dette knyttes til nivå to og tre hos Gellert, et al. (2001). Daniel stiller seg kritisk reflekterende til sine egne utsagn om formel ved å stadig reformulere dem.

Mens Jonas reflekterer det vanskelige i oppdraget han har fått i sitt utbrudd – «… hvordan skal jeg klare å finne det ut da?», viser Daniel at han har en optimisme på vegne av matematikk som inkluderer formler som et redskap en kan bruke for å løse problemer, en løsning han prøver å formidle til Jonas.

8.4.3 Introduksjon av Pytagoras

Lærerens ytringer om form på TV, kvadrattall, rette vinkler og rettvinklet trekant, peker alle framover mot introduksjon av Pytagoras som løsning på det oppståtte problemet. Når Jonas svarer rettvinklet trekant på lærerens spørsmål om form, er læreren kjapp til å parafrasere «rettvinklet trekant» før hun forsetter direkte med «men da kan du bruke Pytagoras». På den måten formidler hun en sammenheng mellom rettvinklet trekant og bruk av Pytagoras. Elevene har ventet på lærerens løsning, og de får her høre at de kan bruke Pytagoras før de vet hva Pytagoras dreier seg om. I fortsettelsen sier hun « … Men …». Hun har pause i forkant og etterkant. Hun signaliserer slik at hun er i dialog med både seg selv og elevene. Pausen gir Daniel mulighet til å formidle sin og Jonas´ posisjon – «vi står bare her og ser dumt på hverandre». Jeg ser ytringen som uttrykk for at de ikke forstår hva læreren snakker om og hva hun vil. Læreren fortsetter, og sier henvendt til Jonas, at han kan bestemme den ene lengden selv og så vil den andre komme av seg selv. Slik gir hun ham kontroll over deler av prosessen. Hun fortsetter sin tankerekke og nevner katet før hun avbryter seg selv. Katet er ikke innført som begrep på 8. trinn. En har lite bruk for ordene katet og hypotenus før en innfører Pytagoras og trigonometri i skolen. Hun innfører begrepene, viser hva som er katet og hypotenus på trekanten i rektangelet. Deretter følger hun opp med en teknisk beskrivelse av

Pytagoras´ læresetning samtidig som hun skriver opp ligningen. Under denne siste ytringen går Daniel tilbake til sitt eget opprinnelige arbeid. Det ser ut for at den tekniske siden ved løsningen ikke interesserer ham. Han overlater dette til læreren og Jonas.

Analysene belyser et vanskelig dilemma når en som lærer har et ønske om å drive en åpen og dialogisk matematikkundervisning. Noen ganger vet læreren hvor de skal. Hun har matematikkfaglige kunnskaper om hva elevene skal lære, om mål for undervisningen fram i tid som elevene har liten mulighet for å ha innsikt i. Når elever ikke har forutsetninger for å ha innsikt i lærerens taleplan, får elevene lett en rolle som statister. Lærerens stemme er viktig for elevenes læring. Gjennom denne får elevene innsikt i matematikk som de selv ikke kan eller har møtt før. Noe av kvaliteten ved samtalene her er likevel at elevenes stemme også er hørbar, som når Daniel setter ord på Jonas´ og sitt perspektiv – at de «bare står og ser dumt på hverandre». Slik blir samtalen med et klart matematikklæringsfokus også flerstemmig og dialogisk. Det er en kvalitet ved matematikksamtaler styrt av lærer at elevene setter ord på sitt perspektiv. Det gir muligheter for at elev- og lærerperspektiv kan møtes. Daniel introduserte formel. Dette kan ses på som at han inviterte til den lærerstyrte samtalen der Pytagoras´ setning ble presentert.

Samtalen knyttet til Pytagoras kan sees på som utfordrende for både elevene og læreren. Hun nøler mens hun snakker. Ideen om å bruke Pytagoras er ikke langtidsplanlagt, men oppstått i en situasjon der hun som lærer må tenke raskt. Refleksjon om hvorvidt Pytagoras er en god løsning i denne situasjonen, reflekteres ikke i samtalene med elevene. Den kan ha vært til stede i lærerens vurdering, uttrykt gjennom hennes nøling når hun introduserte muligheten for å bruke Pytagoras. Daniels forventning om en formel, har skapt en grobunn for å innføre noe nytt.

8.4.4 TVens form

Å bruke en flyttbar tavlelinjal som diagonal, gav muligheter for å demonstrere hvordan lengde og høyde i et rektangel forandret seg alt etter som en endret stigningen på den 32 tommers diagonalen. Jonas fikk oppdraget med å bestemme formen ut fra om han syntes TVen så bra ut eller om det ble for smalt. Slik ble det en praktisk og visuell eksperimentering. I ettertid kan en se at det her ligger et utforskningspotensial, dersom en knytter denne utprøvingen til lærerens tidligere spørsmål om sammenhenger mellom katetene og hypotenus. Hva er den største lengden en skjerm kunne hatt? Hva er den minste? En kunne undersøkt hvilken form som gir lengst omkrets og hvordan skjermens overflateareal endres i forhold til skjermens omkrets. En slik eksperimentering kunne i denne situasjonen fort blitt sett på som avsporing med tanke på tidsaspektet og den praktiske intensjonen «å lage ferdig en TV». Men eksempelet viser at praktiske løsninger kan ha potensial for matematisk utforskning med muligheter for generalisering, og at arbeidet kan gi referanse til matematisk utforskning på et senere tidspunkt.

Læreren spør elevene om alle 32 tommers TV-er formlike. Hun viser til at når sidelengdene ikke er bestemt, kan formen endres. Hun retter elevenes oppmerksom på usikkerhet knyttet til TVens form når to sider er ubestemt og de kun vet diagonalen.

Jonas spør om fjernsynet ligner Hilde sitt og deretter spør han om de ikke har større. Jeg knytter spørsmålene til refleksjon i modelleringsprosesser der en kontrollerer modellen en har laget opp mot virkeligheten. Dette ligner Hildes spørsmål dagen før, da hun spurte om dukkemannen Einar hadde laget gikk gjennom dørene (se kap. 6.2.1). Eller når gruppen så hvor smal gangen i soveromsfløyen ble på modellen og deretter gikk rundt og undersøkte skulderbredden til de største medelevene for å forsikre seg om at de kunne gått igjennom gangen uten problem (Video 13.04, del.1). Å lage modeller ut fra noe som er kjent eller kontrollerbart, gir elevene muligheter til å reflektere over realismen i modellene, eller som her, å etterspørre realismen i medelevens utsagn om 32″ TV. Læreren støtter opp om Jonas´ spørsmål ved å spørre om det var en 42″ TV Hilde kanskje hadde. Hilde avkrefter det.

8.4.5 Refleksjon i og om matematikk

Jonas og Daniel følger lærerens resonnement når hun inviterer dem til å få innsikt i Pytagoras´ læresetning. De gjør det ikke passivt. Når læreren snur seg bort eller går ut av klasserommet, inviterer Jonas Daniel til å bidra i utfordringene han har knyttet til TVen. Jonas spør Daniel om hva lengden på en 32 tommers TV kan være, de leser Pytagoras´ læresetning høyt for hverandre. Jonas spør om svaret han mener å få kan være rett. Han mener selv det blir for lite. Når han skal gjøre ferdig modellen i målestokk 1:25, finner han selv ut at den må ha ramme og spør gruppen om et anslag på hvor bred den bør være. Jonas er slik sett ikke bare en passiv mottaker av andres innspill. Han prøver å skape mening i det han arbeider med, også ved å trekke medelevene med seg inn i diskusjoner. Daniel er også aktiv bidragsyter for å skape mening i den matematiske aktiviteten. Han kikker over skulderen til Jonas og læreren, han stiller spørsmål om formel og foreslår mulige løsninger på Jonas sine spørsmål. Verken Daniel eller Jonas viser skråsikkerhet i samtalene knyttet til matematikk, de leter sammen og er usikre sammen. Læreren er også utprøvende i den matematiske samtalen med elevene. Hun tar en risiko når hun knytter prosjektet med TVen opp til Pytagoras helt uten at hun har forberedt seg. Selv om det er tydelig at hun vet hvor de skal, er hun også famlende og utprøvende. Hun beveger seg mellom de ulike elementene en trenger for å kunne regne med Pytagoras, som kvadrat, kvadratrot og rettvinklet trekant. Hun prøver i tillegg å få Jonas til å bruke logisk resonnement for å finne den ene lengden ved å knytte den til relasjoner en kjenner mellom diagonal og sidelengder. Nølingene hennes gir plass for elevenes metakommentarer knyttet til hvordan de opplever situasjonen. Elevenes kommentarer virker inn på lærerens fortsettelse. Hun snur fra et matematisk og logisk fokus til en praktisk tilnærming ved å tegne TVen på veggen. Det kan gjenspeile hennes kritiske vurdering over å bare bruke matematisk og logisk tilnærming til et så praktisk problem.

Elevene reflekter kritisk på ulike nivåer (Gellert, et al., 2001). Når Jonas regnet med Pytagoras og reagerer på at lengden på TVen blir for liten i forhold til høyden (linje 10..), kan dette sees som et kritisk tilbakeblikk, en refleksjon knyttet til om han har regnet riktig. Ved å relatere resultatet av modellen av TVen på veggen til Hildes 32 tommers TV hjemme, viser han at han reflekterer rundt realismen i det de arbeider med. I praktisk arbeid med matematikk er det ikke nok at en får riktig svar, svaret må også relateres til virkeligheten.

I den avsluttende samtalen Jonas har med Daniel, der han viser fram arket med alt arbeidet på, skinner likevel en kritisk refleksjon rundt arbeidsmengden i forhold til resultat gjennom:

1090.Jonas: Alt dette måtte jeg skrive for å lage den lille TVen som henger på veggen der! (Vifter med arket med utregninger til TVen, se fig. 14)

1091. Daniel: Ja du er helt sinnssjuk

Samtalen kan sees som en kritisk refleksjon over matematikk som redskap. Det er tungvint. Det var mye arbeid for veldig lite. Men her viser de ikke refleksjoner over hva de kunne gjort i stedet, for eksempel om de hadde behøvd å bruke matematikk i det hele tatt. Det er innforstått at de er i språkbrukssfæren knyttet til skolematematikk og at målet er matematikklæring.

8.4.6 Oppsummering

Elevene og læreren deltar i en matematisk praksis når de arbeider med TVen. Gjennom koordineringen som foregår, demonstrerer de sine sosiomatematiske normer som de sammen har utviklet underveis. Elevene formidler en forventning om at aktiviteten skal ha en matematisk utfordring. Det er ikke matematisk utfordrende nok å bare skjære ut en «bein» firkant. Dette legger grunnlag for at Pytagoras´ læresetning kan introduseres.

I samtaleanalysene (kap. 8.4) identifiseres det at elevene reflekterer over svar og utregning, over mulige formler og algoritmer. Det reflekteres også over svar relatert til størrelser i virkeligheten. Jeg ser det som intern refleksjon, refleksjon knyttet til modelleringsprosessen. Jonas og Daniel reflekterer over arbeidsmengde og vurderer kritisk resultatet av denne arbeidsmengden. De tar et metaperspektiv og ser prosessen utenifra. Fra et matematikklæringsperspektiv kan det å arbeide med Pytagoras for å skjære ut et lite rektangel gi mening. Elevene protesterte ikke over dette underveis. Det passer med deres sosiomatematiske normer. Det er først når de reflekterer over arbeid og resultat i lys av verden utenfor matematikktimekontekst, at det hele blir ulogisk. I en annen kontekst ville de bare skåret ut et rektangel.

8.5 Eierskap

Et bakhtinsk perspektiv på målet med utdanning sier Matusov er:

> … not to make students have the same understanding as the teacher, but rather to engage them in historically valuable discourses, to become familiar with historically, culturally, and socially important voices, to learn how to address these voices, and to develop responsible replies to them without an expectation of an agreement or an emerging consensus (Matusov, 2011, s. 115).

I episoden om TV og Pytagoras er det ulike typer koordinering som foregår. I analysen har jeg fokusert på koordinering knyttet til invitasjon og deltakelse i samtalen, koordinering knyttet til posisjonering i språkbrukssfære, og til sist hvordan matematikk koordineres og realiseres i samtalene mellom elever og lærer. Koordineringens mål er ikke nødvendigvis enighet. Målet kan være engasjert deltakelse der en kan bli kjent med ulike historiske, kulturelle og sosiale stemmer, hvordan disse stemmene kan brukes og å utvikle ansvarlig respons i forhold til dem. Å engasjere seg, delta med sitt perspektiv, bli kjent med andres og å ta stilling eller gjøre et valg, handler om å ta eierskap.

I elevprosjektet er det elevenes forslag at de skal lage TV – altså er aktiviteten «å lage TV» noe elevene har eierskap i. Det er læreren som foreslår 32″ TV – men det er Jonas som tar valget at det skal være 32″ TV. Å finne ut hva størrelsen 32″ innebar, gav mulighet for koordinerende samtale der læreren og elevene hadde ulike opplysninger som trengtes for å komme til en felles forståelse. Læreren kom med læreboken som sa hvor lang en tomme er og elevene visste at 32″ er målet på diagonalen, ikke lengden på TVen. Det var læreren som først oppdaget det matematiske problemet, å lage en TV når en kun vet diagonalen – men det var Daniel som først foreslo at det måtte finnes en formel for slikt. Han brukte tidligere erfaringer med formel og ligning til å se for seg en løsning på det oppståtte problemet. Før Pytagoras ble introdusert kan en se samtalen som en fortløpende koordinering for å identifisere hva som skulle lages og hva som var den matematiske utfordringen i å lage en TV.

Den store utfordringen kommer når læreren skal presentere Pytagoras som løsning på problemet de har identifisert. Læreren vet noe som elevene ikke vet, og de må velge om de vil følge hennes resonnement eller melde seg ut. Jonas viser noe motstand og gir uttrykk for at han ikke forstår. Daniel melder seg ut når lærer kommer til samtalen som skal lede til Pytagoras setning. Den mer matematikktekniske delen av samtalen viser han lite interesse for. Likevel viser både Daniel og Jonas et engasjement. De engasjerer seg fort i å samtale seg imellom om problemet som skal løses når læreren retter sin oppmerksomhet bort fra dem. Etter at Jonas har fått innføring i Pytagoras og de (Jonas og læreren) har regnet ut lengden på TVen ved hjelp av Pytagoras, fortsetter Jonas på egen hånd. Han finner selv ut at han ikke kan bruke lengdene slik de er, for TVen må også ha ramme. Deretter legger han til denne slik at TVen får en «realistisk»[103] størrelse. Han tar dermed kontroll over produktet han skal lage og utvikler det videre fra der læreren slapp. Når læreren senere påpeker at de må ha ramme, forteller de at det har de alt tenkt på.

Når læreren foreslår å tegne TV på veggen, kommer hun med et forslag som kan oppfattes på tvers av skolens normer. Dette bidrar til guttenes positive utbrudd, «heftig» og gir elevene muligheter til sammen med læreren å tegne opp en modell av et TV i full størrelse på veggen. Hun drar elevene med seg som medansvarlige når hun sier de ikke skal si det til rektor. Et eierskap innebærer å ta ansvar for det som gjøres, noe læreren klart gjør når hun sier elevene skal si at de har hatt «matte med Linn» dersom de må forklare tegningen på veggen. Det kan se ut for at elevene oppfatter akkurat dette mest som lærerens prosjekt, noe som signaliseres i siste sekvens der Daniel kommenterer at «det er Linn sin måte å lære på!»

Før Pytagoras kom inn i bildet, så det ut til at alle, både lærer og elever, tok eierskap både i prosess og i arbeidet med matematisering. Etter at Pytagoras ble innfør det virker som læreren hadde eierskap når hun var til stede, mens elevene overtok når hun var ute. Eierskapet er ikke fastlåst, men bevegelig.

Daniel er periodevis engasjert i arbeidet med Pytagoras og han lar seg lett engasjere av Jonas. Til tider melder han seg ut og arbeider med sine egne saker. Det kan se ut for at han ikke har et sterkt eierskap til det regnetekniske arbeidet med Pytagoras, men at han tar et sterkt eierskap til Pytagoras som løsning. Det var han som introduserte at det måtte finnes en formel, og læreren forteller at når de formelt innførte Pytagoras to år etter, var det han som husket Pytagoras. Det var det de holdt på med da de tegnet TV på veggen, fremholdt han da (Fra foredrag sammen med lærer, dato 13. jan. 2012).

Å innføre Pytagoras læresetning var egentlig unødvendig i denne sammenhengen. Om Pytagoras skulle presenteres i dette elevprosjektet, hadde det vært mer naturlig å knytte det til kontroll av 90 graders vinkler

[103] Om en måler en TV skjerm vil en ofte kunne finne at skjermen er mindre enn oppgitt da produsenten har regnet med delen av skjermen som er gjemt bak rammen også.

i tilknytting til tømrervirksomhet. Pytagoras er samtidig en historisk og kulturell stemme som det er fastsatt gjennom læreplan at elevene skal møte i grunnskolen. Jonas og Daniel hadde ikke sjanse til å lære det matematikktekniske slik at de selv kunne brukt læresetningen selvstendig. Men de fikk innsikt i et redskap til framtidig bruk og et bruksområde knyttet til skoleoppgaver.

Elevene tok eierskap i mer enn produktet (TV modell) og matematikken, de tok også eierskap i prosessen. Dette vises igjen i invitasjonene deres der de hentet vokabular og språkbruk fra ulike språkbukssfærer. De anvendte hverdagskunnskap i matematikklæringen sin. De våget å si når de ikke forstod, eller når samtalen ikke opplevdes positivt. De var utprøvende og lærende sammen med læreren.

Læreren og elevene møtte hverandre dialogisk gjennom å forvente deltakelse av hverandre, gjennom å overraske hverandre med sine innspill, gjennom at de engasjerte seg i felles problem som de sammen identifiserte og prøvde å finne matematisk løsning på.

Det kan kritisk diskuteres hvilket bilde av matematikk i skolen en utvikler i forhold til matematikk i praktisk virksomhet når en arbeider så upraktisk som elevene gjorde i dette tilfellet. Her ligger potensial til en kritisk diskusjon knyttet til arbeid med matematikk for ulike formål. For elevene og læreren var formålet for aktiviteten klart, de arbeidet praktisk for å lære matematikk.

9 Læring i spenningsfelt

I innledningskapittelet beskrev jeg at hensikten med studiet er å:

- *få innsikt i hva som karakteriserer matematikksamtaler elevene deltar i når de beveger seg mellom ulik bruk og betydning*
- *kunne beskrive potensial deltakelse i matematikksamtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritiske matematikklæring.*

Videre skrev jeg at studien skulle

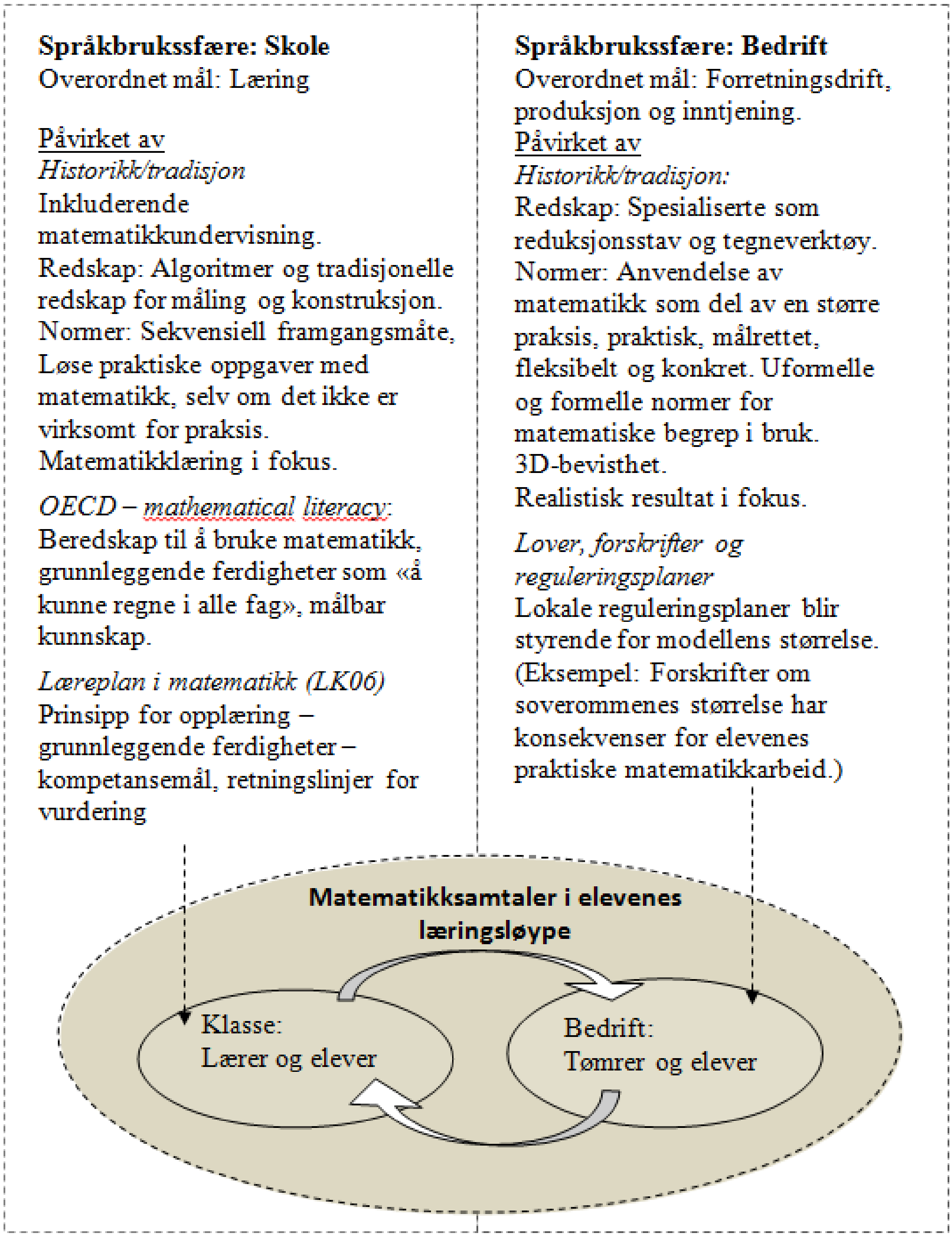
- *frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring når elevene beveger seg mellom skole og bedrift,*
- *og samtidig frambringe innsikt i matematikksamtaler og læring i skolen, ved å se disse i lys av matematikksamtaler i bedrift.*

I dette forskningsarbeidet har jeg studert elevenes læring i «bevegelse i spenningsfelt». Det er bevegelse i spenningsfelt mellom skole og bedrift, mellom ulike sosiomatematiske normer, mellom tømrers, lærers og elevers perspektiver og bevegelse mellom ulike samtaler og sjangre elevene deltar i. Arbeid med rorbumodellene ses som møtested mellom virksomhetene i de to kontekstene. Her møtes elevspråk, tømrerspråk og skolespråk. Elevene lærer «i bevegelse i spenningsfelt» mellom ulike perspektiv, også fordi det er elevene som knytter sammenhenger, de utvikler språk, kunnskap og perspektiver, gjennom bevegelser de foretar. De beveger seg inn mot en innsikt der flere språkformer er virksomme. Der danner de sin læringskontekst – i bevegelse.

I dette avslutningskapittelet vil jeg legge fram forskningsfunn og mitt bidrag til forskningsfeltet. Deretter vil resultatet diskuteres og noen konsekvenser skisseres både knyttet til matematikkundervisning og videre forskning.

9.1 Matematikksamtaler i læringsløypen

I kapittel 1 skisserte jeg en modell (figur 2) som viste hvordan jeg så for meg studien grafisk. I denne modellen ble elevenes bevegelse i læringsløypen sett på som en bevegelse mellom to til dels ulike språkbrukssfærer. Jeg antok at målene for virksomhetene, læring av matematikk i skolen og inntjening og produksjon i bedriften, ville ha betydning for sjangrene og samtalene elevene deltok i. Ut fra en sosiokulturell posisjonering av studien, viser modellen også faktorer som jeg antok ville ha innvirkning på samtalene. Innenfor skolesfæren skrev jeg inn historikk og tradisjoner, OECD og mathematical literacy og norsk læreplanverk (LK06) som kulturelle faktorer. Innenfor bedriftssfæren forventet jeg at historikk og tradisjoner, lover og forskrifter og kommunale reguleringsplaner ville ha innflytelse på matematikksamtalene. Modellen er tegnet på nytt. Jeg har skrevet inn noen funn knyttet til hva som virket inn på samtalene innen de nevnte punktene:



Figur 28. Oversikt over studien etter analyser av matematikksamtalene.

I fortsettelsen i delkapitlene 9.1.1 og 9.1.2, vil jeg utdype funn skrevet inn i figur 28, knyttet til hvordan innflytelse fra det offentlige rom virket i matematikksamtalene og elevenes læring i og mellom praksiser.

9.1.1 Normer og redskap

I kapittel 2 hadde jeg en kort gjennomgang av historisk og kulturell bakgrunn for matematikk som et praktisk fag. Matematikk som redskapsfag er noe alle trenger, og undervisning i dette blir sett på som viktig innenfor en inkluderende matematikkundervisning. Rorbuprosjektet var forankret i denne tenkningen.

Historikk og tradisjoner gir bakgrunn for de relativt stabile sjangrene og diskursene en finner innenfor språkbrukssfærer. Diskursene inkluderer normer for hva som aksepteres som matematikk og hvilke redskaper som tillates. Skolematematikken har tradisjon for hva som skal læres og hvordan en matematisk akseptabel løsning skal være. Tradisjonene knyttes til normer som er formulerte i læreplaner og læreverk, og også til uskrevne normer som elever og lærere selv er med på å utvikle. I denne studien har jeg funnet at elevers sosiomatematiske normer for hvordan de skal løse oppgaver i en praktisk sammenheng, er styrende for deres handlinger. Normene virker ekskluderende på dem som ikke deler normene eller ikke utfører handlinger slik flertallet oppfatter som mest «riktig» eller mest «matematisk elegant» når læring av matematikk er målet. Ikke-aksebtable handlinger blir avvist eller tatt opp til koordinering.

Kryssende normer fører til at elevene må gjøre valg. Elevene koordinerer normer gjennom samtaler. Flerstemmighet gir åpning for fleksible løsninger for hvordan en kan arbeide i matematikktimer. En må ikke nødvendigvis starte matematisering i forkant av handlinger. Ferdige produkter kan også matematiseres og gis matematisk mening i etterkant. Rekkefølgen på arbeidsoperasjoner må ikke være sekvensiell. Elevene utvikler fleksibilitet gjennom matematikksamtaler i og mellom praksiser.

Elever aksepterer å løse praktiske problem ved å anvende tungvinte løsninger innenfor språkbrukssfæren knyttet til skolematematikk. De kan forvente at det finnes en matematisk løsning på oppgaver de ellers ville gjort praktisk. Selv om elevene aksepterer tungvinte løsninger, reflekterer de også over hvor tungvint det er å gjøre arbeidet matematisk riktig.

Bruk av redskap kan knyttes til historikk og tradisjon. Redskap i skolen var for elevene å bruke algebra, utregning, måling, og passer og linjal i konstruksjon. Redskapene knyttes til elevenes og lærerens normer og praksis for hvordan en arbeider innen matematikklæring i skolen.

Denne studien dokumenterer at bedriftens normer og redskap er til dels annerledes enn skolens. Å bruke matematiske løsninger er ikke noe mål i seg selv i bedriften. De blir brukt der ansatte trenger matematikk for å løse problem. Realisme og konsekvenser av valg løftes fram. Kommunikasjon som kan være klar for dem som hører til bedriftssfæren, framstår som flertydig for elever som er knyttet til skolesfæren. Flertydigheten virker inn på samtalene, den er en del av kompleksiteten elevene møter. Identifisering av, og beskrivelser av hvordan elever gjennom bedriften møter komplekse situasjoner som gir rom for tolkning, fremstår som vesentlige funn i denne studien. Elevene møter en kompleksitet de sjelden møter i tekstoppgaver (fra lærebøker) knyttet til hverdagsliv, der oppgaver forenkles for å sette fokus på matematikkproblem.

Bruk av redskaper viser seg å ha konsekvenser for elevers arbeid i matematikk og samtalene de deltar i (som eksempelvis reduksjonsstaven). Samtalene blir realistisk orienterte. Resultat blir relatert til praktiske konsekvenser.

Analysene viser at innføring av nye redskap fra en bedriftskontekst, kan gi elevene ny innsikt og læring knyttet til matematiske begrep. Redskap kan utvide elevers repertoar og føre til mer kontroll. De kan gi støtte til å finne svar på måter som er innenfor elevers rekkevidde. Samtidig kan bruk av effektive redskap gi raske svar og skjule noe av matematikken som ligger bak. Dette kan styrke elevers fokus på å finne svar og slik bidra til sekvensiell og instrumentell framgansmåte.

Studiens analyser dokumenterer at bedriftens tradisjoner og redskaper som anvendes der, kan få innflytelse på arbeidet som utføres i matematikklæringssituasjoner i skolen. Det foregår en hybridisering (Akkerman & Bakker, 2011) der elever og lærer overtar tradisjoner og redskap som knyttes til bedrift. Det skjer en transformasjon der bedriftens vektlegging på redskap og konsekvenstenkning går inn i elevers og lærers virksomhet knyttet til matematikklæring. Kompleksiteten som er i matematisk arbeid på arbeidsplassen, skaper rom for koordinering av mening, både knyttet til matematikk og til normer. Samtidig er skolens tradisjoner og elevers og lærers identitet knyttet til matematikklæring i skolen sterk. Fokuset på matematiske løsninger blir stående, selv om de er tungvinte i en praktisk sammenheng.

9.1.2 Innflytelse fra det offentlige rom, lokalt og globalt

I formål for matematikkfaget i LK06 blir det lagt vekt på at elevene må få arbeide både praktisk og teoretisk. Det gir legitimitet til et elevprosjekt som det jeg har studert. Det gjør også grunnleggende ferdigheter i læreplanen LK06 der det å regne legger vekt på: «problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt i praktiske, daglegdagse situasjonar og matematiske problem» (KD, 2006). Læreplanen bygger på begrepet mathematical literacy som handler om beredskap til å anvende matematikk privat og i arbeid. Det handler også om å bruke, og vurdere, matematisk argumentasjon kritisk som en bevisst borger. Politisk har begrepet literacy fokusert på kompetanse og ferdigheter. Utgangspunktet er at borgerne ikke kan nok, og at en derfor må måle utbytte, kompetanser og ferdigheter. LK06 har tatt opp i seg denne tenkningen, og en ønsker å følge opp resultat fra OECDs tester og sammenligninger mellom land. Vektlegging på målrelatert vurdering som instrument for læring, der elever og lærere skal vite hva som er målet og hva som vektlegges i vurdering, er en følge av dette. Funnene i denne studien dokumenterer at selv om målene er skrevet opp og gjennomgått sammen med elevene, vil et prosjekt preget av undersøkelseslandskapet (Skovsmose, 2003), åpne for koordinering av læringsmål underveis. Elevene er bevisste på at de skal vurderes. Elever spør om det vil føre til bedre karakter om de gjør det på en bestemt måte, ut fra hva de tror læreren vil verdsette. Elevenes møte med en lærer som ikke svarer på hvilken framgangsmåte som vil gi god karakter, som selv er undersøkende og kan endre mening underveis, åpner for at elevene gjør valg ut fra andre kriterier enn hva som gir god karakter.

Å lære i miljø utenfor skole, innebærer at andres tanker og andres mening enn skolens får betydning. Det skaper dialogisitet mellom mål og tenkning i og utenfor skolen. Meninger og tanker som andre miljø bidrar med, kan ikke læreren forutbestemme og legge inn i konkrete læringsmål. Studien dokumenterer at mål som er åpne, som for eksempel: «Du skal kunne regne med målestokk» (Appendiks 4), gir rom for tolkning, og dermed rom for koordinering av hva som skal læres og hvordan. Det åpner for ulike stemmer, både fra skolen og bedriften. Det åpnes også for nye læringsmål, som ingen kan forutse på forhånd.

9.2 Potensial for kritisk matematikklæring

En hensikt med studien var å undersøke om det var potensial for kritisk matematikklæring i bevegelse mellom språkbrukssfærer. Jeg beskrev kritisk matematikklæring (1.2) både i lys av eierskap, som også inkluderer kontroll, og som kvalitet ved læring i spenningsfeltet mellom intensjon og refleksjon, dialog og kritikk (Alrø & Skovsmose, 2002). Læring ser jeg på som deltakelse der en er i møte og kamp med alternative tanker fra andre og fra en selv, jeg knytter dette til bakhtinsk dialogisme.

Jeg deler her studiens funn i to hovedpunkt: realisert potensial (9.2.1) og ikke-realisert potensial (9.2.2) for kritisk matematikklæring.

9.2.1 Realisert potensial for kritisk matematikklæring

Når jeg ser på realisert potensial for kritisk matematikklæring, blir koordinering et viktig stikkord. Jeg har identifisert at det foregikk koordinering både av samtalens form, samtalens innhold og av aktivitet. Koordinering innebærer deltakelse, lytting, kritikk og valg. Det handler om å ta eierskap til aktivitet, innhold og form.

Koordinering av samtalens form

Matematikkundervisning er tradisjonelt sett på som et autoritært fag med lukket samtalemønster. Elevene skal lære det læreren vet. Selv samtalemønster som ytre sett kan høres dialogiske ut, kan være monologiske gjennom at de prøver å overtale og overbevise om en «riktig» framgangsmåte. Dette dokumenteres av flere (blant andre Alrø & Skovsmose, 2002; Cestari, 1998). En slik form vil da tilsvare det Bakhtin kaller pedagogiske dialoger (Bachtin, 2010, s. 99). Studien min dokumenterer at samtalene elevene deltar i med tømreren og læreren er i bevegelse mellom å være monologiske og dialogiske. Jeg finner at fysiske grenseobjekt som plantegning (grenseobjekt skole/bedrift) og TV (grenseobjekt skole/hjem), og abstrakte grenseobjekt, som målestokk, virker inn på denne dialogisiteten. Elevene bidrar til samtalenes innhold og retning gjennom grenseobjektene. Samtidig møter elevene spesialister (tømrer og lærer) som har kunnskap de vil formidle, og samtalene kan gå i retning av monologisering. Elevenes stemmer finner jeg likevel er tydelige, både knyttet til samtalens form og samtalens innhold. Deres stemmer virker inn på fortsettelsen. Formen på elevenes bidrag virker forstyrrende på en monologisk samtale. De kan være høflige protester på samtalens innhold eller form. Elevenes stemme er også tydelig i samtaler med karnevalistiske trekk. I disse uttrykkes elevenes metarefleksjoner om hva de er med på i en form som er flerstemmig. Implisitt kan det ligge en kritikk i en form som er avvæpnende, som gjør bruk av humor. Elevenes innspill virker som sentrifugalkrefter. De bryter den monologiske samtalen. Elevenes flerstemmighet gir grobunn for dialogisitet. Det forutsettes at både lærer og elever har intensjon om å gå hverandre i møte for å utvikle en dialogisitet mellom lærerens og elevens stemmer. Læreren bidrar ved å være lydhør for elevenes stemmer også når de går imot hennes forventinger. Elevene bidrar ved å lytte til lærerens stemme, men også reflektere over og våge å gjøre sitt ståsted tydelig for læreren.

Studien viser at elevene behersker deltakelse i ulike samtaleformer. Denne kompetansen brukes både til å delta i ulike samtaler, men også til å bryte med samtaler de ikke er komfortable med. Gjennom å delta og vite om alternative måter å kommunisere i og om matematikk på, vil elevene kunne gjøre valg som knyttes til hvilke former for samtaler de finner nyttige og har ønske om å delta i. Det handler om å utvikle kommunikativ og demokratisk kompetanse.

Koordinering av innhold og aktivitet

Jeg finner at elevene er kritisk reflekterende både over eget arbeid, tømrerens plantegninger og over tungvinte arbeidsprosedyrer i skolen. Dette finner sted når elevene tar kritiske tilbakeblikk og undersøker om mål de har funnet eller ting de har skåret ut, har funksjonalitet. Elevene undersøker kritisk relasjonen mellom modellen og virkeligheten. Elevene er også kritisk undersøkende i forhold til bedriftens arbeid, som eksempelvis tømrerens plantegninger fra bedriften. De spør hvorfor målene ikke stemmer, finner tall på plantegningen uten måleenhet eller spør tømreren hvorfor han har tegnet dør der det ikke finnes terrasse. I elevenes beklagelse over at de ikke har datamaskin til å lage modellen, finnes implisitt en kritikk over hvor tungvint arbeidet gjøres i skolen. (Lærerne er gammeldagse, sier de.) En slik kritisk refleksjon over arbeidsprosedyre dokumenteres også når elevene ser tilbake på arbeidsmengden for å lage en liten TV.

Kritikk, om det er refleksjon over eget arbeid, andres arbeid eller om hvordan arbeidsprosedyrene er, vitner om engasjement og deltakelse (Alrø & Skovsmose, 2006a). Det handler om grunnlag for å ta eierskap og gjøre egne valg.

Studien dokumenterer at elevene befinner seg i et spenningsfelt i møte med bedriftens og skolens ulike mål for sine virksomheter. De settes i en situasjon der de har mange alternative valg. Valgene får konsekvenser for hvilken matematikk som læres, hvor mye tid som brukes og hvordan det fysiske produktet vil bli. Å gjøre valg knyttes her til kontroll og eierskap (Alrø & Skovsmose, 2006a; Mellin-Olsen, 1995).

Deltakernes intensjoner er bevegelige og det kan være spenninger mellom dem. Det er eksempelvis en spenning mellom hva læreren synes elevene skal gjøre, hva elevene selv ønsker å gjøre, hva de er i stand til å gjøre, hva som muligens gir god karakter, hva de kan lære matematikk av, hva som er mest realistisk, mest praktisk og vil se best ut. Elevene reflekterer over valgene. De argumenterer og henter argumentasjonen fra ulike språkbrukssfærer og anvender dem fleksibelt.

Elevene tar selv kontroll over problemstillinger, valg av hvordan de skal gjøre arbeidet, og til dels hva de skal lære. De er likevel ikke alene i denne prosessen. At læringsmål og arbeidsprosedyrer koordineres underveis mellom læreren og elevene, inspirert av tømrerens stemme, kan sees på som delt eierskap til målene.

Elevenes stemmer er hørbare, de har virkning. De erfarer og lærer om å delta i en kompleks verden der lærerens stemme ikke er den eneste autoriteten. I denne kompleksiteten har matematikk ulike funksjoner og ulik betydning. Spenningen mellom ulike språk og tenkemåter er også til stede i klasserommet, når bedriftens tilstedeværelse er sterkt nedtonet. Både elever og lærer gjør seg bruk av språklige ressurser fra både språkbrukssfære knyttet til matematikklæring og til hverdagslivet utenfor skolen (som i argumentasjon i arbeid med TVen). At språk og tenkemåter fra flere sfærer er til stede og aksepteres som likeverdige, gir elever innsikt i ulike kulturelle og sosiale stemmer. De lærer seg fleksibilitet i bruken av ressurser fra ulike språkbrukssfærer (Johnsen-Høines, 2002). Det handler om å utvikle kompetanse til å ta eierskap ved å gjøre valg ut fra situasjoner en er i og problem som skal løses.

Langtidsvirkning for elevene i prosjektet

Elevprosjektet fikk langtidsvirkning for klassen. De oppdaget at det fantes flere måter å arbeide med matematikk (geometri) enn å løse oppgaver i lærebøker. Året etter, da elevene skulle starte arbeid med geometri igjen, ba de læreren om å få arbeide med et nytt prosjekt, lære geometri utenfor læreboken. Slik gjorde de valg mellom mulighetene de så. Elevene virket inn på egen undervisning. De tok eierskap til læringsstrategier.

9.2.2 Ikke-realisert kritisk læringspotensial

I studien finner jeg spirer til flere mulige kritiske diskusjoner. En slik diskusjon kunne inneholdt kritisk refleksjon over forskjeller mellom matematikk for ulike formål. Dette finner jeg er underkommunisert. En annen mulig diskusjon berører aktuell politisk samfunnsdebatt knyttet til bruk av strandareal som berører rorbuprosjektet elevene er deltakere i. Tema blir identifisert mellom elevene og tømreren, men blir aldri tatt opp til reell diskusjon.

Spenning mellom matematikk for ulike formål
Refleksjon over spenninger mellom matematikk for å lære i skolen og matematikk en trenger og anvender i praktisk arbeid, finner jeg er underkommunisert i samtalene. Elevene møter spenningen gjennom tømrerens kritiske refleksjon om forskjellene mellom å arbeide med modell i skole og i arbeidsliv (s. 19: «sitte å regne og styre», «godkjent i et regulert område»). Læreren presenterer for elevene de bedriftsansatte som spesialister på praktisk matematikk i sin virksomhet i motsetning til henne selv. Elevene reflekterer seg imellom om hvor tungvint det er å arbeide praktisk med matematikk i skolen. Når jeg likevel setter punktet under «ikke-realisert potensial» er det fordi jeg finner at spenningen mellom å lære matematikk i skolen og arbeide med matematikk i arbeidslivet kommer til overflaten innimellom, uten at det tas opp til reell diskusjon. Jeg finner ingen direkte konfrontasjon mellom læreren og elever om hvorfor en løser problemet på en måte i arbeidslivet, mens en lærer å løse det på en annen måte i skolen. Når elevene kommenterer og viser at de reflekterer over forskjeller, gjør de det i liten grad med læreren til stede. Elevenes kritiske stemme blir delvis usynliggjort for læreren. I samtaler med læreren viser elevene en aksept for konseptet, at en skal samarbeide med bedrift for å lære matematikk. Den matematikken de kjenner fra skolen er skolematematikk. I skolematematikk trenger ikke praktisk matematikk ha noe å gjøre med at den skal være praktisk og realistisk. Denne spenningen og kompleksiteten kunne vært diskutert kritisk. I forhold til et syn på undervisning der en skal bli kjent med ulike stemmer og diskurser og lære seg å adressere dem, kan en slik diskusjon være oppklarende og skape en helhetlig innsikt der elevene lærer seg kritisk å vurdere matematikk for ulike formål. Dette samsvarer med det Matusov (2011) beskriver som formål med undervisning fra et bakhtinsk dialogisk perspektiv. Å underslå forskjeller kan føre til at prosjekter blir avslørt av

elevene som noe de gjør «på liksom». Å løfte fram skolematematikk og arbeidslivsmatematikk som likeverdige «stemmer» som begge har sin rett, kan gi respekt for ulike ståsted og gi grunnlag for å ta stilling. Gjennom elevenes kommentarer om tungvinte arbeidsmåter i skolen og diskusjoner knyttet til sosiomatematiske normer, viser elevene at de kan være parat for en slik diskusjon.

Aktuell politisk samfunnsdebatt

En kime til kritisk samfunnsdebatt finner jeg i en samtale elevene og tømreren har om utnytting og disponering av strandsonen. Elevene spør tømreren om hvorfor det er tegnet inn en terrassedør uten funksjon. Det manglet terrasse. Det førte til at tømreren fortalte om avslag eieren fikk på byggesøknaden om å føre opp en terrasse. Eieren valgte likevel å tilrettelegge for bygging av en terrasse. Elevene sa at det var liten mulighet for at det ville bli oppdaget. Tømreren refererte da til hytteeiere i nabokommuner som hadde bygget ulovlig og som nå ble pålagt å rive. Dette har å gjøre med vern av allemannsretten[104] i Norge, alle har rett til adkomst til sjøen. Flere regionaviser rapporterte i perioden rorbuprosjektet foregikk, om aksjoner fra myndigheter der hytter og tilbygg ble registrert. Ulovlig bygging ble meldt videre til politimyndighetene. Avisenes reportasjer er knyttet til strandsonen som blir stengt for allmennheten på grunn av hytte- og rorbubygging. Blant annet fant jeg denne forsiden i perioden rundt elevenes deltakelse i rorbuprosjektet:


Dagbladet 04.05.2010

Strandsonen minsker - flere får bygge

SÅ STOR PLASS HAR DU

SJEKK REGLENE

Dette har du lov til på privat strand

Rødt: Se ditt område!
Oslo: 0,6kvm

Høgskolen i Bergen

Antall kvadratmeter tilgjengelig strandsone-areal pr. innbygger i:	
Oslo	0,6
Fredrikstad	65,7
Hvaler	1698
Nesodden	15,3
Tønsberg	43,2
Bamble	161,7
Sandefjord	47,5
Larvik	104,8
Nøtterøy	27,9
Porsgrunn	39,3
Skien	3,5
Kragerø	206,6
Risør	321,2
Arendal	91,4
Tvedestrand	237,9
Lillesand	432,3
Kristiansand	43,6
Mandal	195,4
Flekkefjord	66,0
Sandnes	9,4
Stavanger	12,5
Haugesund	37,9
Bergen	9,9
Os	91,5

Figur 29. Dagbladoppslag 04.05.10. (Sandli, Johansen, Stang, & Flåthe, 2010)

Oppslaget angir hvor stort område i strandsonen hver person har disponibelt i gjennomsnitt rundt om i landet. Inne i avisa er det oppslag om hvordan strandsone defineres, hvordan utviklingen har vært over tid, reportasje fra nabokommuner til der elevene bor, der strandsone disponibelt til allmenheten har sunket dramatisk de siste årene.

[104] http://www.dirnat.no/strandsone/allemannsretten/

Rorbuprosjektet og avisoppslag kunne gitt grunnlag for å diskutere private interesser opp mot allmennhetens interesser. Aktuelle problemstillinger kunne eksempelvis vært knyttet til hvordan de matematiske modellene er framstilt, om det er rimelig å sammenligne Oslo med hjemfylket til elevene. Her kunne matematiske modeller kritisk blitt vurdert opp mot virkeligheten slik elevene kjenner den. Ut fra Freire sitt perspektiv er all undervisning politisk (Freire, referert til i Greer, et al., 2007). Også tilsynelatende «upolitiske» aktiviteter som å lage rorbu i matematikkundervisningen vil være politisk. Å trekke inn politikk i betydning forhandling av makt og fordeling av goder, og politikken plass i matematikkundervisning, kan gi økt bevissthet om mulighetene og risikoen som ligger i et samarbeid med institusjoner og bedrifter utenfor skolen. Å gå inn i politiske diskusjoner i matematikkundervisningen, kan av noen oppfattes kontroversielt og slik oppfattes som risikofylt. Elevene bringer selv kontroversielle utsagn knyttet til samfunnslivet inn i klasserommet. De er klar for diskusjonene. Jeg ser opplæring til å håndtere slike situasjoner som del av lærerutdanningens oppdrag.

9.3 Noen kritiske refleksjoner

I delkapittel 9.3.1 inntar jeg et kritisk perspektiv når jeg vurderer funnene mine opp mot studiens fokus og hensikt. Dette innebærer at jeg også problematiserer hvordan materialet og analysene kunne gitt svar på spørsmål som ligger utenfor denne studiens formulerte fokus. Dette gjør jeg både for å betegne studiens avgrensning, og også for å vise at jeg ser at alternative fokus kunne vært valgt.

Deretter i 9.3.2 diskuterer jeg studiens bruk av sosiomatematiske normer. Jeg har anvendt et utvidet begrep, og diskuterer her hva utvidelsen har tilført studien.

9.3.1 Kritiske refleksjoner knyttet til funn

Studiens hensikt har vært å få innsikt i hva som karakteriserer elevers matematikksamtaler når de beveger seg mellom ulike mål for bruk av matematikk. Jeg ønsket også beskrive potensial deltakelse i matematikk-samtaler i og utenfor skolen har, inn mot elevenes kritisk matematikk-læring. Jeg har tatt utgangspunkt i læringsteori som fremhever at læring skjer gjennom deltakelse og i møte og i kamp med egne og andres tanker. Dette farger hva jeg har sett og hvilke funn jeg har fått. Å se etter potensial for læring, er å se etter muligheter uten å være blind for at det også kan være hindringer. Selv om funnene viser at læring skjer, at elevene er deltakere i koordinering av aktivitet, læringsmål, samtaleform og mening i matematikken de arbeidet med, betyr det ikke at alle elevene deltar like aktivt og har samme innflytelse og læring. I store deler av elevprosjektet var enkeltelever lite delaktige av ulike grunner.

Eksempelvis ble Einar først aktiv deltaker i siste fase etter at han åpnet opp for hva han ikke kunne. Da fikk han mulighet til å lære hvordan han kunne arbeide med målestokk. Anne var lite til stede på grunn av deltakelse i andre prosjekter. Hun deltok aktivt i samtalene, men hun overlot til de andre i gruppen å gjøre matematikkarbeidet. Jeg så etter potensial, og derfor har enkeltelevers noe manglende deltakelse fått mindre oppmerksomhet i denne studien. Gjennom analysene har jeg imidlertid dokumentert at alle elevene i gruppen virket inn på dynamikken i samtalene.

I et nytt forskningsarbeid kunne identifisering av mulige hindringer og eventuelle løsninger for å få flere til å delta aktivt i matematikklæring gjennom samtaler, hatt fokus. Da kunne fokus vært på å undersøke enkeltelevers[105] muligheter for deltakelse i kritisk matematikklæring. Det har ikke vært fokus i denne avhandlingen.

9.3.2 Anvendelsesområde for sosiomatematiske normer

I dette forskningsarbeidet har jeg utvidet anvendelsesområdet til begrepet sosiomatematiske normer til å gjelde normer for å arbeide med matematikk utenfor skolen. Begrepet avgrenses ikke til matematikk i skolens praksis, slik Yackel & Cobb (1996) beskriver det. Jeg har lagt en parallellitet mellom sosiomatematiske normer og språknormer til grunn. Normer utvikles i språkbrukssfærer ut fra virksomhetens mål og utfra kulturen som dannes mellom medlemmer i den. Resultat fra forskning på matematikk i arbeidslivet, har påvist at deltakere opplever forskjeller mellom matematikk i skole og i arbeidsliv (Evans, 1999; Lindenskov, 2006; Wedege, 1999, 2006). Ut fra om en er i skole eller på arbeidsplass, kan en ha ulike oppfatninger av hvilke løsninger som er praktiske, om problem skal løses individuelt eller i samarbeid, og hvilke argumenter som er gyldige. Læring kan innebære å identifisere hvordan andre i samme praksis handler. Det innebærer å tilegne seg gruppens praksis og normer for hvordan en handler «her». Dette foregår i skolen og på arbeidsplasser.

Normene elevene møter for å arbeide med matematikk i bedrift, knyttes til produksjon og forskrifter. Tilbake på skolen beveget elevene (og læreren) seg mellom sosiomatematiske normer som ble identifisert på skole og på arbeid. Gjennom koordinering av normer gjør elever og lærer deler av normene tømreren demonstrerte, til sine egne. Dette skjer uten at de forkaster normer som kan knyttes til formålet med å arbeide med matematikk i skolen. Å utvide sosiomatematiske normer til å ha en funksjon både i og utenfor skole, gir meg som forsker begrepsapparat som gjør det mulig å identifisere elevers bevegelser i koordinering av normer i og mellom praksiser.

[105] Eksempelvis elever som har spesielle behov eller utfordringer.

Fellesskapet har utviklet sosiomatematiske normer over tid. Når grenser krysses, noe som også beskrives i arbeidet til Gorgorió, et al. (2001) der elever har flyttet fra en kultur til en annen, vil enkeltindividers oppfatning av normer kunne kollidere med flertallets. Dette skjer også i grensekryssing mellom skole og bedrift. Slike kollisjoner mellom enkeltindivider og flertallet, innebærer risiko for utestenging. Dette identifiseres eksempelvis når elever velger å anvende øyemål i stedet for flertallets aksepterte metoder. Konfrontasjoner på grunnlag av ulike normer eller ulike forutsetninger til å følge de aksepterte normene, kan åpne for å koordinere normer. I studien identifiseres slik koordinering eksempelvis når læreren går inn i samtalen og bidrar til å gi elevers bidrag matematisk mening. Konfrontasjoner innebærer slik både risiko og mulighet.

Elevenes arbeid med rorbuprosjektet har mange likhetstrekk med det Wedege (2006) identifiserer som arbeidstakeres oppfatning av å arbeide med matematikk knyttet til arbeidsplass. I et slikt prosjekt må elevene finne spørsmålene og størrelsene de skal arbeide med. De må forholde seg til en mengde opplysninger og krav. De samarbeider om løsninger og reflekterer over resultatets funksjonalitet. I tillegg møter de krav som utfordrer deres sosiomatematiske normer. De blir tvunget til å gjøre valg. En arbeidsform som vises i dette prosjektet, er et brudd med den matematikkundervisning elevene vanligvis erfarer gjennom oppgave-fasit paradigme (Skovsmose, 2003). Brudd med tidligere erfaringer identifiseres i denne studien som mulig spenningsfelt der elevers ulike normer og forventninger kommer fram. Kryssende normer forsterker behov for å gjøre normene eksplisitte, noe som kan bidra til at elevene får en bevissthet om hva de gjør og hvorfor. Det handler om bevisstgjøring av valg.

En utvidelse av anvendelsesområdet for sosiomatematiske normer, slik jeg har gjort i denne studien, kan forårsake utvanning av begrepet. Når begrepet flyttes fra sitt opprinnelige anvendelsesområde, kan det miste sin kraft som analytisk redskap. Jeg mener imidlertid at begrepsinnholdet i sosiomatematiske normer ut fra Yackel og Cobbs (1996) beskrivelse og fra definisjonen til Gorgorió, et al. (2001), er ivaretatt i min utvidelse av anvendelsesområde: det handler om normer for hvordan en snakker sammen, hvordan en bruker språket for å argumentere i matematikk, og hvordan en bestemmer hva som blir sett på som en god eller mindre god løsning. Det inkluderer hvem som bedømmer løsningene. Det som er gode løsninger i skolen er ikke nødvendigvis gode løsninger i arbeidsliv og omvendt.

9.4 Diskusjon og konsekvenser

Studien aktualiserer flere politisk skoledebatter. Et tema er knyttet til at jeg identifiserer spenning mellom fokus på utvikling av kritisk demokratisk kompetanse og de målbare kompetansemålene i fagplanen for matematikk i LK06. Den andre debatten som aktualiseres er knyttet til hva som skal være målet for samarbeid mellom skole og bedrift i den norske regjeringens strategi for realfagssatsing.

9.4.1 Spenninger i matematikkfaget

LK06s formål for matematikkfaget tar utgangspunkt i å utvikle mathematical literacy. Elevene skal utvikle kritisk kompetanse knyttet til å forstå og kritisk vurdere tallmateriale og prognoser. Dette sees som nødvendig for å forstå og for å påvirke samfunnsprosesser. For å utvikle den matematiske kompetansen skal eleven få mulighet til å arbeide både praktisk og teoretisk. Arbeidsmåtene skal variere fra utforskende og kreative aktiviteter til ferdighetstrening:

> Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet. … Matematikkfaget i skolen medverkar til å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og den einskilde treng. For å oppnå dette må elevane få høve til å arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening. (KD, 2006).

Planen legger vekt på at elevene skal utvikle beredskap til å bruke matematikk i ulike sammenhenger. Det handler om å identifisere hvor matematikk er et tjenlig redskap, ha matematisk kompetanse til å løse problemet og å kunne gjøre valg ut fra informasjonen en har til rådighet. Dette innebærer at elevene må få rike erfaringer med matematikk i bruk. Det innebærer også at elevene får delta i matematikksamtaler der matematikk blir reflektert over, der deltakere er i reelle dialoger der de reflekterer og tar valg (jamfør muntlige ferdigheter i LK06).

I konkretisering av planens formål (LK06), er kompetansemål vektlagt. Kompetansemålene konkretiserer hvilken matematikk elevene skal kunne når de er ferdig med trinn 2, 4, 7 og 10. i grunnskolen. Måling av ferdigheter gjøres gjennom tester. Planens vektlegging av målvurdering ble gjort på bakgrunn av funn i evalueringen av L97 (Alseth, et al., 2003) der forskere fant lite refleksjon og målrettet matematikkarbeid knyttet til matematikkaktiviteter. I forskrift for opplæringsloven (§ 3.1)[106] står det at det skal være kjent for elevene hvilke mål som skal nås og hva kriteriene for vurdering er. Dette har blitt

[106] Opplæringslova §3.1: «Det skal vere kjent for eleven, lærlingen og lærekandidaten kva som er måla for opplæringa og kva som blir vektlagt i vurderinga av hennar eller hans kompetanse.»

tolket til at kompetansemålene skal brytes ned til målbare enheter som lærere og elever skal innrette aktiviteten sin etter. Metodefriheten er stor, det er målene og måloppnåelser som skal styre hvordan undervisningen organiseres.

Planens formål med faget, om å utvikle elevens kritiske og demokratiske kompetanse med varierte arbeidsmåter, og kompetansemål som skal være målbare enheter der vurdering har en viktig rolle, kan stå i spenning til hverandre. Dette identifiseres i denne studien der elever har fokus på hva som svarer seg i forhold til vurdering. De søker avklaring på hvilke valg som gir best karakter. En opplæring der valg hele tiden knyttes til vurdering og karakterer, gir ikke rom for selvstendige og kritiske valg. I arbeidsformer som er kreative, problemløsende og undersøkende, forutsettes det at elevenes stemmer blir hørt. Elevene må være reelle deltakere som er med på å påvirker det som skjer. Detaljstyring inn mot fastsatte mål der alle vet hva som vil gi uttelling i vurdering, oppdrar ikke elevene til kritisk tenkning og opplæring i demokrati. Møter elevene, slik de gjorde i denne studien, en lærer som gir dem retning for arbeidet, og rimelig åpne mål for hva de skal lære og hva de skal bli vurdert ut fra, åpnes det for koordinering. Elevene i rorbuprosjektet forholdt seg til at et av vurderingskriteriene var knyttet til om gruppen arbeidet selvstendig (Appendiks 4). Læreren inkluderte mer enn matematiske kompetansemål. Innenfor denne rammen, slapp elevene løs. De fikk ikke alltid svar på hva som var «lurt» å velge for å få god karakter. Matematiske mål ble koordinert underveis, der både elevens og lærerens stemmer hadde innvirkning. Analysene viser at elevene fikk rom for å ta medeierskap ved å zoome seg inn på aktuelle matematikklæringsmål underveis. Lignende funn er beskrevet av Alrø og Skovsmose (2002, s. 44).

I Norge har matematikkundervisningen, særlig i ungdomsskole og i videregående skole, båret preg av at lærere instruerer hva elevene skal gjøre og at elever sitter og arbeider individuelt med oppgaver (Grønmo, et al., 2008; Klette, 2003; KD, 2010). I tillegg er det lite oppfølging og tilbakemelding fra læreren i norsk matematikkundervisning, sammenlignet med andre land. En kombinasjon av mye enveiskommunikasjon fra læreren, individuelt arbeid og lite tilbakemelding, er uheldig. Elevene får ikke prøvd ut sin tenkemåte sammen med andre, hverken medelever eller lærer. Flerstemmigheten blir nærmest fraværende. For lærere kan ønske om å følge planen i forhold til kompetansemål og evalueringer, kunne friste til ensformet formidling og ferdighetstrening. Da kan lærer (og elever) krysse ut kompetansemålene etter hvert som de tematisk er gjennomgått og arbeidet med. I en utforskende læringsform vil det være vanskelig på forhånd å være sikker på at alle kompetansemålene blir dekket. Risikoen med å gå inn i et undersøkelseslandskap (Skovsmose,

2003) der lærere og elever er undersøkende sammen, kan for lærere oppfattes som for stor. Konsekvensen kan bli at eleven mister innflytelse på egen læringssituasjon og opplæring til medborgerskap gjennom matematikkundervisning.

Å finne en løsning på spenninger mellom utvikling av kritisk kompetanse og sterk styring knyttet til ferdigheter og kompetansemål, er utfordrende[107]. Det er behov for dialog mellom skoleeiere og aktører i skolen for å utvikle bevissthet om mulige valg og konsekvenser av disse for framtidens matematikkundervisning.

9.4.2 Realfagssatsingen

Myndighetene har tatt på alvor at mye av matematikkundervisningen har vært for teoretisk og lite meningsfylt for mange elever. Realfagsopplæringen må i tilstrekkelig grad være praksisorientert, står det i Kunnskapsdepartementets plan for realfagssatsing 2010–2014. Samarbeidsavtaler med lokale bedrifter gjennom «Næringslivet i skolen» har bidratt til kunnskap om hvordan realfagene kan anvendes, står det videre (KD, 2010, s. 16). Å gjøre realfagene mer virkelighetsnære og meningsfylte for elevene gjennom partnerskap mellom skole og bedrifter, ansees som viktig med hensyn til rekruttering innenfor realfag (KD, 2010, s. 31). Målsetningen til KD er at skole og næringsliv skal ha jevnlig kontakt. Næringslivet skal fungere som konkretiseringsarena for skolen, og bedrifter skal fremstille karrierer knyttet til realfag som attraktive for den enkelte (Ibid). Realfagssatsingen tar slik sikte både på å få nok kvalifiserte arbeidstakere innenfor realfag, og at den enkelte elev skal oppleve arbeid med matematikk som meningsfylt i skolen.

Det er flere måter å tenke på om bedriftssamarbeid knyttet til realfag ut fra de skisserte målsettingene. Den ene er for elever som sliter med matematikk og synes faget er for teoretisk. En kan tenke seg at de kan velge å lære matematikk gjennom praktisk yrkesfag. Der kan de så erfare matematikk som redskapsfag, de kan erfare å bruke matematikk i praktiske sammenhenger. En kan også tenke seg at elever som har interesse for matematikk og liker å arbeide teoretisk, får fordype seg i realfag og får møte næringsliv som presenterer mulige yrkesvalg innen realfag. Å dele elevgruppene slik at elevene får ulike erfaringer ut fra det de ser for seg som sin framtid, kan være positivt både for motivasjonen til den enkelte og kan hende også for prestasjoner. Slike valg er det i dag åpnet for på ungdomstrinnet.

Min studie belyser ikke hvordan bedriftssamarbeid virker inn på motivasjonen for å lære matematikk, selv om den antyder noe ved å

[107] Nasjonale prøver der ferdigheten i å kunne regne blir målt, og offentliggjøring av skolens resultat, er del av denne spenningen. Det er en stor diskusjon som jeg her velger ikke å utdype.

dokumentere elevenes engasjement i matematisering. Studien sier heller ikke noe om effekten av denne type elevprosjekt for høgtpresterende elever i forhold til lavtpresterende elever. Gruppen jeg har hentet samtaler fra, var sammensatt av elever som læreren beskrev hadde ulike interesser og hadde spredning i matematikkprestasjoner. Analysene viser at elevenes ulike måter å tenke på var med å skape dynamikk i samtalene. Elevenes ulike forventinger til hvordan en arbeider med matematikk i en praktisk sammenheng, skapte koordineringspotensial. Noen elever var bevisste på at det var matematikk som skulle ha fokus, fordi aktiviteten foregikk i matematikktimer. At bedriftssamarbeidet var situert i en matematikklæringskontekst, hadde betydning for diskusjonene som utspant seg. Å flytte bedriftssamarbeid ut av en matematikktimekontekst til et valgfag, vil kunne føre til at matematikklæringspotensial kan forsvinne.

Studien dokumenterer at elevene hadde faglig utbytte i samarbeidet med byggefirmaet: de snakket matematikk, de reflekterte og endret arbeidsmåter underveis. Jeg ser imidlertid at en organisering der skole og bedrift samarbeider, likevel ikke er nok for at matematikklæring skal skje. Det forutsetter et fokus på matematikk hos elever og lærer. I studien har jeg fokus på elevene. Læreren har likevel betydning. Elevenes samtaler understreker hvor viktig lærerens stemme er for deres matematikksamtaler. Når læreren ikke fysisk er til stede, er stemmen hennes likevel lett identifiserbar gjennom elevenes henvisning til hva hun hadde sagt. Læreren framstår som viktig bidragsyter for hvilket fokus elevene tar. Hun viser forventning til matematiske løsninger av elevene. Samtidig er hun fleksibel, lyttende og undersøkende. Hun legger til rette for koordinering av læringsmål, samtaleform og matematisering. Uten lærere med faglig matematikkunnskap som samtidig er lyttende og dialogiske, ser jeg at et organisatorisk samarbeid lett kan bli en ny type aktivitet uten matematikkfaglig innhold. Slik ser jeg at studien har konsevenser for lærerutdanning, den argumenterer for å danne lærere med både matematikkfaglig og didaktisk kompetanse til å kunne identifisere matematikklæringspotensial i ulike praksiser og kunne bevege seg mellom disse.

9.5 Implikasjoner for undervisning og forskning

Studien har brakt fram ny kunnskap om kvaliteter i matematikksamtaler i et læringsperspektiv. Den har dokumentert hvordan elever deltar og aktivt bidrar til å skape mening i og mellom praksiser som har ulike mål for virksomhetene sine. Den har dokumentert at elever makter å forholde seg til stor kompleksitet, de sjonglerer mellom tenkemåter og sjangre fra ulike språkbrukssfærer.

Kunnskap om ulike kvaliteter ved matematikksamtaler som elever inviterer og inviteres inn i, kan ha implikasjoner på alle utdanningsnivå. Den kan bidra til bevisstgjøring om hvilke samtaler det legges til rette for i skolens matematikkundervisning. Målet er ikke at alle matematikksamtaler skal være dialogiske. Monologiske samtaler kan også ha kvaliteter og gi muligheter for læring. For å dannes til kritisk reflekterende mennesker, ser jeg det som nødvendig at elever deltar i «tilstrekkelig» stor grad av dialogiske samtaler der lærere og elever kan lære sammen. Studien har gitt kunnskap om hvordan bevegelse mellom ulike samtaler kan koordineres mellom elever og lærer. Dette kan bidra til forskningsbasert undervisning i lærerutdanningen om matematikksamtaler i et læringsperspektiv.

Studien har bidratt med innsikt i muligheter, spenninger og risiko som finnes i et samarbeid med institusjoner utenfor skolen. Dette kan ha konsekvenser for hva planleggere av framtidens skolematematikk ser på som muligheter og begrensninger et slikt samarbeid kan ha for matematikklæring i ungdomsskolen.

For lærere og lærerutdannere kan resultatene av studien gi informasjon om hvilken læring som kan ligge i et samarbeid med institusjoner som har andre mål for å arbeide med matematikk enn skolen. Denne kan gi lærere muligheten til å ta kvalifiserte valg om de ønsker å gå inn i en slik form for matematikkundervisning.

Også funn av ikke-realisert kritisk matematikklæring ser jeg som viktige resultat for skole og lærerutdanning. Å identifisere aktuelle politiske matematiske problemstillinger knyttet til elevers arbeid, er utfordrende. Avhandlingen kan være bevisstgjørende på muligheter som finnes. Den kan bidra til at lærere og lærerutdannere sammen med elever og studenter kan være på utkikk etter spenninger mellom ulike interesser som er aktuelle i perspektiv av kritisk matematikklæring.

Samarbeidet som utviklet seg mellom læreren og meg har fått konsekvenser. Ifølge læreren fikk det konsekvenser for hennes undervisning og refleksjoner over samtalene hun har med elever. Det har fått konsekvenser for hva jeg ser på som mulig fremtidig forskningsfelt.

Jeg ser for meg at jeg i fortsettelsen kan utvikle samarbeidende forskning med lærere for å utvikle kritisk matematikkundervisning. Jeg ønsker å knytte det til mediers bruk av matematisk argumentasjon. Hensikten vil da være a) å få innsikt i læreres kommunikasjon med elever knyttet til matematisk argumentasjon identifisert i medier, og b) å bringe fram forskningsbasert kunnskap om læreres refleksjon over arbeidet med danning av kritiske samfunnsborgere gjennom matematikkundervisning.

10 Referanser

Akhutina, T. V. (2003). The theory of verbal communication in the works of M. M. Bakhtin and L. S. Vygotsky. *Journal of Russian and East European Psychology, 41*(3), 96–114.

Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research, 81*(2), 132–169.

Aleksandrov, A. D. (1963). A general view of mathematics. The characteristic feature of mathematics. I A. D. Aleksandrov, A. N. Kolmogorov & M. A. Lavrent´ev (Red.), *Mathematics: Its content, methods and meaning* (s. 1–7). New York: MIT.

Alrø, H., Blomhøj, M., Bødtkjer, H., Skovsmose, O., & Skånstrøm. (2006). Farlige små tall. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?* (s. 24–39). Danmark: Malling Beck A/S og forfatterne.

Alrø, H., & Kristiansen, M. (1997). Mediet er ikke budskabet - video i observation af interpersonel kommunikation. I H. Alrø & L. Dirckinck-Holmfeld (Red.), *Videoobservation* (s. 73–99). Aalborg: Aalborg universitetsforlag.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (1994). *On the right track*. Aalborg: Institute for electronic systems.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2005). Challenging perspectives. I A. Chronaki & I. M. Christiansen (Red.), *Challenging perspectives in mathematics classroom communication* (s. 339–347). Greenwich: Information Age.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006a). Læring mellom dialog, intention, refleksion og kritikk. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes - Om matematiklæing* (s. 127–138). København: Malling Beck A/S.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006b). Undersøgende samarbejde i matematikkundervisning - udvikling av IC-modellen. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes - om matematiklæring* (s. 110–126). Utgiver: Malling Beck A/S.

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering: matematikkfaget som kasus* (Vol. 02/2003). Notodden: Telemarksforsking.

Bachtin, M. (2010). *Dostojevskijs poetik* (L. Fyhr & J. Öberg, Overs. 2. utg.). Gråbo: Anthropos.

Bakhtin, M. (1981). *The dialogic imagination: four essays* [Inneholder følgende tekster: “Epic and Novel” (1941); “From the prehistory of novelistic discourse” (1940); “Forms of time and of the chronotope in the novel” (1934–35)]. (M. Holquist & C. Emerson, Overs., redigert av M. Holquist). Austin: University of Texas Press.

Bakhtin, M. (2005). *Spørsmålet om talegenrane* (R. Slaattelid, Overs.). Oslo: Pensumtjeneste. (Originalutgitt 1979).

Bakhtin, M. (2008). *Latter og dialog: Utvalgte skrifter* (A. J. Mørch, Overs.). Oslo: Cappelen akademisk.

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction and knowledge. Alternative perspectives for mathematics education. I T. Cooney & P. Grouws (Red.), *Perspectives on effective mathematics teaching* (s. 27–46): Utgiver: Reston, VA.

Berg, C. V. (2009). *Developing algebraic thinking in a community of inquiry: Collaboration between three teachers and a didactician.* Ph.D., University of Agder, Kristiansand.

Bjuland, R. (2002). *Problem solving in geometry. Reasoning processes of student teachers working in small groups: A dialogical approach.* Dr. Philos, Bergen University, Bergen.

Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: A multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal, 10*(3), 271–292.

Bjørkås, Ø. J. & Bulien, T. (2010). Elevers utforskninger i matematikksamtaler i klassen. *FOU i praksis, 4*(3), 23–38.

Blomhøj, M. (1992). *Modellering i den elementære matematikundervisning - et didaktisk problemfelt*. København: Danmarks Lærerhøjskole, Matematisk Institut.

Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?* Utgiver: Malling Beck A/S.

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2011). Students' reflections in mathematical modelling projects. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferry & G. Stillmann (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling.* (s. 385–396). Utgiver: Springer.

Boaler, J. (2008). Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal, 34*(2), 167–194.

Botten-Verboven, C., Maugesten, M., Nilsen, G., Bendiksen, V., Dalvang, T., Aigeltinger, R., . . . Tofteberg, G. N. (2010). *Matematikk for alle, ... men alle behøver ikke kunne alt*. Oslo: Hentet fra http://www.udir.no/upload/Rapporter/2010/Matematikk_for_alle_2.pdf.

Breiland, T. (2004). *På rett spor? – om ungdommers utdanningsvalg ved overgangen til videregående skole sett i lys av samarbeidsprosjektet «Næringsliv i skolen».* Hovedfagsoppgave ved Sosiologisk institutt, Bergen universitet, Bergen.

Bryman, A. (2008). *Social research methods* (3. utg.). Oxford: Oxford University Press.

Buber, M. (1992). *Jeg og du* (H. Wergeland, Overs.). Oslo: Cappelen. (Originalutgitt 1923)

Burton, L. (2002). Methodology and methods in mathematics education research: Where is "the why"? I S. Goodchild & L. English (Red.), *Researching mathematics classrooms: a critical examination of methodology*. Westport, CT: Praeger.

Børtnes, J. (1999a). Bakhtin, dialogen og den andre. I O. Dysthe (red.), *The dialogical perspective and Bakhtin* (Vol. 2, s. 17–26). Bergen: Program for læringsforskning, Universitetet i Bergen.

Børtnes, J. (1999b). Retorikk og lingvistisk polyfoni. *Tribune nr 9, Skriftserie for Romansk Institutt, Universitetet i Bergen*, 37–47.

Børtnes, J. (Uten årstall). Tekst som meningsskaping, hukommelse og glemsel om teksthistorie og kultursemiotikk. Hentet 17.08.11, fra www.hf.uib.no/russisk/jostein/Tekstsom.pdf.

Carlsen, M. (2010). Upper secondary students' appropriation of mathematical tools through collaborative problem solving in small groups. I B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. D. Søndergaard & H. L (Red.), *The First sourcebook on Nordic research in mathematics education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland* (s. 223–238). Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.

Carlsen, M. & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *FOU i praksis, 4*(3), 39–60.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *The British Psychological Society, 3*, 21–29.

Cestari, M. L. (1998). Teacher-student communication in traditional and constructivis approaches to teaching. I H. Steinbring, M. G. B. Bussi & A. Sierpinska (Red.), *Language and communication in the mathematical classroom* (s. 155–166). Reston: National Council of teachers of mathematics.

Chapman, S., & Routledge, C. (2005). *Key thinkers in linguistics and the philosophy of language*. Edinburgh: Edinburgh University Press.

Chronaki, A., & Christiansen, I. M. (Red.). (2005). *Challenging perspectives on mathematics classroom communication*. Greenwich, Connecticut: Information Age.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Red.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. New Jersey: Lawrence Erlbaum associates.

Cooren, F. (2010). *Action and agency in dialogue: passion, incarnation and ventriloquism*. Amsterdam: John Benjamins.

Cotton, T., & Hardy, T. (2004). Problematising culture and discourse for mathematics education research. Defining the issues; tools for research. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematica education: Issues of power in theory and mehtodology* (Vol. 35, s. 85–104). Dortrecht: Kluwer.

Coulthard, M. (1992). *Advances in spoken discourse analysis*. London: Routledge.

Dahl, P. N. (1999). *Kommunikation: Jokeren i organisationsudvikling*. Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

De nasjonale forskningsetiske komiteer. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.* Hentet 17.09.12 fra http://www.etikkom.no/Documents/Publikasjoner-som-PDF/Forskningsetiske%20retningslinjer%20for%20samfunnsvitenskap,%20humaniora,%20juss%20og%20teologi%20(2006).pdf.

Donnelly, J. (2009). Vocationalism and school science education. S*tudies in Science Education, 45*(2), 225–254.

Dreier, O. (1999). Læring som endring av personlig deltakelse i sosiale kontekster. I S. Kvale & K. Nielsen (Red.), *Mesterlære: læring som sosial praksis* (s. 70–88). Oslo: Ad Notam Gyldendal.

Dysthe, O. (1995). *Det flerstemmige klasserommet: skriving og samtale for å lære*. Oslo: Ad Notam Gyldendal: I samarbeid med NAVFs program for utdanningsforskning.

Dysthe, O. (1996). *Ulike perspektiv på læring og læringsforskning*. Oslo: Cappelen akademiske.

Dysthe, O. (1999). Michail Bakhtin - ein kort presentasjon. I O. Dysthe (Red.), *The dialogical perspective and Bakhtin* (Vol. 2, s. 6–16). Bergen: Program for læringsforskning, Universitetet i Bergen.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33–72). Oslo: Abstrakt.

Engestrom, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work, 14*(1), 133–156.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.

Ernest, P. (2009). What is the first philosophy in mathematics education? I M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Red.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 19. –24.* Vol. 1, s. 25-42. Thessaloniki, Greece: PME.

Evans, J. (1999). Building Bridges: Reflections on the Problem of Transfer of Learning in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1–3), 23–44.

Femø Nielsen, M., & Beck Nielsen, S. (2005). *Samtaleanalyse*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.

Flick, U. (2007). *Managing Quality in Qualitative Research*. London: Sage.

Fosgerau, G. (1992). Hvad er matematik? I G. Fosgerau & F. H. Kristiansen (Red.), *Midt i matematiken* (s. 21–35). Århus: Kvan.

Fosse, T. (1996). Hva venter de seg - av skolens matematikk? En studie av seksåringers sosialisering til matematikkundervisning. I M. Johnsen-Høines (Red.), *De små teller også*. Bergen: Caspar.

Fosse, T. (2004). *Skolestart - en studie av 6-åringers forventninger til skolen med særlig vekt på matematikkundervisningen.* Hovedfagsoppgave, Universitetet i Bergen, Bergen.

Foucault, M. (1972). *The archaeology of knowledge* (A. Sheridan, Overs.). New York: Pantheon Books. (Oginalutgave 1969).

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Gee, J. P. (2005). *An introduction to discourse analysis: theory and method*. New York: Routledge.

Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics, 55*(1–3), 163-179.

Gellert, U., & Jablonka, E. (2009). "I am not talking about reality". Word problems and the intricacies of producing legitimate text. I L. Verschaffel, B. Greer, W. V. Dooren & S. Mukhopadhyay (Red.), *Words and worlds - modelling verbal descriptions of situations* (s. 39-53). Rotterdam: Sense.

Gellert, U., Jablonka, E., & Keitel, C. (2001). Mathematical literacy and common sense in mathematics education. I B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Red.), *Sociocultural research on mathematics education - An international perspective* (s. 57–73). London: Lawrence Erlbaum Associates.

Gerofsky, S. (2010). The Impossibility of "real-life" word problems (According to Bakhtin, Lacan, Zizek and Baudrillard). *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education, 31*(1), 61–73.

Gjone, G. (1985). «*Moderne matematikk» i skolen: internasjonale reformbestrebelser og nasjonalt læreplanarbeid*. Oslo: Universitetsforlaget.

Goodchild, S. (2001). *Students' goals: a case study of activity in a mathematics classroom*. Bergen: Caspar.

Gorgorió, N., & Planas, N. (2005). Social representations as mediators of mathematics learning in multiethnic classrooms. *European Journal of Psychology of Education, 20*(1), 91–104.

Gorgorió, N., Planas, N., & Vilella, X. (2001). Immigrant children learning mathematics in mainstream schools. I G. d. Abreu, A. J. Bishop & N. C. Presmeg (Red.), *Transitions between contexts of mathematical practices* (s. 23–52). Hingham, MA: Kluwer Academic.

Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. I W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Red.), *Modelling and applications in mathematics education.* (Vol. 10, s. 89–98): Springer US.

Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2008). Matematikk i motvind 2008: TIMMS Advanced 2008 i videregående skole. Oslo: Unipub.

Hana, G. M. (2012). Koordineringspotensial som kvalitet ved samtaler.I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red) *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok I* (s. 37–50): Caspar.

Hana, G. M., Hansen, R., Johnsen-Høines, M., Lilland, I. E., & Rangnes, T. E. (2010). Learning conversation in mathematics practice - school-industry partnerships as arena for teacher education I A. Araujo, A. Fernandes, A. Azevedo & J. F. Rodrigues (Red.), *Proceedings EIMI 2010 Conference Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (s. 281–290): Centro Internacional de Matematica.

Hana, G. M., Johnsen-Høines, M., Hansen, R., Alrø, H., Rangnes, T. E., & Lilland, I. E. (2012). Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - partnerskap mellom skole og bedrift som arena for lærerutdanningens praksisutvikling. I M. Johnsen-Høines og H. Alrø (Red), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis – Bok I* (s. 11–20). Bergen: Caspar.

Hansen, R.,& Hana, G. M. (2012). "But it is not possible to do this until …" – The sequencing of teaching mathematical modelling. I G. H. Gunnarsdóttir, F. Hreinsdóttir, G. Pálsdóttir, M. Hannula, M. Hannula-Sormuen, E. Jablonka, U. T. Jankvist, A. Ryve, P. Valero & K. Wæge (Red.), *NORMA 11, The sixth Nordic Conference on Mathematics Education* (s. 299–308). Reykjavík: University of Iceland press.

Haug, P. (2006). *Begynneropplæring og tilpassa undervisning – kva skjer i klasserommet*. Bergen: Caspar.

Haugsbakk, M. (2009). Statistikk er alfa og omega for oss. *Tangenten, 20*(2), 51–54.

Hersh, R. (1998). *What is mathematics really?* London: Vintage.

Hodgson, J., Rønning, W., & Tomlinson, P. (2012). Sammenhengen mellom undervisning og læring. En studie av læreres praksis og deres tenkning under Kunnskapsløftet. *NF-rapport* (Vol. 4/2012).

Hoyles, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2010). *Improving mathematics at work: the need for techno-mathematical literacies*. London: Routledge.

Huges, M., & Greenhough, P. (2008). "We do it a different way at my school" Mathematics homework as a site for tension and conflict. I A. Watson & P. Winbourne (Red.), *New directions for situated cognition in mathematics education. Mathematics education library* (Vol. 45, s. 129–151). New York: Springer science. doi: DOI: 10.1007/978-0-387-71579-7

Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Bergen: Caspar.

International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching. (2010). *Manifesto 2000 for the Year of Mathematics*. Hentet 13. okt. 2011 fra http://www.dm.unito.it/cieaem53/manifesto.pdf

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. I A. j. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Red.), *Second* *international handbook of mathematics education* (Vol. 1, s. 75–102). Dordrecht: Kluwer academic publishers.

Jahr, E. (1998). “Lovlige konstuksjoner”. *Tangenten, 9*(3), 9–11.

Jaworski, B. (2007). Introducing LCM - learning communities in mathematics. I B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (Red.), *Læringsfellesskap i matematikk* (s. 13–25). Bergen: Caspar.

Jaworski, B. (2010). Teaching better mathematics. *FOU i praksis, 4*(3), 9-22.

Johnsen-Høines, M. (2002). *Fleksible språkrom. Matematikklæring som tekstutvikling.* Dr. Philos, Universitetet i Bergen, Bergen.

Johnsen-Høines, M. (2009). Learning dialogue in mathematics practice. I C. Winsløw (Red.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings from NORMA08 in Copenhagen, Denmark, April 21–April 25,* 2008(s. 135-142). Rotterdam: Sense Publishers.

Johnsen-Høines, M. (2010). Interpretative research as collaborative inquiry. I B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. D. Søndergaard & H. L (Red.), *The first sourcebook on nordic research in mathematics education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland* (s. 109–123). Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2010). Trenger en å spørre for å være spørrende? *Tidsskriftet FoU i praksis, 4*(3), 79–96.

Johnsen-Høines, M., & Rangnes, T. E. (2007). Å endre matematikkundervisningen - et risikoforetak. *Skolepsykologi. Tidsskrift for pedagogisk -psykologisk tjeneste, 42*(1), 29–39.

Jørgensen, M. W., & Phillips, L. (1999). *Diskursanalyse som teori og metode*. Frederiksberg: Roskilde Universitetsforlag.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., Roe, A., & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.

Klette, K. (2003). Lærernes klasseromsarbeid; Interaksjons- og arbeidsformer i det norske klasserom etter Reform 97. I K. Klette (Red.), *Evaluering av Reform 97. Klasserommets praksisformer etter Reform 97* (s. 39-76). Oslo: Universitetet i Oslo, Unipub.

Knijnik, G. (2008). Landless peasants of southern Brazil and mathematics education: A study of three different language games. I J.F. Matos, P. Valero & K. Yasukawa (Red.), *Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference.* Lisbon: Centro de Investigação em Educação, Universidade de Lisboa – Department of Education, Learning and Philosophy, Aalborg University. Hentet 2. April 2012 fra http://mes5.learning.aau.dk/Papers/Knijnik.pdf.

Kristiansen, M., & Bloch-Poulsen, J. (1997). *I mødet er sandheden - en videnskabsteoretisk debatbog om engageret objektivitet*. Aalborg: Aalborg universitetsforlag og Institut for kommunikation.

Kirke- og undervisningsdepartementet. (1974). *Mønsterplan for grunnskolen*. Oslo: KUD og Aschehoug.

Kirke- og undervisningsdepartementet. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen: M87*. Oslo: KUD og Aschehoug.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. (1996). *L97, Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: KUF og Nasjonalt læremiddelsenter.

Kunnskapsdepartementet. (2006*). Læreplanverket for kunnskapsløfte (LK06). Læreplan for grunnskole og videregående opplæring.* Hentet 31.juni 2012 fra http://www.udir.no/Lareplaner/. Oslo: KD.

Kunnskapsdepartementet. (2010). *Realfag for framtida, strategi for styrking av realfag og teknologi 2010–2014*. Hentet 01.08.2013 fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Realfagstrategi.pdf. Oslo: KD.

Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Ad notam Gyldendal.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question, and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, *27*, 29–63.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J., & Wenger, E. (2003). *Situeret læring - og andre tekster*. København: Reitzel.

Lilland, I. E. (2012). Oppdragets betydning for læringssamtalen i matematikkfagets praksis. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok I* (s. 125–142). Bergen: Caspar.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, Calif.: Sage.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (2000). Paradigmatic controversies, contradictions, and emerging confluences. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *Handbook of qualitative research 2nd edition* (s. 163–188). London: Sage.

Lindenskov, L. (2006). Deltakernes egne metoder og intensjoner? I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? - om matematiklæring* (s. 63–79). Utgiver: Malling Beck A/S.

Lindfors, J. W. (1999). *Children's inquiry: using language to make sense of the world*. New York: Teachers College press.

Linell, P. (2009). *Rethinking language, mind, and world dialogically: interactional and contextual theories of human sense-making*. Charlotte, N.C.: Information Age.

Logan, P. M., George, O., Hegeman, S., & Kristal, E. (2011). *The encyclopedia of the novel*. Chichester: Wiley-Blackwell.

Lotman, J. (1988). Text within a text. *Soviet psychology, 24*(3), 33–51.

Lützen, J. (1985). *Cirkelens kvadratur, vinkelens tredeling, terningens fordobling: Fra oldtidens geometri til moderne algebra*. Herning: Systime a/s.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Harlow: Prentice Hall.

Matre, S. (2000). *Samtalar mellom barn: om utforsking, formidling og leik i dialogar*. Oslo: Samlaget.

Matusov, E. (2007). Applying Bakhtin scholarship on discourse in education: A critical review essay. *Educational Theory, 57*(2), 215–237.

Matusov, E. (2011). Irreconcilable differences in Vygotsky’s and Bakhtin’s approaches to the social and the individual: An educational perspective. *Culture & Psychology, 17*(1), 99–119. doi: 10.1177/1354067x10388840

McClain, K., & Cobb, P. (2001). Supporting students´ability to reason about data. *Educational Studies in Mathematics, 45*, 103–129.

McNamar, M. M. (2009). Using a real life contract bid for students to learn mathematics. *Journal of Instructional Psychology, 36*(2), 142–147.

Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Reidel.

Mellin-Olsen, S. (1995). *Kunnskapsformidling: virksomhetsteoretiske perspektiver*. Bergen: Caspar.

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten, 7*(2), 9–15.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Millroy, W., & National Council of Teachers of Mathematics, I. A. (1992). An Ethnographic Study of the Mathematical Ideas of a Group of Carpenters. Monograph Number 5. *Journal For Research In Mathematics*.

Morson, G. S., & Emerson, C. (1990). *Mikhail Bakhtin: creation of a prosaics*. Stanford, CA: Stanford University Press.

Moschkovich, J. N. (2010a). Recommendations for research on language and mathematics education. I J. N. Moschkovich (Red.), *Language and mathematics education: multiple perspectives and diretions for research* (s. 151-170). Charlotte: Information age.

Moschkovich, J. N. (Red.). (2010b). *Language and mathematics education: multiple perspectives and directions for research*. Charlotte: Information age.

Naresh, N., & Presmeg, N. C. (2009). Characterization of bus conductors´ workplace mathematics - an extension to Saxe´s four parameter model. I M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Red.), *Proceedings at the 33rd Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education (PME 33)* (Vol. 4, s. 201–208). Thessaloniki Greece.

Niss, M. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. Uddannelse. Hentet 08. 11.08 fra http://udd.uvm.dk/199909/?menuid=4515.

Niss, M. (2001). Kompetencebegrebet i beskrivelsen af matematikk som undervisningsfag. *Matematik 29*(3), 9–14.

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematik-læring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.

NOU 2003:16. (2004). *I første rekke. Forsterket kvalitet i en grunnopplæring for alle.* Hentet 13.nov. 2008 fra http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/NOUer/2003/NOU-2003-16/9.html?id=147086.

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

OECD. (2003). *The PISA 2003 Assessment framework - Mathematics, reading, science and problem solving, knowledge and skills.* Organisation for Economic Co-Operation and Development.

OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathemathical literacy: A framework for PISA 2006.* OECD publishing.

Ongstad, S. (2006). Mathematics and mathematics education as triadic communication? A semiotic framework exemplified. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 247–277.

Papert, S. (1983). *Dialog med datamaskinen: barn, EDB og kreativ tenkning*. Oslo: Cappelen.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.

Planas, N., & Gorgorió, N. (2004). Are Different students expected to learn norms differently in the mathematics classroom? *Mathematics Education Research Journal, 16*(1), 19–40.

Pólya, G. (2004). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Rangnes, T. E. (1997). Vekst og grafer : undervisningsopplegg i 2. klasse. *Tangenten, 8*(1), 27–35.

Rangnes, T. E. (2002). *Hva skjer når lærere endrer matematikkundervisningen. Fra lærebokstyrt til læreplanstyrt undervisning. En casestudie av to samarbeidende lærere.* Hovedfagsoppgave, HiA, Kristiansand.

Rangnes, T. E. (2009). Everyday life experience in dialogue. I Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.), *Proceedings of the 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics eduacation, , July, 19. –24. 33*(1), 453. Thessaloniki, Greece: PME.

Rangnes, T. E. (2011a). Between school and company: A field of tension? I M. Pytlak, E., Swoboda &T. Rowland (Red.), *Proceedings of the seventh congress of the european society for research in mathematics education, CERME 7,* (s. 1501–1510). Rzeszów, Poland: European society for research in mathematics education.

Rangnes, T. E. (2011b). Moving between norms in school mathematics practice and building company practice. I B. Ubuz (Red.) *Proceedings of the 35rd confererence of the international group of the psychology of mathematics education, July 10. –15. Vol. 4*, s. 25–32., Ankara, Turkey:PME.

Rangnes, T. E. (2012a). Hva regnes som matematisk aktivitet? Koordinering av sosiomatematiske normer. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis – Bok 1*, s. 51–64). Bergen: Caspar.

Rangnes, T. E. (2012b). What counts as valide activities? Negotiating sociomathematical norms. I G. H. Gunnarsdóttir, F. Hreinsdóttir, G. Pálsdóttir, M. Hannula, M. Hannula-Sormuen, E. Jablonka, U. T. Jankvist, A. Ryve, P. Valero & K. Wæge (Red.), *NORMA 11, The sixth Nordic Conference on Mathematics Education* (s. 513–522). Reykjavík: University of Iceland press.

Rangnes, T. E. (under utgivelse). Læringspotensialer i spenningsfelt: mellom skole og bedrift. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis – Bok 2*. Bergen: Caspar.

Riesbeck, E. (2008). *På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen.* Filosofie doktorsexamen, Linköpings universitet, Utbildningsvetenskap, Lindköping.

Roth, W.-M. (2009). *Dialogism: a Bakhtinian perspective on science and learning*. Rotterdam: Sense.

Rønning, F. (2009). Tensions between an everyday solution and a school solution to a measuring problem. *CERME 6: Proceedings of theSixth Congress of the European Society for Research in Mathematics education, CERME 6, January 28th–February 1st 2009, Lyon France* (s. 1013–1022). European Society for Research in Mathematics Education. http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg6-19-ronning.pdf

Sandli, E. Johansen, A. H. Stang,L. & Flåthe,P. (2010, 4. mai). Strandsonen tettes igjen. *Dagbladet* (s.1og 18-21)

Saussure, F. d. (1970). *Kurs i allmän lingvistik* (A. Löfqvist, Overs.). Lund: Bo Cavefors Bokförlag.

Scheuer, J. (2005). *Indgange til samtaler: samtaleanalyse som konversationsanalyse, dialogisme og kritisk diskursanalyse*. København: Danmarks Pædagogiske Universitets.

Schliemann, A. D. (1984). Mathematics among carpenters and apprentices: Implications for school teaching. I P. Damerow, M. W. Dunckley, B. F. Nebres & B. Werry (Red.), *Mathematics for all* (Vol. 20, s. 92–95). Paris: UNESCO.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, N.J.: L. Erlbaum Associates.

Schwandt, T. A. (2001). *Dictionary of qualitative inquiry*. Thousand Oaks: Sage.

Sfard, A. (2002). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communication to learn more aboat mathematical learning. I C. Kieran, E. A. Forman & A. Sfard (Red.), *Learning discourse: discursive approaches to research in mathematics education* (s. 13–57). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences, 16*(4), 565–613.

Skaftun, A. (2009). Dialogen som paradigme. *Norlit*, *12*, 137–152. Hentet fra http://www.hum.uit.no/nordlit/12/09_Skaftun.pdf.

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? - om matematiklæring* (s. 143-158). København: L&R Uddannelse.

Skovsmose, O. (2005). *Travelling through education: uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.

Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Rotterdam: Sense.

Sparrow, L. (2008). Real and relevant mathematics: Is it realistic in the classroom? *Australian Primary Mathematics Classroom, 13*(2), 4–8.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks: Sage.

Star, S. L., & Griesemer, J. R. (1989). Institutional ecology, 'translations' and boundary objects: Amateurs and professionals in Berkeley's museum of vertebrate zoology, 1907–39. *Social Studies of Science 19*(4), 387–420.

Steinbring, H. (1997). Epistemological investigation of classroom interaction in elementary mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *32*(1), 49–92.

Steinbring, H., Bussi, M. G. B., & Sierpinska, A. (Red). (1998). *Language and communication in the mathematics classroom.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Steiner, H. G. (1987). Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, *7*(1), 7–13.

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret? Om elevmedvirkning i matematikkundervisningen*. Oslo: Universitetsforl.

Suchman, L. (1994). Working relations of technology production and use. *Computer Supported Cooperative Work, 2*(1–2), 21–39.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturellt perspektiv*. Oslo: J.W. Cappelen.

Säljö, R. (2003). From transfer to boundary-crossing. I T. Tuomi-Gröhn & Y. Engeström (Red.), *Between school and work: New perspectives on transfer and boundary-crossing* (s. 311–321). Bingley: Emerald.

Säljö, R., Riesbeck, E., & Wyndhamn, J. (2001). Samtal, samarbete och samsyn: En studie av koordination av perspektiv i klassrumskommunikation. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s.219–238). Oslo: Abstrakt.

St. meld. nr 30. (2003– 2004). (2004). *Kultur for læring.* Hentet 28.nov.08 fra: http://www.regjeringen.no/Rpub/STM/20032004/030/PDFS/STM200320040030000DDDPDFS.pdf.

Taylor, A. R. (2003). Transforming pre-service teachers' understandings of mathematics: Dialogue, Bakhtin and open-mindedness. *Teaching in Higher Education, 8*(3), 333–344.

Turmo, A. (2004). Hva menes med matematisk kompetanse i PISA? . *Tangenten, 2004*(2). Hentet 10.nov. 2008 fra http://www.caspar.no/tangenten/2004/pisa204.pdf.

UNESCO. (uten årstall). Literacy portal. Hentet 13.nov. 2008 fra: http://portal.unesco.org/education/en/ev.php-URL_ID=53813&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html.

UNESCO. (2001). *Recommendation concerning technical and vocational education.* Hentet 14.des. 2011 fra http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001214/121486eo.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2007). *Vurdering. Et felles løft for bedre vurderingspraksis – en veiledning.* Hentet 28.nov. 2008 fra: http://udir.no/upload/Vurdering_veiledningshefte_2.pdf.

Vagle, W., Sandvik, M., & Svennevig, J. (1993). *Tekst og kontekst: en innføring i tekstlingvistikk og pragmatikk* (Vol. nr 73). Bergen: Fagbokforlaget.

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematica education: Issues of power in theory and mehtodology* (s. 5–23). Dortrecht: Kluwer.

van Oers, B. (2001). Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1–3), 59–85.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 26*(2–3), 275–298.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 163–202). Mahwah: Lawrence Erlbaum associates.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

Wagner, D., & Herbel-Eisenmann, B. (2008). "Just Don't": The suppression and invitation of dialogue in the mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics, 67*(2), 143–157.

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: cognitive development and the production of rationality*. London: Routledge.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics, 68*(3), 247–261.

Wedege, T. (1999). To know or not to know – mathematics, That is a question of context. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1–3), 205–227.

Wedege, T. (2003). Kompetence(begreber) som konstruktion. *Dansk Pædagogisk tidsskrift, 51*(3), 64–75.

Wedege, T. (2006). Menneskers matematikholdige kompetencer. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? - Om matematiklæring* (s. 208–227). Albertslund: Malling Beck.

Wedege, T. (2010). *Researching workers´mathematics at work.* I A. Araujo, A. Fernandes, A. Azevedo & J. F. Rodrigues (Red.), *Proceedings EIMI 2010 Conference Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (s. 565–574): Centro internacional de Matematica, Portugal.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry. Toward a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wertsch, J. V. (1999). Vygotsky and Bakhtin on community. I O. Dysthe (Red.), *Proceedings from the Dialogical Perspective and Bakhtin* (s. 61–71). Bergen: Program for research on learning and instruction, University of Bergen.

Wertsch, J. V., & Toma, C. (1995). Discourse and learning in the classroom: A sosiocultural approach. I L. P. Steffe & J. Gale (Red.), *Constructivism in education* (s. 159–174). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Williams, J., & Wake, G. (2007). Metaphors and models in translation between college and workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 64*(3), 345–371.

Wistedt, I. & Martinsson, M. (1994). *Kvaliteter i elevers tänkande över en oändelig decimaltalutvecling.* Stockholm: Stockholms Universitet, Pedagogiska institutionen.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication. I H. Steinbring, M. G. B. Bussi & A. Sierpinska (Red.), *Language and communication in the mathematics classroom* (s. 167–178). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Wyndhamn, J., & Säljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning – A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction, 7*(4), 361–382.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458–477.

Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. I G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s. 313–330). Netherlands: Kluwer Academic.

Zack, V., & Graves, B. (2001). Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird.". *Educational Studies in Mathematics, 46*(1–3), 229–271.

11 Appendiks

Appendiks 1: Brev til elever og foresatte.
Appendiks 2: Informasjonsbrev til bedrift etter muntlig kontakt.
Appendiks 3: Kopi av tillatelse fra NSD.
Appendiks 4: Lærerens vurderingskriterier til elevene.
Appendiks 5: Utdrag fra bedriftens plantegninger av rorbuer.
Appendiks 6: Transkripsjoner av samtaler til kapittel 8.

Appendiks 1

HØGSKOLEN I BERGEN

Avdeling for lærerutdanning

Sakshandsamar	Dir. innval	Elektronisk postadresse	Vår dato	Vår ref.
			20.11.2009	/
			Dykkar dato	Dykkar ref.

Til foreldre/føresette og elevar

Prosjektet: Læringssamtalen i matematikkfagets praksis.

Høgskolen i Bergen vil saman med [redacted] ungdomsskule lære meir om praksisnær undervisning og om korleis slik undervisning kan fremme elevar si læring i matematikk. Vi er opptekne av korleis elevar kan verte engasjerte og få fagleg innsikt gjennom praktiske tilknytingar utanfor skulen, og særleg korleis den munnlege sida ved faget får betyding. Dette prosjektet vert drive av ei forskargruppe i matematikkdidaktikk ved HiB, som vert leia av professor Marit Johnsen-Høines. Datainnsamlinga frå [redacted] ungdomsskule vil inngå i doktorgradsstudiet til stipendiat Toril Eskeland Rangnes, der fokus vil vere på elevane sine matematikksamtalar i matematikktimar på skulen og ute i ein bedrift klassen vil ha eit samarbeid med.

Vi ynskjer å samle inn ulike typar av informasjon som er knytt til observasjon av undervisning og intervju med lærar og elevar. Vi er særleg opptekne av å dokumentere munnlege matematikk-aktivitetar knytt til ulike læringssituasjonar. I samband med dette vil det bli tatt lydopptak og videoopptak. Opplysningane vi får vil vere av same type som ein lærar normalt får gjennom sitt arbeid. Observasjonane vil ikkje ha innverknad på elevane sine eventuelle karakterar, dei er heller ikkje retta inn mot evaluering av einskildelevar. Som forskarar og lærarar er vi underlagt teieplikt. All informasjon vil bli handsama konfidensielt og alle namn vil bli erstatta med pseudonym eller eit nummer.

Datainnsamling er planlagt avslutta ved utgangen av våren 2010. For å studere det innsamla materialet vidare, ynskjer vi å ta vare på video- og lydopptak til prosjektet vert avslutta i utgangen av 2012. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD).

Vi ber om løyve frå foreldre/føresette fordi elevane er under 16 år. Deltaking i prosjektet er frivillig og det er sjølvsagt mogleg å reservere seg. Vi ber om at svarslippen som er lagt ved vert returnert til matematikklæraren. Dette kan gjerast gjennom elevane, i vanleg post, e-post eller ved foreldresamtale.

Vi søker gjennom dette å lære meir om korleis vi best kan leggje til rette for god læring i matematikk. Det er viktig for oss at flest mogleg deltar, så vi håper på velvilje frå elevar og føresette. Vi er takksame for hjelpa vi får ved at elevane deltar og har tru på at deltaking kan hjelpe oss å leggje betre til rette for matematikklæring i skulen.

Vi utviklar fagleg samarbeid med matematikklæraren [redacted] gjennom dette prosjektet.
Er det noko de lurer på eller ynskjer å spørje om, er det fint om de tek kontakt med henne eller med Toril Eskeland Rangnes.

Marit Johnsen-Høines Toril Eskeland Rangnes

Marit Johnsen-Høines(s)
Prosjektleiar
Professor
mjh@hib.no

Toril Eskeland Rangnes
Stipendiat
tera@hib.no

[redacted]
Rektor [redacted] skule

Adresse	Telefon	Telefaks	E-post	Web
Landåssvingen 15, 5096 BERGEN	55 58 75 00	55 58 58 09	post@hib.no	www.hib.no

Appendiks 2. Informasjonsbrev til bedrift, etter muntlig kontakt.

HØGSKOLEN I BERGEN

Avdeling for lærerutdanning

Sakshandsamar | Dir. innval | Elektronisk postadresse

Vår dato 20.11.2009 | Vår ref. /

Dykkar dato | Dykkar ref.

Til [redacted] Trelast AS

Spørsmål om å delta i et samarbeid knyttet til praktisk matematikkundervisning

I prosjektet vårt ønsker vi at erfaringer fra yrkesliv og lokalmiljøet skal knyttes til læring i matematikk. Elevene skal lære om samfunnsliv og yrkesliv, og de skal utvikle faglig kunnskap der kunnskapen brukes. Praksisnær undervisning har vært utprøvd i Fjell kommune (Gode Sirklar) og lærerutdanningen ved Høgskolen i Bergen har samarbeidet med noen av disse skolene. Matematikkstudenter har vært med på å gjennomføre denne type undervisning. [redacted] deltok i dette arbeidet. *Praksisnær undervisning* innebærer veksling mellom klasseromsundervisning og deltagelse/undervisning på arbeidsplasser. Vi håper at vi kan få et samarbeid med dere som gjør dette mulig for klasse 8[redacted] ved [redacted] Ungdomsskole som [redacted] er kontaktlærer for.

Det er særlig en konkretisering av matematikkfaget vi er opptatt av. På skolen lærer elevene matematikk som ofte er lite knyttet til praktisk bruk. Vi tror dere kan bidra med å vise hvordan dere arbeider med praktisk måling og geometri knyttet til bygging. Det kan eksempelvis være hvordan en sager til ulike vinkler, hvordan en beregner hvor mye materialet (trevirke eller maling) en trenger, hvordan en lager en stor bue uten passer. Det kan være bruk av ulike redskaper som for eksempel tegning på datamaskin, to og tredimensjonalt og arbeid med målestokk osv. Elevene trenger å lære om hvordan dere bruker geometri og måling i deres daglige virke. Dette er det dere som har spisskompetanse på.

Når det gjelder omfang av kontakt, ser vi for oss at noen fra bedriften og vi fra skole/høgskole kan snakke sammen i slutten av januar på bedriften, og at elevene får komme på besøk og bli vist noe fra virksomheten deres 24.02.10. Vi tenker å dele klassen i to slik at det blir grupper på 11-12 elever om gangen.

Deretter tenker vi oss at elevene arbeider på skolen med ett oppdrag som de skal løse (lage modell av hus el. l.). Dersom det dukker opp spørsmål de trenger svar på fra bedrift i denne perioden, vil det være fint om de kan ta kontakt med dere via en telefon eller e-post (eller på annen måte).
Vi ønsker at elevene skal presentere det ferdige resultatet (24.03) og da vil vi gjerne invitere representanter fra bedriften til fremvisning av arbeid, til fremlegging og samtale.

I forskningen er det elevene og samtalene de har når de arbeider med matematikk som er i fokus. Vi tror praktisk språkbruk i bedriften og skolematematikkens språkbruk på skolen sammen kan bidra til læring og innsikt for elevene. Vi vil derfor ha behov for å ta opptak med video- og lydopptaker når den ene gruppen er på besøk i bedriften. Vi håper dere gir oss tillatelse til dette.

Vi ønsker dette samarbeidet skal være positivt for begge parter og håper dere ser positivt på å delta i prosjektet. Har dere spørsmål må dere bare ta kontakt.

Hilsen

Toril Eskeland Rangnes

Toril Eskeland Rangnes
Stipendiat HiB
tera@hib.no

[redacted]
Lærer [redacted] Ungdomsskule
[redacted]@yahoo.no

Adresse Landåssvingen 15, 5096 BERGEN | Telefon 55 58 75 00 | Telefaks 55 58 58 09 | E-post post@hib.no | Web www.hib.no

Appendiks 3, NSD sitt svar på LIMP sin utvidede søknad om tillatelse til datainnsamling og oppbevaring av data, som denne studien inkluderes i.

Fra: Åsne Halskau [asne.halskau@nsd.uib.no]
Sendt: 18. november 2009 12:14
Til: Marit Johnsen-Høines
Emne: Prosjektnr: 15679. Praksisnære læringsfelleskap i matematikk. Med fokus på den faglige samtalen

Hei

Viser til statusmelding mottatt 05.11.2009. I meldingen framgår det at datamaterialet foreligger i personidentifiserende form. Det er samtykket til lagring av dette datamaterialet på ubestemt tid. Det framgår imidlertid av statusmeldingen at prosjektet nå vil anonymisere dataene i løpet av 2012. Videre framgår det at det vil foretas nye datainnsamlinger i 2009/2010 og muligens 2010/2011.

Personvernombudet har til orientering nå registrert dato for prosjektslutt til 31.12.2012. Datamaterialet skal da anonymiseres og vi vil rette en ny statushenvendelse til prosjektleder ved dette tidspunktet. Personvernombudet legger videre til grunn at informanter (elever og foresatte) som inkluderes i de nye datainnsamlingene får tilsvarende informasjon som de informantgruppene som allerede er inkludert, men at det må framgå hva den nye datoen for prosjektslutt er og hva som skjer med datamaterialet da (at datamaterialet vil anonymiseres innen 31.12.2012).

Vi legger til grunn at prosjektet forøvrig gjennomføres i tråd med opplysninger gitt i det opprinnelige meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet og eventuelle kommentarer i vår tilrådning.

--
Vennlig hilsen

Åsne Halskau
Rådgiver

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (Norwegian Social Sciences Data Services) Personvernombud for forskning Harald Hårfagres gate 29, 5007 BERGEN

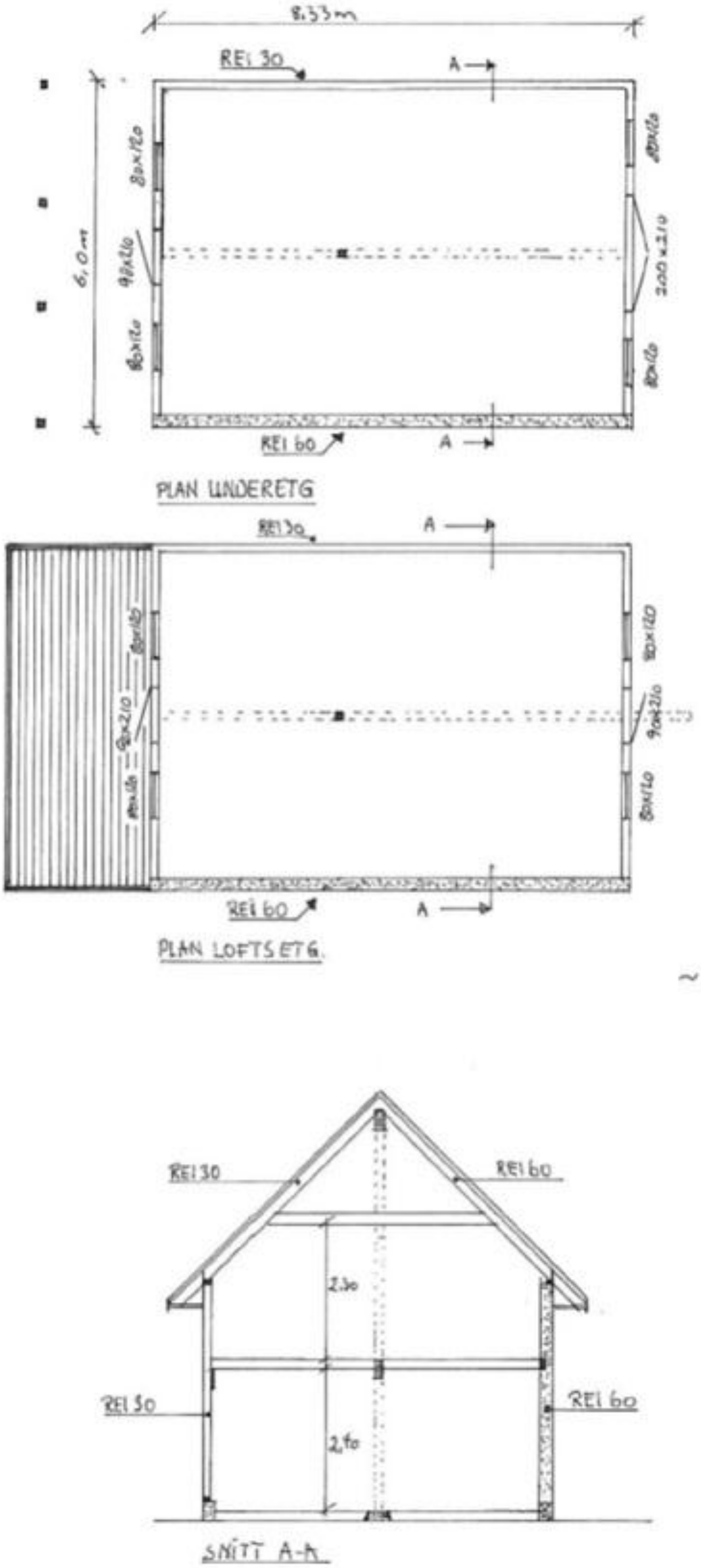
Tlf. direkte: (+47) 55 58 89 26
Tlf. sentral: (+47) 55 58 21 17
Faks: (+47) 55 58 96 50
E-post: asne.halskau@nsd.uib.no
Internettadresse: www.nsd.uib.no/personvern

Appendiks 4

VURDERINGSKRITERIER		Dette har eg jobba med	Dette kan eg
Sosial kompetanse:	**Du skal kunna:**		
	Ta ansvar for kvarandre si læring		
	Samarbeide godt med medelevar		
	Vise positiv haldning til faget		
	Gruppa skal vise sjølvstende i arbeidet		
Metodekompetanse	**Du skal kunna:**		
	Disponere tida hensiktsmessig (effektivitet)		
	Arbeide godt på skulen og med leksene for å tilegne deg teoretisk kunnskap		
Læringsmål	**Du skal kunna:**		
	Vete kva ein *stump, spiss og rett* vinkel er		
	Bruke vinkelsummen i ein trekant i utrekningar		
	Kunne rekne *areal* og *omkrins* av:		
	- trekantar		
	- firkantar		
	- sirklar		
	- samansette geometriske figurar		
	Namnet på og eigenskapane til spesielle		
	- trekantar		
	- firkantar		
	Rekne ut volum av rette prismer		
	Vete kva talet π står for		
	Rekne med målestokk		
	Tolke (forstå) arbeidsteikningar		
	Byggje ein modell etter arbeidsteikning		
	Matematiske omgrep (sjå eige ark)		

Appendiks 5

Utsnitt fra en av tre plantegninger av rorbu fra byggefirmaet::



Appendiks 6

Transkripsjoner fra ca 20 minutters arbeid med TV og Pytagoras

Utrag A

Dato:14.04.10

Video: 29:50-30:45

Lyd TM: 23:05 – 22:10

901.Lærer: Hva sa du Jonas.- har du tatt pause du Jonas?
902.Jonas: Eh Jeg vet ikke hva jeg skal gjøre?
903.(10 sek. pause med parallellsamtale i gruppen om hva fotball er)
904.Lærer: Du kunne jo finne deg noe du vil lage til å ha inni huset.
905.Einar: Ja sant!
906.Jonas: Det er jeg så dårlig på. (Snakker samtidig som Einar)
907.Lærer: Da får du øve på det (starter å snakke samtidig som Daniel)
908.Daniel: Det finnes ikke tre Jonas! Det finnes ikke tre og TV. Lag TV. (Flirer).
909.Jonas: Jaha (oppadstigende tonefall, flirer)
910.Lærer: Du, [uklart]
911.Einar: Lag TV Jonas, det er bare Kan du ikke lage sånn flatskjerm sånn bein (tegner rett vinkel med fingeren på bordet)
912.Jonas: Hæ?
913.Einar: Det er bare bein firkant. Du kan lage sånn plasmaTV.
914.Lærer: Kan du ikke lage sånn flatskjerm som kan henge på veggene da? (oppadstigende tonefall, starter like før Einar avslutter ytringen sin.)
915.Jonas: Ja men den er jo flat.
916.Einar: Ja, sant.
917.Daniel: Nei skal stå på sånt rullebord så skal du lage sånne små hjul han kan rulle på.
918.Jonas: Neii (flirer)
919.Lærer: Hmm
920.(etter ca 4 sekunder)
921.Jonas: Kan jeg få kni- Nei eh, jeg må jeg tegne (starter på å si ordet kni- som jeg tolker som «kniven»)
922.Lærer: Du må tegne og måle først (..) Og da er det 32 tommer
923.Jonas: Hæ?
924.Lærer: skal du ha 32 tommers?
925.Jonas: [uklart, overdøvet av Daniel]:
926.Daniel: Nei, 60, 60! Det har fetteren min! (mens han snur seg til Jonas)
901.
902.
903.

Utdrag B

V: 30:45 – 31:00, og 31:25 – 31:42

TM: 22:10 – 21:55 og 21:30-21:05

927. Lærer: Hvor lang er en tomme?
928. Jonas: en komma ett eller annet
929. Anne: Han er litt større enn min tommel
930. Lærer: nei,

931. Anne: (ser på lengden av tommelen sin og viser den fram) litt større enn min tommel.
932. Daniel: 10 komma et eller annet!
933. Lærer: Nei! (Høyt og stigende tonefall med trykk på ei)
934. Jonas: To komma ett eller annet.
935. Lærer: Ja!
936. Daniel: 2,7! (roper)
937. Forsker: Det spørs vel om det er en engelsk eller amerikansk tomme
938. (Lærer lærer går ut og kommer med oppslått bok med mål etter ca 25 sekunder)
939. Lærer: Den går jeg ut fra at du har jobbet med. Har du ikke det? (Viser til en side i læreboka.
940. Jonas: Nå vet jeg det, 2,54 (ser i lærebok som han har fått av L)
941. Lærer: Da får du bestemme hvor stor (5 sek pause) skal han være
942. Jonas: Nå vet jeg det! 2,54 * 32 så …

943. Lærer: Vet dere hvordan TVen (…) blir målt? Hva er de 32 tommene – er det lengden?
944. Daniel: Nei det er skrått! (avbryter malingsaktiviteten og viser det med armene)
945. Lærer: det er skrått ja
946. Jonas: Diagonalt!
947. Lærer: Diagonalen? Jeg viste ikke det! Jeg spør dere jeg!
948. Jonas og Daniel: Det er diagonalen (rolig svarende)
949. Lærer: Min tekniske … Aaaah! Hvordan skal du finne det ut J? (overdrevent nedadstigende tonefall) Nå har du fått en oppgave. Nå må du tegne deg en modell.
950. (liten pause)
951. Daniel: det er jo en eller annen formel for å finne diagonalen.
952. Einar: Du vet hvordan modeller ser ut – sant?
953. Daniel: Du, L, det er vel en eller annen formel når en får diagonalen?
954. Lærer: Hm? (Forstyrrelse utenfra.)

I det lærer går ut (V32:40, TM 20:13):

955. Jonas: Fy fader hvordan skal jeg klarer å finne det ut da
956. Daniel: Ja men det er sikkert en formel for det en eller annen vei
957. Jonas: Ja men da trenger jeg en eller annen eh linjal og her er kalkulator

Utdrag C
V: 31:45 – 33:05
TM: 21:08 – 19:50

958. Lærer: 81,28 cm. Så skal han, han skal ikke være helt ..eh kvadratisk sant?
959. Jonas: Nei.
960. Lærer: Nei. Da vet du den ene her, sant. (Trolig tegner eller peker hun, men det sees ikke på videoen pgr. av kameravinkel)
961. Daniel: Skal ha wide screen!
962. Lærer: (tegner opp rektangel deler med diagonal): Og så vet vi noe om den vinkelen der og den vinkelen der – Sant? Hvilken geometrisk figur blir dette her (tegner omriss på trekanten)
963. Daniel: (hvisker til Jonas): trekant.

964. Jonas: Trekant.
965. Lærer: Hvilken trekant?
966. Jonas: en en sånn der rettvinkla!
967. Lærer: en rettvinkla trekant: (tegner symbol i hjørnet.) Men da kan du bruke Pytagoras … Men … (…) (D henger over arket lærer og Jonas arbeider på)…
968. Daniel: He he – vi står bare her og ser dumt på hverandre.
969. Lærer: Men du kan bestemme den ene lengden selv (Peker på lengste katet). Og så kommer den (peker) av seg selv.
970. Jonas: åja
971. Lærer: For det som er at den den katet (stopper midt i ordet) - dette er hypotenusen sant og dette er en katet og dette er katet (peker). Pytagoras sier at katet i andre + katet i andre er lik hypotenus i andre. Så 81,28 i andre er lik den (katet1) i andre pluss den (katet2) i andre. (Skriver ligningen opp med 81,282 på den ene siden). Når du bestemmer den ene så kommer den andre automatisk. (Parallelt med siste ytring når Daniel går tilbake til sitt eget arbeid spør forsker om Daniel vet noe om forhold mellom sidene når det er widescreen – noe han svarer han ikke vet noe om)

Utrag D
V:35:30 – 38:05
TM: 17:10 – 14:48

972. Lærer: Hva tenker du om de to sidene når den er sånn (Peker på katetene og hypotenus).
973. Jonas: Nei – vet ikke. (gnir seg i øye snur seg litt bort). Dette var litt vanskelig.
974. Lærer: Ja ..Hva tenker du at disse (peker på katetene) må være i forhold til den? Større eller mindre?
975. Jonas: Mindre.
976. Lærer: Mindre. Hva er den (peker på hypotenus) i forhold til disse (peker på katetene) to til sammen?
977. Jonas: Eh – mindre.
978. Lærer: Den er mindre enn disse? Så hver av disse må være mindre enn den (peker på hypotenus) men den (hypotenusen) må være mindre enn de to til sammen, sant?
979. Jonas: Ja.
980. Lærer: Da får vi sette oss ned å se om vi finner det ut da. (setter seg ved siden av, D har gått ut for å vaske seg).
981. Jonas: (trekker pusten stønner) Oij! Gløtter opp på kameraet når han sier ja.
982. Lærer: Husker du kvadrattallene?
983. Jonas: Eh .. Nei. Husker ikke akkurat hva som var kvadrattalla.
984. Lærer: Husker du – husker du – kvadratroten av 81 – husker du hva det var?
985. Jonas: (kjapt)9.
986. Lærer: Ja.
987. Jonas: aja – det var det.
988. Lærer: Sant? Ja så der er det en liten sammenheng.
989. Jonas: Ja da er det sånn at viss to tall gange – to like tall, er det det som er kvadrattall? hva skal svaret bli?
990. Lærer: Noe opphøyd i andre. Ja så 92 er 81. Men vi skal ha 81^2 – Hva tror du – hva kan du velge her? (Peker på lengden) Hva sier din logiske sans? Hvor langt er et slikt 32" TV (strekker ut armene som hun skulle vise en lengde)?
991. Jonas: Vet ikke jeg eh 80 cm? Nei, jeg vet ikke

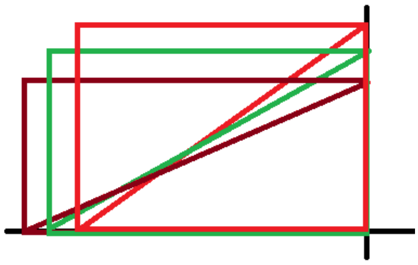
992.Lærer: Prøv å vise med hendene dine!
993.Jonas: to og tredve [uklart] Strekker ut armene. Sånt omtrent.
994.Lærer: Hvor langt er det?
995.Jonas: Eh – 80 cm kan jeg tenke meg. Eller 1 m. (Stille) Nei! Jeg har ikke peiling.
996.Lærer: Ja men han må være mindre enn 80 cm. (peker på hypotenusen) …
997.Jonas: Ja han må det
998.Anne: Jeg er sikker på at Jonas er litt sånn .. Han er litt redd for å gjøre feil nå
999.Jonas: Nei, men jeg har ikke peiling! (Mens han ser på Anne)
1000. Lærer: Nei! (oppadstigende tonefall, snur seg mot Anne før hun snur seg til J igjen), men vi skal jo regne på det (Trykk på regne, snur seg tilbake til Jonas)
1001. Jonas: Jeg skjønner ikke det
1002. Lærer: Men viss du bestemmer (Henvendt til Jonas)
1003. Anne: (i munnen på lærer) Men viss du hadde snakket med meg om det hadde jeg vært usikker på alt altså
1004. Lærer: (Tar fingrene på hver sin side av pulten som for å måle.)
1005. Toril: Vi kunne jo hentet henta meterstokken? Kanskje det kunne vert til hjelp?
1006. Lærer: Ja, Det kunne vi … ha gjort. (Reiser seg opp mens hun svarer)
1007. Jonas: Nei jeg vet ikke. Vi har ikke 32”TV, vi har 37”.
1008. Hilde: Vi har 32”
1009. Lærer: Da kan kanskje Hilde hjelpe til da med å bestemme hvor lang den er? (Sier det på vei ut for å hente meterstokken)

Utdrag E
V: 38:11- 38:50
TM: 14:40 – 14:04

1010. Jonas: Hvor lang er en 32” skjerm Daniel?
1011. Daniel: Vet ikke jeg. Lengda er dobbelt så bredden?
1012. Jonas: Høyden er den der (regner med han peker på kortsiden på rektangelet, men dette er ikke filmet.)
1013. Daniel: Ja. Den dobbelt så lang som den. Vet ikke jeg.
1014. Jonas: Å ja
1015. Daniel: k i andre pluss k i andre er lik h i andre (Regner med han leser k2+k2=h2 som står på papiret J har.)
1016. Jonas: kateter i andre pluss kateter i andre … . Hypotenus i andre
1017. Lærer (I det hun kommer inn): Er det noen som har gråblyant så tegner vi rett på veggen.
1018. Jonas eller Daniel: Å heftig!
1019. Jonas: Har ikke 32 ” så jeg vet ikke egentlig hvor stor den er.
1020. Lærer: Jo men nå skal vi finne ut av det.
(Småprat om friminutt og om de skal jobbe med dette neste time.)

Utdrag F
V: 39:19 -41:55
TM: 13:34 – 10:56
(Lærer kommer inn med tavlelinjal og gjør seg klar til at de skal tegne TVen på veggen.)
1021. Lærer: Ikke et ord til rektor om dette her!

(Lærer bruker den naturlige kanten nederst (kanal til strømførende ledninger) og lar Daniel tegne en linje normalt på denne (til høyre). Lærer, Jonas og Daniel finner så diagonalens lengde lik 81 cm på tavlelinjalen og lærer setter linjalen diagonalt fra en tenkt høyde og spør Jonas om han synes det ser smalt ut. Lærer regulerer høyden mens hun holder fast på 81 cm lang diagonal (se figur 9). Jonas bestemmer når han synes det ser bra ut og merker høyden og tegner diagonalen. Deretter avsettes høyden på venstre side.)



Figur 30 Å bruke diagonalen som mål

1022. Lærer: Dette er en modell, for vi er jo ikke så nøye. Sant?
1023. (Jonas tegner øverste lengde i rektangelet)
1024. Lærer: Det er ingen som kan nekte for at dette er 32" TV!
1025. Jonas: Nei!
1026. Lærer: Nei, For det er den som bestemmer det. (Peker på diagonalen, se figur 10).
1027. Jonas: (Ser på Hilde) Ligne denne på deres? (…) Har dere 32", Har dere ikke større?
1028. Lærer: 42" kanskje? [108]
1029. (Elev spør lærer om han kan la være å ta friminutt)
1030. Lærer: Men du, jeg må spørre deg, har alle 32 tommers TVene samme fasong, er de formlike?
1031. Jonas: Tror det er noen som er, nei ikke alle
1032. Nei for du har bare den, (peker langs diagonalen). Og viss ikke noen av disse sidene her er bestemt (fører fingeren langs med lengde og høyde) betyr det at den (TVen) kan forandre fasong. (Pause, tar fram tavlelinjalen) skal vi måle opp og se hvor lang den er?

Utdrag G

V: 42:05, TM 10:55

Etter at Joans og lærer har bestemt den ene lengden ved måling på modellen tegnet på veggen, skal den andre sidelengden bestemmes ved bruk av Pytagoras. Lærer instruerer Jonas om hvordan ligningen skal settes opp skritt for skritt. Mye av instruksjonssamtalen har jeg klippet vekk. Jeg har valgt utdrag som viser noe av mønsteret i samtalen mellom Jonas og lærer og utdrag der Jonas formidler hvordan han reflekterer.

1033. Lærer: Mhm, så må du samle x-ene på ei side og tallene på andre siden, slik som du gjør når du løser ligninger – (intonasjon opp)
1034. Jonas: X her sa du
1035. Lærer: Husker du .. nå skal vi finne ut hva x er for noe, ikke sant?

[108] Hilde var tydelig på at de hadde 32 tommer men at de senere også hadde fått nytt som var større.

1036. Jonas: Ja
1037. Lærer: Og da var løsningsstrategien slik, 50 i andre + noe i andre skal bli 81,28 cm i andre.
1038. Jonas: Ja.
1039. Lærer: Nå har du ikke skrevet i andre her (skriver så i andre bak cm).
1040. Jonas: Ja
1041. Lærer: Og for å få det til så skulle vi … for der er sånn at x-en stod på denne siden og så skal vi sette det opp som en ligning og så skulle alle tallene stå på den siden. (Peker)
1042. Jonas: Ja

Samtalen fortsetter på i samme mønster der Jonas får instruksjon eller ledende spørsmål for hva han skal gjøre og skrive opp, for å løse ligningen. Læreren blir avledet av andre elever og Jonas snur seg straks til Daniel.

1043. Jonas: Da blir jo den mindre enn den, blir den ikke det? (Jonas peker først på lengden og så på høyden på TVen)
1044. Daniel (Står bak Jonas): 50 gange 50 er jo hundre –
1045. Jonas: Ja og da blir det jo 31
1046. Lærer: Nei men er 50*50 lik 100?
1047. Jonas: 31 – komma 28.
1048. Daniel:2500 (Regner på kalkulator og forsvinner ut av bildet)
1049. Lærer: 2500?
1050. Jonas: 31,28 i andre? (ser på lærer)

Lærer og Jonas fortsetter samtalen med instruksjoner for hvordan han skal teknisk løse ligningen, som for eksempel at en først regne ut hver av potensene for seg før en subtraherer. Til slutt har de fått x^2 alene på den ene siden av likhetstegnet.

1028. Lærer: mhm … … Så da vet du hvor mye x i andre er lik, sant?
1029. Jonas: Ja
1030. Lærer: Men vi skal vite hva x-en er lik?
1031. Jonas: Da må jeg ta .. kvadratrota og ganga
1032. Lærer: Ikke gange med noe, du har x i andre, for å finne den da må du ta kvadratrota av den.
1033. Jonas: åja
1034. Lærer: For x i andre betyr at x gange x er lik
1035. Jonas: Åja det var sånn at jeg skulle gange de to like tall for å få
1036. Lærer: Ja, sant? For det som står der nå er x gange x er lik dette der og for å finne da en av disse x-ene, få den ene vekk, så må du ta kvadratrota av
1037. Jonas: å ja da
1038. Lærer: Så da en slik der
1039. Jonas: 64

Lærer spør Jonas hva som er 64.

1040. Lærer: Kan du gå bort på veggen og måle om det er ca 64 – du må huske det er en modell sant – du må litt sånn noe til og litt i fra.
1041. (Jonas måler)
1042. Lærer: Stemte det?
1043. Jonas: Ja
1044. Lærer: Yey!
1045. Jonas: Sånn passe i hvert fall

1046. Lærer: Da har du brukt Pytagoras læresetning for å finne ut denne her kateten og denne kan du bruke i alle rettvinklede trekanter.
1047. Jonas: Vi skal ha dette i neste time og, ikke sant? (Lærer bekrefter)
1048. Jonas: Ja da kan jeg fikse det i neste time!

UtdragH
TM (kun lyd): 2:55 [38:08]

(Linn er fiktivt navn på læreren)
1049. Lærer: Da har du målene?
1050. Jonas: Ja
1051. Lærer: Bare husk å viske vekk etter veggen før vi går ut i dag.
1052. Daniel: Kommer inn: Hva det du har gjort på her da? (hermestemme). De har matte. (Daniel inntar selv fortellerstemme og besetter rollene)
1053. Lærer: med Linn. Bare si det er Linn.
1054. Einar: latter. P4
1055. Einar: Vi har hatt matte med Linn.
1056. Lærer: Hm?
1057. Einar: Vi har hatt matte med Linn
1058. Daniel: Det er Linn sin måte å læra på.
[38.49]